

CARNEGIE INSTITUTE
OF TECHNOLOGY



THE LIBRARY

LEONHARDI EULERI
OPERA OMNIA

LEONHARDI EULERI OPERA OMNIA

SUB AUSPICIIS
SOCIETATIS SCIENTIARUM NATURALIUM
HELVETICAE

EDITIONE ALTA

FERDINAND HEDER
ADOLF KRAZER ANDREA PETER
LOUIS GUSTAVE DU PASQUIER

SERIES SECUNDA
OPERA MECHANICA ET ASTRONOMICA
VOLUMEN QUARTUM DECIMUM



LIPSIÆ ET BEROLINÆ
TYPIS ET IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI
MCMXXII

LEONHARD EULER

NEUE GRUNDSÄTZE DER ARTILLERIE

AUS DEM ENGLISCHEN DES HERRN BENJAMIN ROBINS

ÜBERSETZT UND MIT VIELEN ANMERKUNGEN VERSEHEN

MIT VIER BALLISTISCHEN ABHANDLUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON

FRIEDRICH ROBERT SCHERRER



LEIPZIG UND BERLIN

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER

1922

ALLE RECHTE, EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN

VORWORT DES HERAUSGEBERS

Frühzeitig begann LEONHARD EULER sich mit den praktischen Anwendungen der Mechanik zu befassen; schrieb er doch schon mit 19 Jahren jene Abhandlung über die Bemastung der Schiffe, die von der Pariser Akademie mit einem Preis gekrönt wurde. Es ist die Abhandlung J des EULERSCHEM Verzeichnisses. Bald fand er auch Gelegenheit, sich speziell mit ballistischen Fragen zu beschäftigen. 1727 siedelte er nach Petersburg über und noch in demselben Jahre wohnte er als Mitglied der Akademie den Schießversuchen bei, die unter der Leitung des Generals GÜNTHER stattfanden und die den Gegenstand der vorletzten in unserem Bande befindlichen kurzen Abhandlung bilden.

Nachdem EULER 1741 infolge seiner Berufung an die preussische Akademie der Wissenschaften seinen Wohnsitz nach Berlin verlegt hatte, wurde er von FRIEDRICH DEM GROSSEN in einer Reihe von praktischen Fragen, insbesondere auch in solchen artilleristischer Natur, zu Rate gezogen. „Der König hatte“, erzählt NICOLAUS FUSS¹⁾, „Herrn EULERS Meinung über das beste in dieses Fach schlagende Werk verlangt. Von ROBINS, der EULERS Mechanik, die er nicht verstand, einige Jahre vorher auf eine grobe Art aufgefallen hatte²⁾, waren neue Grundsätze der Artillerie im englischen erschienen³⁾, die Herr EULER dem König lobte, indem er sich zugleich anheischig machte, das Werk zu übersetzen und mit Zusätzen und Erläuterungen zu begleiten. Diese Erläuterungen enthalten eine vollständige

1) NICOLAUS FUSS (1755–1825), *Lobrede auf Herrn LEONHARD EULER. Von dem Verfasser selbst aus dem Französischen übersetzt und mit verschiedenen Zusätzen vermehrt, nebst einem vollständigen Verzeichnis der EULERSCHEN Schriften.* Basel 1786, p. 45–47. Abgedruckt in *LEONHARD EULERS Opera omnia*, series I, vol. 1.

2) B. ROBINS (1707–1751), *Remarks on Mr. EULERS Treatise of motion, Dr. SMITH'S complete system of optics, and Dr. JUNIUS essay upon distinct and indistinct vision*, London 1739, p. 1–29; wieder abgedruckt in JAMES WILSON, *Mathematical Tracts of the late BENJAMIN ROBINS, Esq.*, London 1761, vol. II, p. 191.

3) BENJAMIN ROBINS, *New principles of gunnery: containing the determination of the force of gunpowder, and an investigation of the difference in the resisting power of the air to swift and slow motions*, London 1742; wieder abgedruckt in JAMES WILSON, *Mathematical Tracts of the late BENJAMIN ROBINS, Esq.*, London 1761, vol. I, p. 1–153.

Theorie der Bewegung geworfener Körper und es ist seit 38 Jahren nichts erschienen, das dem, was Herr EULER damals in diesem schweren Theile der Mechanik getan hat, an die Seite gesetzt werden könnte. Auch ward der Werth dieses herrlichen Werkes allgemein anerkannt. Ein aufgeklärter Staatsmann, der französische See- und Finanzminister Turgot, ließ es ins französische übersetzen¹⁾ und in den Artillerieschulen einführen; und beynabe zu eben der Zeit erschien eine englische Übersetzung²⁾ in der größten typographischen Pracht, die englische Druckereyen einem Werke nur geben können. Indem Herr EULER in dieser Uebersetzung, wo es immer nur ähnlich war, Herrn ROBINS Gerechtigkeit wiederfahren läßt, verbessert er, mit einer seltenen Bescheidenheit, dessen Fehler gegen die Theorie, und alle Rache, die er wegen des alten Unbills an seinem Gegner nimmt, besteht darin, daß er dessen Werk so berührt macht, als es ohne ihn nie geworden wäre.“

BENJAMIN ROBINS wurde 1707, also in demselben Jahre wie EULER, zu Bath in England geboren und verrieth frühzeitig eine vielseitige Begabung und Gewandtheit sowohl im mündlichen als auch im schriftlichen Ausdruck. Er studierte Mathematik und Physik, interessierte sich lebhaft für Geschichte, Kunst und Literatur und beschäftigte sich mit vielerlei technischen Fragen, insbesondere auch mit dem Befestigungswesen und der Ballistik. Durch zahlreiche Schießversuche mit Benutzung des von ihm erfundenen ballistischen Pendels suchte er sich über die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Geschößgeschwindigkeit zu orientieren. Für seine Arbeiten auf diesem Gebiete erhielt er von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu London eine goldene Medaille. Die Besichtigung

1) J. L. LEONARD, *Nouveaux principes d'artillerie de M. BENJAMIN ROBINS, commentés par M. LEONARD EULER, traduits de l'allemand, avec des notes*, Dijon et Paris 1783 (Abhandlung 77 B des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses. Als Anhang sind dieser Übersetzung beigelegt: 1) *Nouvelles Expériences faites à Woolwich, pour connaître les vitesses initiales des Boulets, rapportées dans les Transactions philosophiques, année 1778, no. 111*, enthaltend den Bericht über die Ergebnisse der Schießversuche, die CHARLES HUTTON (1737--1823), Professor der Mathematik und Ingenieur an der Militärakademie zu Woolwich, im Jahre 1775 daselbst ausgeführt hatte; 2) *Extrait d'une dissertation de M. EULER sur l'explication des phénomènes de l'air, insérée dans le tome II des Mémoires de l'académie de Péterbourg pour l'année 1727* (Abhandlung 7 des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses, enthalten in LEONHARDT EULERS *Opera omnia*, series II, vol. 27, unter dem Titel *Tentamen explicationis phaenomenorum aeris*).

2) HUGH BROWN, *The true principles of gunnery investigated and explained. Comprehending translations of professor EULERS observations upon the new principles of gunnery, published by the late Mr. BENJAMIN ROBINS, and that celebrated authors Discourse upon the track described by a body in a resisting medium, inscribed in the memoirs of the Royal academy of Berlin for the year 1753* [Abhandlung 217 A in ENESTRÖMS Verzeichnis]. *To which are added many necessary explanations and remarks, together with Tables calculated for practice, the use of which is illustrated by proper examples; with the method of solving that capital problem, which requires the elevation for the greatest range with any given initial velocity*, London 1777 (Abhandlung 77 A in ENESTRÖMS Verzeichnis).

der festen Plätze in Flandern gab ihm Gelegenheit, sich in der Fortifikation zu vervollkommen. In den Jahren 1749 und 1750 war er als General-Ingenieur der ostindischen Kompagnie in Indien tätig, wo er Pläne für die Ports St. David und Madras ausarbeitete. Seine zarte Konstitution ertrug jedoch das dortige Klima nicht. Am 29. Juli 1751 erlag er im Fort St. David dem Fieber.¹⁾

ROBINS literarische Arbeiten betreffen nicht allein Gegenstände der Mathematik und Physik, der Artillerie und Ballistik, sondern auch Angelegenheiten des öffentlichen Lebens und sind zum Teil polemischer Natur. Es verdient hier besonders erwähnt zu werden, daß er schon im Jahre 1747 in dem Aufsatz *On the nature and advantage of rifled barrel pieces* für die Einführung gezogener Gewehre eintrat und die Vorteile erkannte, welche die Hinterladung für die gezogenen Feuerwaffen hat. Dem raschen Aufschwung, den die von LEIBNIZ und NEWTON begründete höhere Analysis durch die Basler Mathematiker JAKOB, JOHANN, DANIEL BERNOLLI und LEONHARD EULER nahen, verwehte er jedoch nicht zu folgen; ein Einsland, der wenigstens teilweise die ablehnende Haltung erklärt, die er gegenüber EULERS *Mechanica* einnahm.

Obwohl schon GALILEI hervorgehoben hatte, daß die Wurflinie nur im luftleeren Raum eine Parabel sei, hielten sich doch die Artilleristen noch im 18. Jahrhundert an die parabolische Theorie, weil sie glaubten, den Einfluß des Luftwiderstandes auf die Flugbahn vernachlässigen zu dürfen. „L'Artillerie a en son enfance comme les autres sciences mais beaucoup plus longue“, schreibt LOMBARD in der Vorrede zu der p. VII, Anmerkung 1, zitierten französischen Übersetzung, „livrée d'abord à une routine aveugle, ses progrès ont été très lents. Il a fallu deux siècles pour détruire l'absurde opinion du mouvement rectiligne des projectiles; un autre siècle pour dissuader les Artilleurs de leur mouvement parabolique. Les effets de la résistance de l'air, quoique connus depuis longtemps, étaient un secret relégué dans les écrits de quelques savants et totalement ignorés des Artilleurs, à qui cependant cette connaissance était la plus nécessaire“. ROBINS hat das Verdienst, durch seine Schießversuche und Messungen eine richtige Einschätzung der Bedeutung des Luftwiderstandes angebahnt zu haben.

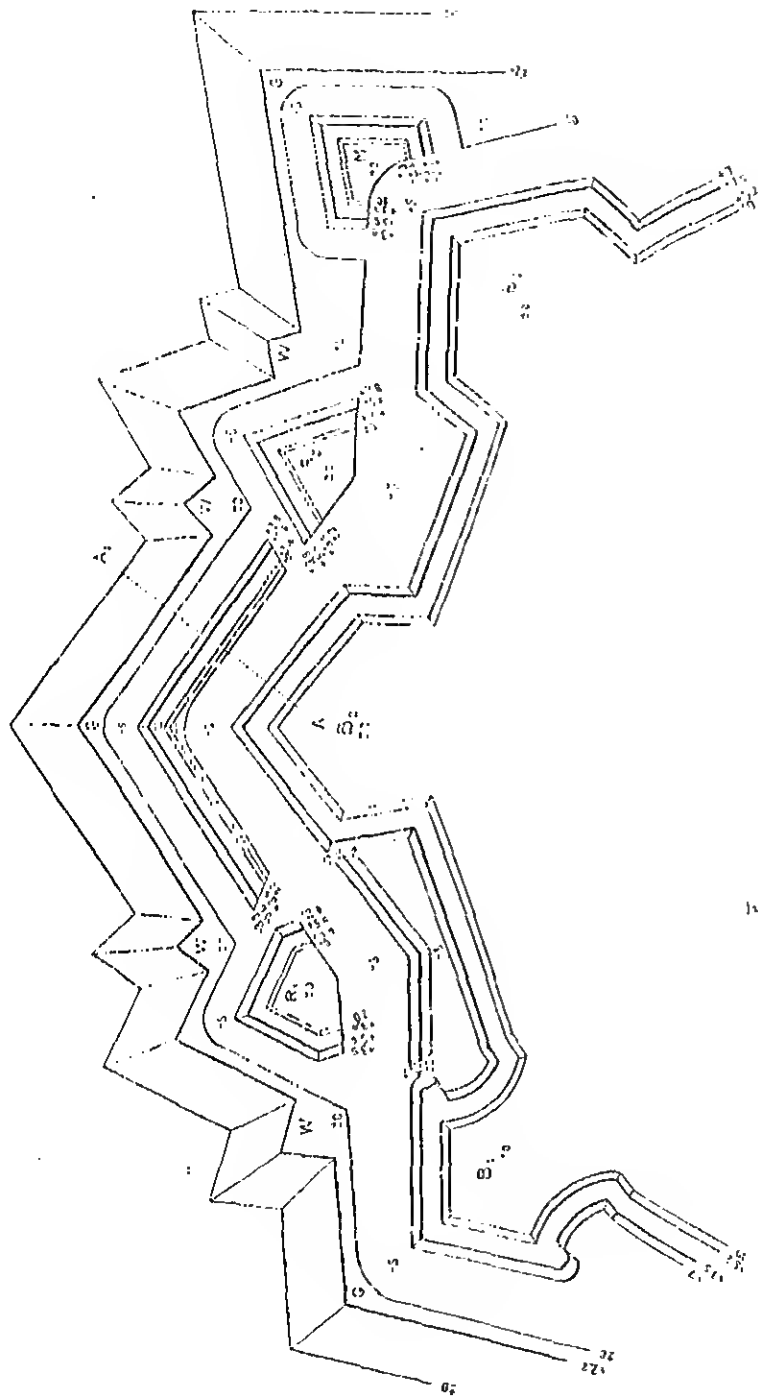
EULERS Übersetzung der *New Principles of gunnery* beginnt mit einer von EULER verfaßten Vorrede, in der er über die Einteilung des Werkes und über die von ihm hinzugefügten „Anmerkungen“ orientiert, die auf einen jeden der ROBINSschen „Sätze“ folgen. Der sich daran anschließende „Vorbericht des Verfassers“ enthält eine Darstellung der Entwicklung der beständigen Befestigung und der Artillerie. ROBINS verfolgt darin die Ausgestaltung der Fortifikation von der Entstehung der Bastionen an bis auf VAUGHAN und

1) Die biographischen Angaben über ROBINS wurden der Vorrede des p. VII zitierten Buches von JAMES WILSON entnommen.

COENHOORN und bezieht sich dabei einiger technischer Ausdrücke, die hier an Hand der Figuren I und II auf S. XI erklärt werden sollen.

Fig. I zeigt den Grundriß eines Ausschnittes einer Bastionärhefestigung im Maßstab 1 : 5000 und Fig. II einen Vertikalschnitt im Maßstab 1 : 1250 längs der schwach gebrochenen Linie AA_1 des Grundrisses. Der letztere stellt drei mit B_1 , B_2 und B_3 bezeichnete *Bastionen* oder *Bollwerke* dar, welche die Gestalt von Fünfecken haben, die auf einer Seite, nämlich gegen das Innere des befestigten Platzes, offen sind. Die Ecke, die der offenen Seite gegenüberliegt, ist die *Bastionsspitze*. Die in ihr zusammenstoßenden Wallteile sind die *Facen* und die sich rückwärts an sie anschließenden Wallteile die *Flanken*. Die Gerade, die den von den Facen gebildeten Winkel halbiert, wird *Kapitale* genannt. Der Punkt, wo die Flanke an die Face anstößt, heißt *Schulterpunkt*. Während die Flanken der Bastionen B_2 und B_3 geradlinig verlaufen, sind die der Bastion B_1 in der Weise kreisförmig gekrümmt, wie sie VAUBAN anfänglich anlegte; überdies schließen sie nicht, wie bei B_2 und B_3 , an die Schulterpunkte an, sondern sie sind etwas zurückgesetzt, wodurch an jedem Schulterpunkt ein *Orillon* oder *Bollwerksohr* entsteht, das den Zweck hat, die dahinterliegenden Batterien zu decken. Der Teil des Walles, der zwei benachbarte Bastionen verbindet, heißt *Courtine*. Die Bastionen und Courtinen bilden zusammen die fortlaufende gebrochene Linie des Hauptwall H (Fig. II), bestimmt zur Aufstellung von Geschützen, aber auch eingerichtet zur Verteidigung mit dem Gewehr. Vor dem Hauptwall zieht sich ein breiter Graben hin. Vor der Courtine rechts befindet sich das *Ravelin* R_2 (von den Franzosen auch *Demi-lune* genannt), dessen Wall nur aus den beiden Facen besteht, während das Ravelin R_1 vor der Courtine links noch zwei kurze Flanken hat. Zwischen der Courtine links und dem zugehörigen Ravelin ist zur wirksamen Grabenverteidigung eine *Grabenschere* (*Tenaille*) eingebaut. Vor den beiden Facen der mittleren Bastion wurde zu ihrem Schutz eine *Contregarde* C angelegt und vor der Spitze der Bastion B_3 ein *Halbmond* M , wie ihn ROUBIN in Holland gesehen haben mag. Vor dem Graben, der alle genannten Anlagen umzieht, befindet sich der *gedeckte Weg* G , der in den einspringenden Ecken *Waffenplätze* W aufweist, die oft zu hartnäckiger Verteidigung eingerichtet waren und an die sich eine für Infanterieverteidigung eingerichtete Umwallung anschließt; sie zieht sich vor dem gedeckten Weg hin und soll ihn vor feindlicher Einwirkung schützen. Rampen, Brücken und unterirdische Gänge, die die einzelnen Befestigungsteile miteinander verbinden, sowie Traversen zum Schutze gegen seitliches Feuer sind der Einfachheit halber in der Zeichnung weggelassen worden.

Die Profilierung der einzelnen Teile der ganzen Befestigungsanlage zeigt Fig. II. Die Zahlen geben an, wie viele Meter eine im Grundriß angegebene Linie oder ein im Profil angedeuteter Punkt mit + über, mit — unter dem Bauhorizont liegt, der in der Fig. II durch die punktierte Linie bezeichnet ist, an deren Enden ± 0 steht. Die den Hauptwall



auf der Vorderseite begrenzete, mit einwärts angebrachten Strebepfeilern versehenen Mauer heißt *Escarpe* und die ihr jenseits des Grabens gegenüberliegende Mauer *Contre-Escarpe*. Der Teil des Hauptwalls, der die Escarpemauer überragt, wird *Brustwehr* (*Parapet*) genannt, weil er den hinter ihm stehenden Schützen Deckung vor den feindlichen Geschossen gewähren soll (Fig. 11). Derartige Brustwehren befinden sich auf jedem zur Verteidigung eingerichteten Wall, insbesondere auch auf den Ravelins, der Contre-Garde und der Graden-schere. Die kürzeste Linie an jeder Brustwehr, die *Feuerlinie* (*Crite*), wird in Fig. 1 durch einen etwas dickeren Strich dargestellt. Die ganz schwach geneigte Fläche vor der Feuerlinie des gedeckten Weges, die sich im Vorgelände verliert, heißt *Gilacis*. Die zwischen den Kapiteln zweier benachbarter Bastionen liegenden Teile einer Festung bilden eine *Festungsfront*.

Bei der Belagerung einer Festung richtete sich der durch VAUEN bis in alle Einzelheiten ausgebildete förmliche Angriff meistens gegen eine bestimmte Front. Nach Zurückdrängung der Vortruppen des Verteidigers legte man parallel zur Angriffsfront im Abstand von etwa 575 m von den nächsten Festungswerken einen Schützengraben, die *erste Parallele* genannt, an, der von den Schnittpunkten mit den die Front begrenzenden Kapiteln parallel zu den Nachbarfronten verlängert wurde. In die erste Parallele baute man die *Brechet-batterien* und einzelne Wurfbatterien ein. Die Geschosse der ersteren sollten die Deckungen des Verteidigers in möglichst flachen Bogen überfliegen und die Festungslinien in mehreren Sprüngen der Länge nach bestreichen. Von der ersten Parallelen ausgehend schnitt man dann im Zickzack Laufgräben oder *Sappen* ein, deren Richtung so gewählt wurde, daß sie von der Festung aus nicht der Länge nach bestrichen werden konnten. Gegen die Festung zu waren sie mit einer Brustwehr versehen und hatten den Zweck, die Verbindung der ersten mit der *zweiten Parallelen* herzustellen, die ebenfalls in Schützengrabenprofil in einer Entfernung von etwa 250 m vom befestigten Platze angelegt wurde. In dieser Linie oder unmittelbar davor und durch einen Laufgraben damit verbunden wurden die *Démontier-batterien*, deren Geschütze die des Verteidigers zum Schweißen bringen sollten, und ferner *Wurfbatterien* gebaut. Von der zweiten Parallelen aus wurden wiederum Sappen vorge-trieben und dann wurde am Fuße des Gilacis zur Aufnahme von Mörserbatterien die *dritte Parallele* erstellt. Hernach ging man von dieser aus mit traversierten Sappen gegen die Feuerlinie des gedeckten Weges vor und etablierte dort die *Brechetbatterien* zum Zerstören des Mauerwerkes und die *Contrebatterien* zur Bekämpfung der nicht selten kasemattierten Batterien der Bastionsflanken. Hatte die Breche eine genügende Breite erreicht, so schritt der Angreifer, wenn nötig, über den Grubenniedergang zum Sturm, den der Verteidiger gelegentlich dadurch zu vereiteln suchte, daß er in der Bastion hinter der Breche ein *Retranchement*, das heißt eine neue Verteidigungslinie, einbaute.

Die Artillerie schlenderte um die Mitte des 18. Jahrhunderts aus glatten Vorderladern kugelförmige eiserne Geschosse und Kartätschen. Die Bezeichnung eines Geschützes als Sechspfünder, Zwölfpfünder usw. richtete sich nach dem Gewicht einer gußeisernen Vollkugel, deren Durchmesser mit dem Kaliber des betreffenden Geschützrohres übereinstimmte. Das Artilleriematerial zeigte in allen europäischen Staaten eine große Mannigfaltigkeit. Die kurze Charakteristik und Benennung der Geschütze auf Seite 320 ist deutschen Verhältnissen in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts angepaßt. Das Wort *Kartana* oder *Cartone* (mittelateinisch *Quartana*) bezeichnete ursprünglich ein kurzes Geschütz, dessen Geschossgewicht ein Viertel des 100 bis 200 Pfund schweren Geschosses eines „Hauptstückes“ betrug.

Die zahl- und anlauffreichen „Anmerkungen“, die EULER in der Übersetzung des ROBINSSCHEN Buches den einzelnen „Sätzen“ hat folgen lassen, bilden die erste Darstellung der innern, äußern und Ziel-Ballistik unter Zuhilfenahme der Infinitesimalrechnung. Auf Grund der Versuchsergebnisse von ROBINS setzt er den Widerstand, den die Bewegung einer Kugel durch die Luft erleidet, gleich dem Gewicht eines über ihrer Großkreisfläche stehenden Zylinders vom spezifischen Gewicht der Luft, die das Geschöß umgibt, und von der Höhe $\frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{h}$. Dabei bedeutet h die Höhe eines Zylinders, der mit dem soeben genannten in der Basis und dem spezifischen Gewicht übereinstimmt, dessen absolutes Gewicht jedoch dem über der Basis lastenden Luftdruck gleichkommt, während v die Höhe bedeutet, bis zu welcher ein Körper, der mit der augenblicklichen Geschößgeschwindigkeit lotrecht aufwärts geworfen wird, im luftleeren Raum steigt. Der Versuch, die Koordinaten der Flugbahnpunkte unter Voraussetzung dieses Luftwiderstandsgesetzes als Funktionen des Abgangswinkels und des Neigungswinkels der Bahntangenten gegen die Horizontale durch unendliche Reihen darzustellen, führte zu keinem befriedigenden Resultat. J. H. LAMBERE hat dann später, ausgehend von der Annahme, daß der Luftwiderstand dem Quadrat der Geschößgeschwindigkeit proportional sei, derartige Reihenentwicklungen durchgeführt.¹⁾

schon am 29. Juli 1752 der Berliner Akademie vorgelegt worden. EULER nimmt darin den Luftwiderstand proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit an und ersetzt dann, was bei sich ergebenden Integrale ausrechnen zu können, die Flugbahn durch eine gekrümmte Linie. Jeder ihrer Teile wird durch Streckung eines Flugbahnbogens erhalten und ist gegen die Horizontale unter einem Winkel geneigt, der ein Mittelwert der Winkel ist, welche die Tangenten in den Endpunkten jenes Bahnbogens mit der Horizontalen einschließen. Diese Abhandlung bildet insofern die Grundlage der modernen äußern Ballistik, als hier zum ersten Mal die Methode angewandt wird, eine von der Zeit abhängige Größe *per Teil der Flugbahn* durch einen Mittelwert zu ersetzen, um die Gestalt der ersteren näherungsweise bestimmen zu können; ein Verfahren, das gegenwärtig noch eingeschlagen wird.

Die Abhandlung 411 (des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses) *De ictu glandium contra tabulam cyphorum* ist nach den Akten am 14. Januar 1771 der Petersburger Akademie vorgelegt worden und auch in demselben Jahr in den *Novi Commentarii* erschienen. Sie hat das Eindringen eines Geschosses in eine Zielscheibe, die zuerst als feststehend, sodann aber auch als in horizontaler Richtung beweglich angenommen wird, sowie das Durchschlagen der Scheibe zum Gegenstand. Als lebendige Kraft (*vis viva*) eines bewegten Körpers wird hier auch das Produkt aus seinem Gewicht und dem Quadrat seiner Geschwindigkeit bezeichnet und es wird gezeigt, daß der Verlust an lebendiger Kraft, den das bewegte System beim Eindringen des Geschosses in die Scheibe erleidet, der Größe proportional ist, die man jetzt die vom Geschöß geleistete Arbeit nennt.

Die folgende Abhandlung 853 (des ENESTRÖMSCHEN Verzeichnisses) *Meditatio in experimentis explosione tormentorum nuper instituta*, auf die schon am Anfang des Vorwortes hingewiesen worden ist, wurde erst 1862 in den *Opera postuma* veröffentlicht. Wie aus dem Wort „nuper“ geschlossen werden muß¹⁾, ist sie 1727 oder 1728 geschrieben worden. Sie knüpft an sieben Schießversuche an, die mit einem senkrecht aufwärts gerichteten Geschützrohr angestellt worden waren, dessen Seele nach dem dritten Schießversuch um ein Fünftel ihrer Länge verkürzt wurde. Die Abhandlung enthält die Berechnung der Steighöhe und der Steigzeit des Geschosses aus der ganzen gemessenen Flugzeit mit Hilfe einer Formel, deren Herleitung nicht angegeben ist, die aber auf dem NEWTONSCHEN Luftwiderstandsgesetz beruht und die im wesentlichen von EULER in seiner *Mechanica* entwickelt ist. Es bestehen jedoch zwischen den Gewichten der verwendeten Ladungen einerseits und den beobachteten Flugzeiten andererseits Widersprüche, die sich nur durch irrtümliche Deutungen der in den Versuchsprotokollen enthaltenen Zahlen erklären lassen. Beim ersten Versuch sind vermutlich 8 Loth im Versuchsprotokoll für 8 Unzen gehalten und daher mit

1) G. ENESTRÖM, *Kleine Bemerkungen zur letzten (dritten) Auflage von CASTRONS Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Biblioth. Mathem. 14₃, 1913—1914, p. 81.

16 Loth wiedergegeben worden; auf dieselbe Weise müßen beim zweiten Versuch aus 4 Loth 8 Loth geworden sein. Der in Hinsicht auf die Geschützrohrlängen offensichtliche Widerspruch, der beim dritten und vierten Versuch zwischen den beobachteten Flugzeiten besteht, läßt vermuten, daß die Flugzeit beim dritten Versuch nicht 2, sondern 11 Sekunden betrug, daß aber die Zahl 11 für eine römische II gehalten und daher mit 2 wiedergegeben wurde. Die Rechnung ergibt nämlich für eine Flugzeit von 11 Sekunden eine Steighöhe von 472,6 rheinischen Fuß, was mit der Steighöhe, die man beim vierten Experiment erhält, gut harmonisiert. DANIEL BERNOULLI hat übrigens die Beobachtungsergebnisse der in Rede stehenden Schießversuche im Jahre 1727 mathematisch bearbeitet und die Ergebnisse seiner Rechnungen in den *Commentationes academicae scientiarum Petropolitanae* 2, p. 338, sowie in seiner *Hydrodynamica*, p. 236 und 237, zusammengestellt. Der Umstand, daß er die Längen in englischen Fuß angibt und das spezifische Gewicht des Eisens in bezug auf atmosphärische Luft zu 7650 annimmt, während EULER hierfür 7000 setzt, erklärt im Zusammenhang mit den erwähnten wahrscheinlichen Versuchen die Abweichung der berichtigten EULERSCHEN Rechengenergebnisse von denen BERNOULLIS. Vermutlich hätte EULER selbst die numerischen Rechnungen, die den Inhalt der Abhandlung bilden, niemals drucken lassen. Seine Anzeichnungen sind aber gleichwohl von Wert, einmal, weil sie erkennen lassen, daß er sich anfänglich an das NEWTONSCHE Luftwiderstandsgesetz gehalten hat, und sodann, weil darin zum ersten Mal in der Literatur der Buchstabe e zur Bezeichnung der Basis der natürlichen Logarithmen Verwendung findet, worauf ENESTRÖM¹⁾ aufmerksam gemacht hat.

In dem Bericht, den ENESTRÖM über die EULERSCHEN Manuskripte der Petersburger Akademie veröffentlicht hat, werden neun Notizblätter²⁾ erwähnt. Das vierte derselben enthält p. 437—438 ein Fragment mit der Überschrift: *De motu globi per tubum tortuatum explosi*. Nach ENESTRÖM ist das Eintragen der Notizen in diesen vierten Band in die Jahre 1740—1750 zu versetzen. Die kurze Notiz *De motu globi*, die sich mit der Bewegung eines Geschosses in einem gezogenen Rohr beschäftigt, erschien auch vom rein mathematischen Standpunkte aus wert, in die *Opera omnia* aufgenommen zu werden, weil darin bereits das Integral vorkommt, mit dem sich EULER dann in den *Institutiones calculi integralis*³⁾ ausführlicher befaßt hat, nämlich der von SÖLDNER⁴⁾ später so genannte *logarithmus integralis*.

1) Siehe die Anmerkung p. XIV.

2) G. ENESTRÖM, *Bericht an die Eulerkommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft über die EULERSCHEN Manuskripte der Petersburger Akademie*, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 22, 1913, Zweite Abt., p. 191.

3) *Institutiones calculi integralis*, vol. I, Petropoli 1768, cap. 4, § 228, p. 125; LEONHARDI EULERI *Opera omnia*, series I, vol. II, p. 127.

4) J. SÖLDNER (1777?—1833), *Théorie et tables d'une nouvelle fonction transcendante*, Munich 1809.

ÜBERSICHT

über die im vorliegenden Bande vorkommenden Maßeinheiten.

1. Längeneinheiten.

rheinländischer Fuß (Schuh) ≈ 12 Zoll $\approx 12 \cdot 12$ Linien $\approx 0,31385$ Meter.
 rhenanum pedis rhenum $\approx \frac{1}{1000}$ rheinländische Fuß.
 englischer Fuß (Schuh) $\approx \frac{1}{3}$ Yard ≈ 12 Zoll $\approx 0,30479$ Meter.
 rheinländischer Fuß $\approx 1,00297$ englische Fuß.
 englischer Fuß $\approx 0,9711$ rheinländische Fuß.
 englischer Faden (fathom) ≈ 2 Yard ≈ 6 Fuß $\approx 1,8288$ Meter.
 englische Meile (statute mile) ≈ 880 Fathoms ≈ 5280 Fuß $\approx 1609,344$ Meter.
 pariser Fuß $\approx \frac{1}{6}$ Toise ≈ 12 Zoll $\approx 12 \cdot 12$ Linien $\approx 0,32484$ Meter.
 parisischer Faden ≈ 1 Toise $\approx 1,9490$ Meter.

2. Gewichtseinheiten.

englisches Troy-Pfund ≈ 12 Unzen ≈ 240 Pennyweights ≈ 5760 Grains $\approx 373,2419$ Gramm.
 (Troy) Unze (≈ 480 Grains) wird beim Apothekergewicht in 8 Drachmen $\approx 8 \cdot 3$ Skrupel geteilt.
 englisches Avoirdupois-Pfund ≈ 16 Unzen ≈ 256 Drachmen ≈ 7000 Grains $\approx 453,5926$ Gramm.
 ein beider Gewichte $\approx 0,0648$ Gramm.
 Avoirdupois-Pfunde ≈ 175 Troy-Pfunden.
 Avoirdupois-Unzen ≈ 175 Troy-Unzen.
 Avoirdupois-Unze $\approx 437 \frac{1}{2}$ Grains $\approx 28,3495$ Gramm.
 englischer Quintal ≈ 112 Avoirdupois-Pfunden $\approx 50,802$ Kilogramm.
 (engl.) Ton ≈ 20 Quintal $\approx 1016,048$ Kilogramm.
 holländisches Troy-Pfund ≈ 16 Unzen $\approx 492,1677$ Gramm.
 holländisches Handelspfund ≈ 32 Loth $\approx 494,0904$ Gramm.
 pariser Pfund ≈ 16 Unzen $\approx 16 \cdot 576$ Grains $\approx 489,5058$ Gramm.
 Nürnberger Pfund¹⁾ Handelsgewicht ≈ 2 Mark ≈ 16 Unzen ≈ 32 Loth ≈ 128
 $\approx 509,7$ Gramm.

1) Nach v. ALTEN, *Handbuch für Heer und Flotte* 4, p. 196, bediente man sich zu A. 18. Jahrh. in Deutschland bei der Artillerie des Nürnberger Pfundes zur Bezeichnung der Gewichte. F. R. S.

INHALT

Dieser Band umfaßt die Nummern 77 (*Neue Grundsätze*), 217, 411, 853 des Knesenormann'schen Verzeichnisses
sowie ein unedirtes Fragment.

I

NEUE GRUNDSÄTZE DER ARTILLERIE

Seite

aus dem Englischen des Herrn BENJAMIN ROBINS übersetzt
und mit vielen Anmerkungen versehen.

Berlin 1745.

VORREDE EULERS 3

VORBERICHT DES VERFASSERS 10

oder

eine historische Nachricht von dem Ursprung und Aufnehmen
der Fortification und Artillerie

ANMERKUNGEN DES ÜBERSETZERS 45

Hinweis auf die Untersuchungen von HUYGENS, NEWTON, JOH. und D. BERNOULLI
und HERMANN über den Luftwiderstand, sowie von JOH. BERNOULLI, PAPIN, BRACH
und D. BERNOULLI über die Verbrennung des Schießpulvers.

ERSTES CAPITEL

VON DER GEWALT DES SCHIESS-PULVERS

ERSTER SATZ

Wenn Schieß-Pulver sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum zündet wird, so wird durch die Entzündung eine beständige, flüssige und unerschöpfliche Ausdehnungskraft versehene Materie hervorgebracht.¹⁾

Anmerkung²⁾

EULERS Kritik der ROBINSSCHEN Darlegungen.

ZWEYTER SATZ

Enthaltend eine ausführlichere Erklärung der Umstände, welche bey der Zündung des Pulvers, sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, bey den vorhergemeldten Experimenten beobachtet werden.

Anmerkung

EULER schließt aus den ROBINSSCHEN Versuchen auf die Eigenschaften der Luft, in seiner Ansicht, im Schießpulver eingeschlossenen Luft und teilt seine Anschauung über die Natur der atmosphärischen Luft und des Salpeters mit.

DRITTER SATZ

Die Elasticität oder Ausdehnungs-Kraft der aus dem Pulver erzeugten flüssigen Materie ist, wann die übrigen Umstände einerley sind, ihrer Dichte oder Zusammendrückung proportional.

Anmerkung

EULER hält es für möglich, daß der Druck eines Gases von großer Dichte mit der Dichte letzteren nicht mehr proportional sei.

1) Die „Zusätze“, die ROBINSON einzelnen seiner „Sätze“ hinzugefügt hat, werden in dem Inhaltsverzeichnis nicht besonders aufgeführt. F. R. S.

2) Wie aus der Vorrede EULERS, S. 8, hervorgeht, rühren die „Anmerkungen“, die zu jedem „Satz“ folgen, samt den zugehörigen Figuren nicht von ROBINSON, sondern von EULER her. F. R.

VIERTER SATZ

58

Die Elasticität und Menge dieser subtilen Materie, welche aus einer gegebenen Elasticität Pulver gezeuget wird, genau zu bestimmen.

Anmerkung

62

Vergleichung von Gewichtseinheiten. EULER macht auf die Abhängigkeit der Dichte der Luft von der Temperatur aufmerksam.

FÜNFTER SATZ

63

Den Zuwachs der Elasticität der Luft zu bestimmen, wann dieselbe auf den Grad glühenden Eisens erhitzt wird.

Anmerkung

64

EULER bezweifelt, daß der Druck eines Gases bei großer Dichte in derselben Weise von der Temperatur abhängt, wie bei geringerer Dichte.

SECHSTER SATZ

65

Zu bestimmen, um wie viel die Elasticität der subtilen Materie, welche aus dem Pulver erzeugt wird, noch durch die Hitze, womit die Entzündung begleitet wird, vergrößert werde.

Anmerkung

67

Ueber die Abhängigkeit der Wärmequantität der Körper von ihrer Dichte. EULER hat die Absicht, in den folgenden Anmerkungen die Richtigkeit der ROBINSSCHEN Formeln dadurch zu prüfen, daß er auf Grund derselben die Wirkungen der Pulvergase berechnet und die Ergebnisse der Rechnung mit denen der Beobachtung vergleicht.

SIEBENTER SATZ

69

Wenn die Länge und Weite eines Stückes, nebst der Schwere der Kugel und der Dichte des Pulvers, bekannt sind, die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die Kugel aus dem Stücke herausgetrieben wird; es wird aber auch die Elasticität des Pulvers im Augenblicke der Entzündung für bekannt angenommen. (Fig. 1, p. 70.)

Erste Anmerkung

77

Lösung der im siebenten Satz genannten Aufgabe durch Rechnung.

Zweyte Anmerkung

Berechnung der Mündungsgeschwindigkeit des Geschosses unter Berücksichtigung des Gegendruckes der Atmosphäre.

Dritte Anmerkung

Die Geschosfreibung im Rohr. Der Druckverlust infolge der Gasentweichung aus dem Zündloch und den Spielraum.

Vierte Anmerkung

EULER macht auf die ungleichmäßige Verteilung des Druckes im Rohr dem Geschos aufmerksam und weist, gestützt auf die Ergebnisse der Schießversuche des Generals GÜNTHER und die Schußweiten, die mit gezogenen Rohren erzielt worden, nach, daß die Pulverladung nicht plötzlich, sondern allmählich verbrannt.

ACHTER SATZ

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich eine Kugel in einer jeglichen Richtung von dem Stück bewegt, durch die Erfahrung zu bestimmen. (Fig. 2 und 3.)

Erste Anmerkung

Experimentelle Ermittlung des Schwerpunktes und des Schwingungsmittelpunktes des ballistischen Pendels. (Fig. 4, p. 100.)

Zweyte Anmerkung

Berechnung der Geschosgeschwindigkeit aus dem Ausschlag des ballistischen Pendels nach ROBINS. (Fig. 5, p. 103.)

Dritte Anmerkung

Verbesserte Berechnung der Auftreffgeschwindigkeit und der Eindringung eines Geschosses aus dem Pendelausschlag. (Fig. 6, p. 108.)

Vierte Anmerkung

Berechnung der Geschosgeschwindigkeit unter Berücksichtigung der Verzögerungen, welche die Pendelbewegung durch den Luftwiderstand erleidet. (Fig. 7, p. 115.)

	Seite
NEUNTER SATZ	121
Die wirklichen Geschwindigkeiten, womit Kugeln von unterschiedener Art aus hieß-Gewehren getrieben werden, mit der Theorie zu vergleichen.	
Erste Anmerkung	131
Ueber die Fehler, die sich aus der ROUXSSCHEN Berechnungsweise der Ge- schwindigkeit eines Geschosses aus dem Pendelausschlag ergeben.	
Zweyte Anmerkung	136
Berechnung der Anfangsspannung der Pulvergase aus der Ladung und dem Pendelausschlag, den das Geschöß bewirkt.	
Dritte Anmerkung	141
Die Abhängigkeit der Wandstärke des Geschützrohres vom Druck der Pulver- gase. Der Rückstoß. (Fig. 8, p. 142.)	
Vierte Anmerkung	147
Die beste Form des Laderaumes.	
ZEHNTER SATZ	149
Die Veränderungen, welchen die Gewalt des Pulvers nach den verschiedenen Ständen der Atmosphäre unterworfen ist, zu bestimmen.	
Anmerkung	155
Der Einfluß der Feuchtigkeit der Luft auf die Triebkraft des Pulvers.	
ELFTER SATZ	157
Die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die aus der Entzündung des Pulvers entstehende Flamme durch ihre eigene Ausdehnungs-Kraft fortgetrieben wird, wenn eine Kugel noch ein anderer Körper vor das Pulver in dem Stück geladen ist.	
Erste Anmerkung	162
Berechnung der Geschwindigkeit der bei der Pulververbrennung entstehenden Flamme. (Fig. 9, p. 164.)	

Zweyte Anmerkung

Berechnung der Mündungsgeschwindigkeit eines Geschosses. Angabe einer Formel zur Berechnung der Spannung eines Gases aus seiner Dichte.

Dritte Anmerkung

EULER wendet die in der vorhergehenden Anmerkung mitgetheilte Formel zur Berechnung der Spannung der Pulvergase an.

Vierte Anmerkung

Bestimmung der Geschwindigkeit der Flamme und des Geschosses unter der Annahme, daß die Ladung nicht vollständig verbrennt. (Fig. 10, p. 177.)

Fünfte Anmerkung

Die Beurteilung der Güte des Schießpulvers. Ermittlung der Ladung, die ein Geschöß die größte Mündungsgeschwindigkeit erteilt.

Sechste Anmerkung

Berechnung der Mündungsgeschwindigkeit eines Geschosses unter der Annahme, daß das Pulver allmählich verbrennt.

Siebente Anmerkung

Ermittlung der Mündungsgeschwindigkeit eines Geschosses unter der Annahme, daß nur ein Teil der Ladung, dieser jedoch plötzlich, verbrennt.

Achte Anmerkung

EULER berechnet die Mündungsgeschwindigkeit eines Geschosses unter Berücksichtigung des Gasverlustes durch das Zündloch und den Spielraum, vorausgesetzt, daß nur ein Teil der Ladung, dieser jedoch plötzlich, verbrennt.

ZWÖLFTER SATZ

Die Gewalt zu untersuchen, mit welcher eine Kugel, so von der Ladung mehr oder weniger entfernt ist, fortgetrieben wird.

Anmerkung

EULER bestimmt die Mündungsgeschwindigkeit unter der Annahme, daß das Geschöß mit Abstand von der Pulverladung ins Rohr gesetzt wird.

DREYZEHNTER SATZ

225

Die verschiedenen Gattungen der Pulver heranzählen, und den sichersten Weg anzuzeigen, um die Güte desselben zu erforschen.

Anmerkung

231

Bestimmung eines Koeffizienten, der als Maß für die Güte des Pulvers dienen kann.

DAS ZWEYTE CAPITEL

237

VON DEM WIEDERSTANDE DER LUFT UND DEM WEGE
WELCHEN EINE KUGEL ODER BOMBE IN DER LUFT
BESCHREIBET

ERSTER SATZ

238

Die allgemeinen Grundsätze des Widerstands, welchen flüssige Materien auf harte Körper, so sich darinn bewegen, ausüben, zu beschreiben und fest zusetzen.

Erste Anmerkung

246

Das Beharrungsvermögen als Ursache der Entstehung von Krüfeln.

Zweyte Anmerkung

250

Die longitudinale Bewegung eines Cylinders in einer unelastischen und in einer vollkommen elastischen Flüssigkeit. Die Bewegung einer schief zur Bewegungsrichtung liegenden ebenen Fläche und einer Kugel im widerstehenden Mittel. (Fig. 11, p. 251, Fig. 12, p. 255, Fig. 13, p. 257.)

Dritte Anmerkung

259

Die Bewegung eines Cylinders in einem cylindrischen mit Flüssigkeit gefüllten Kanal unter der Annahme, daß die Cylinderachse mit der Achse des Kanals zusammenfällt. (Fig. 14, p. 263, Fig. 15, p. 268, Fig. 16, p. 269.)

Vierte Anmerkung

270

Der Luftwiderstand gegen sehr rasch bewegte Körper und seine Abhängigkeit von ihrer Gestalt. (Fig. 17, p. 274, Fig. 18, p. 279.)

ZWEYTER SATZ

Wie man den Widerstand der Luft, welchen ein darinn bewegter Körper durch Versuche bestimmen soll?

Erste Anmerkung

Berechnung der Endgeschwindigkeit für die Kernschußweite. (Fig. 19, p.

Zweyte Anmerkung

Der freie Fall in der Luft. (Fig. 20, p. 293.)

Dritte Anmerkung

Ueber die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Geschwindigkeit.

DRITTER SATZ

Wie man die verschiedenen Vermehrungen der widerstehenden Kraft der nach den verschiedenen Geschwindigkeiten der darinn bewegten Körper bestimmen soll? (Fig. 21, p. 301.)

Erste Anmerkung

Aufstellung des den Versuchsergebnissen angepaßten Ausdruckes $\frac{1}{2}v +$ für den Luftwiderstand.

Zweyte Anmerkung

Bestimmung des Coefficienten g aus den Schießversuchen.

VIERTER SATZ

Wie man die Geschwindigkeit, mit welcher Müssketen- und Canonen-Kugeln durch Hilfe der gewöhnlichen Ladung Pulver herausgeschossen werden, bestimmen soll? (Fig. 22, p. 316.)

Erste Anmerkung

EULER berechnet die Mündungsgeschwindigkeit aus dem Ladungsquotienten der Seelenlänge gemessen in Kalibern.

Zweyte Anmerkung

Berechnung der Mündungsgeschwindigkeit für Seelenlängen von 10 bis 40 Kalibern und die Ladungsquotienten $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$.

Dritte Anmerkung

331

Berechnung der vorteilhaftesten Seelenlänge bei vorgeschriebener Mündungsgeschwindigkeit.

Vierte Anmerkung

335

BEUER bespricht die Abhängigkeit der Wandstärke des Geschützrohres von der Beschaffenheit der Ladung und des Geschosses.

Fünfte Anmerkung

339

Bestimmung der Ladung, welche für ein gegebenes Verhältniß der Seelenlänge zum Kaliber die größte Mündungsgeschwindigkeit ergibt.

FÜNFTER SATZ

346

Wenn eine Canonenkugel von 24 Pfund mit voller Ladung geschossen wird, so ist der Widerstand der Luft, indem dieselbe aus der Canone herausfährt, mehr als zwanzig mal größer, als das Gewicht derselben.

Erste Anmerkung

349

Bestimmung des Luftwiderstandes nach dem in der Ersten Anmerkung zum Dritten Satz aufgestellten Gesetz für den im Fünften Satz erwähnten Spezialfall.

Zweyte Anmerkung

351

Analytische Ableitung der Gesetze der Wurfbewegung im luftleeren Raum. (Fig. 23, p. 352.)

SECHSTER SATZ

357

Die Bahn, nach welcher sich eine Bombe oder Stück-Kugel in der Luft bewegt, ist weder eine Parabel, noch bey nahe eine Parabel, wenn die Geschwindigkeit, womit dieselben geschossen werden, nicht sehr geringe ist.

Erste Anmerkung

361

Bestimmung der Flugbahn und Flugzeit für den Horizontalschuß auf eine kurze Strecke unter der Annahme, daß der Luftwiderstand nur horizontal wirke. (Fig. 24, p. 362.)

Zweyte Anmerkung

368

Bestimmung der Steighöhe und Flugzeit aus der Mündungsgeschwindigkeit für den Vertikalschuß. Ermittlung der Steighöhe und Mündungsgeschwindigkeit aus der Flugzeit. (Fig. 25, p. 369.)

Dritte Anmerkung

Berechnung der Koordinaten der Flugbahnpunkte aus dem Gewicht, der Dringungsgeschwindigkeit und Abgangsrichtung des Geschosses sowie aus dem Druck der Dichte der Luft.

SIEBENTER SATZ

Ausser dem, daß die Kugeln in ihrem Flug durch die Kraft der Schwerkraft wärts gezogen werden, so werden dieselben auch öfters von einer andern Kraft wärts entweder zur rechten oder zur linken getrieben.

Erste Anmerkung

Allgemeine Erörterungen über die Bewegung eines starren Körpers und die Einwirkung äußerer Kräfte mit Anwendung auf die Geschößbewegung.

Zweyte Anmerkung

Die Bewegung einer rotirenden Kugel in der Luft. (Fig 26, p. 402.)

ACHTER SATZ

Wenn gleich große und gleich schwere Kugeln auf eben denselben Körper mit verschiedenen Geschwindigkeiten stossen, und in denselben hinein gedrungen werden, so werden sich die verschiedenen Tiefen, auf welche die Kugeln hinein gedrungen werden, heymale verhalten, wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten. Und der Widerstand solcher harten Körper wird, in Ansehung des Hineindringens der Kugel, immer umgekehrt so groß seyn.

Anmerkung

EULER bestimmt die Eindringungstiefe eines Geschosses aus der Anfangsgeschwindigkeit, dem Kaliber und dem Eindringungswiderstand pro Flächeneinheit.

II

BALLISTISCHE ABHANDLUNGEN

	Seite
7. Recherches sur la véritable courbe que décrivent les corps jetés dans l'air ou dans un autre fluide quelconque	413
Mémoires de l'académie des sciences de Berlin [9] (1753), 1755, p. 321-352	
1. De ictu glandium contra tabulam explosarum.	448
Novi commentarii academicae scientiarum Petropolitanae 15 (1770), 1771, p. 414-436	
3. Meditatio in experimenta explosione tormentorum nuper instituta. .	468
Opera posthuma 2, 1862, p. 800-804	
Fragmentum novum ex <i>Adversariis mathematicis</i> depromptum	478
Ex manuscriptis academicae scientiarum Petropolitanae nunc primum editum	
amenverzeichnis.	483

I

NEUE GRUNDSÄTZE
DER ARTILLERIE

Neue Grundsätze
der
ARTILLERIE

enthaltend

die Bestimmung der Gewalt des Pulvers

nebst

einer Untersuchung

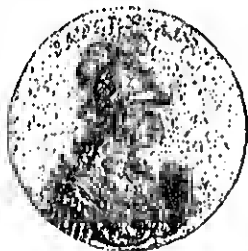
über den Unterschied des Widerstands der Luft in schnellen und
langsamen Bewegungen

aus dem Englischen des Hrn. Benjamin Robins
übersetzt und mit den nöthigen Erläuterungen und
vielen Anmerkungen versehen

von

Leonhard Euler

Königl. Professor in Berlin.



Berlin bey A. Haude
Königl. und der Academie der Wissenschaften
priv. Buchhändler. 1745.

VORREDE

Die Artillerie ist schon von langer Zeit her als ein Theil der Mathematik angesehen worden, indem dieselbe ohne eine hinlängliche Erkenntniß der Arithmetik und Geometrie nicht abgehandelt werden kann. Was zwar die Zubereitung des Pulvers betrifft, daher die Artillerie ihren Ursprung genommen, so läuft dieselbe vielmehr in die Chymie, als in die Mathematik: will man aber von der Ursache der erstaunenswürdigen Kraft, womit das Pulver begabet ist, Nachricht haben, so muß man die Natur-Wissenschaft zu Rathe ziehen. Ungeachtet aber die eigentliche Bestimmung der Kraft, welche die Wirkungen des Pulvers hervorbringt, zur Mathematik gehöret; so erfordert dieselbe doch eine so weitläufige Erkenntniß der höhern Geometrie und Mechanic, daß man genöthigt ist, dieselbe in den Anfangs-Gründen dieser Wissenschaft völlig mit Stillschweigen zu übergehen. Die Beschreibung der verschiedenen Feuer-Maschinen, welche in der Artillerie vorkommen, scheint auch nur in so fern mit den mathematischen Wissenschaften eine Verwandtschaft zu haben, als darinne die Verhältniß¹⁾ der verschiedenen Vermischungen betrachtet wird. Da sich nun diese auf die bloße Erfahrung gründen, die Mathematik aber eine solche Wissenschaft ist, welche nicht nur in einem jeglichen Fall die Verhältnisse anzeigt, sondern auch den Grund, worauf dieselben beruhen, aus der Natur der Sache selbst bestimmt; so ist klar, daß man sich aus der gewöhnlichen Verknüpfung der Artillerie mit der Mathematik in diesem Stücke nicht viel Vortheil versprechen könne. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Beschreibung der verschiedenen Arten von Stücken, Canonen und andern Schieß-Maschinen, von welchen gemeiniglich nur die Proportion ihrer Theile, wornach dieselben verfertigt zu werden pflegen, angezeigt wird, ohne sich um die Ursachen zu bekümmern, warum dieselben so, und nicht anders, angenommen worden. Die Erklärung und Einrichtung des Caliber-

1) „Die Verhältniß“ ist eine veraltete Form für „das Verhältniß“. Das erst im 18. Jahrhundert entstandene Wort wurde, wie so viele andere Wörter auf „nis“, bald mit dem weiblichen, bald mit dem sächlichen Artikel verbunden. Vgl. damit „die Befugnis“, „die Bewandniß“, „die Erkenntnis“ n. a. P. R. S.

Maßstabes scheint also hierbey das einzige zu seyn, wozu eine Erkenntniß und Geometrie erfordert wird, als welche sich auf die Cubische Verhältniß, ziehung der Cubic-Wurzel gründet. Insonderheit muß zwar die Mathematic genommen werden, wenn man den Weg, welchen eine Bombe oder Stük-Kugel beschreibt, bestimmen will; man nimmt aber gemeiniglich an, daß diese eine Parabel sey, und pflegt aus den Eigenschaften derselben anzurechnen einem jeglichen Bogenschusse die Kugel reichen müsse. Dieses würde sehr haben, wenn die Kugel in ihrer Bewegung keinen Widerstand litte; da aber stand der Luft bey so schnellen Bewegungen sehr merklich ist, so weicht die Linie, welche von einer Stük-Kugel beschrieben wird, sehr stark von einer Parabel ab. Und aus eben dieser Ursache hält auch derjenige Winkel, unter welchem weitesten geschossen wird, nicht 45 Grad, wie man gemeiniglich glaubt, sondern weniger. Wenn man aber die Natur derjenigen krummen Linie, nach welcher eine Canonen-Kugel in der That beweget, untersuchen will, so kann solches ohne Mathematic keinesweges geschehen.

Hieraus ist also klar, daß der Vortheil, welchen man bißher in der Artil-
lerie aus der Mathematic gezogen, sehr geringe ist, und daß eine gemeine Erkenntniß
wie solche in den gewöhnlichen Anfangs-Gründen erkläret zu werden pflegt
hinlänglich ist, in der Artil-
lerie denjenigen Nutzen zu schaffen, welchen man von dieser Wissenschaft verspricht. Wenn man aber die höhere Mathematic
nimmt, so ist man im Stande, so wohl die wahre Kraft des Pulvers, als die
Bewegung der Kugeln, auf das genaueste zu bestimmen; und da auf diesen zwey
die stürmischste Wissenschaft der Artil-
lerie beruhet, so können daraus auch die dahin gehörigen Stücke auf eine gründliche Art erkläret, und in ihr völlige
Erfahrung nicht im Stande ist, aus dieser Erkenntniß allen Nutzen zu ziehen.
kein Zweifel, ein erfahrener Artillerist werde diesen Abgang leicht ersetzen,
ihm mitgetheilte Erkenntniß in allen Umständen mit Vortheil anzuwenden.

Man pflegt gemeiniglich in den Gedanken zu stehen, als wenn die höhere
Mathematic bloß allein in solchen subtilen Speculationen bestünde, aus welchen man nicht
den größten Nutzen hoffen könnte, und daß man also Vortheile, welche man dies
nicht absprechen kann, nur allein den niedrigen und schon genugsam be-
nutzen der Mathematic zu danken habe. Allein dasjenige, was in Ansehung der
Artil-
lerie führt werden, ist schon hinreichend, dieses Vorurtheil völlig zu heben;
gar mit dem grösten Recht behaupten, daß keine Wissenschaft mit der
Artil-
lerie knüpfet ist, welche nicht, wenn sie gründlich ausgeführt werden soll,
die höhere Mathematic erfordere. Es finden sich so gar auch öfters die Gränzen

schaft noch nicht einmahl genugsam erweitert, um alle Umstände gehöriger maßen erklären zu können.

Um dieses deutlicher darzuthun, und dadurch den fast allgemeinen Vorwurf, welcher gegen die höhere Mathematic gemacht zu werden pflegt, aus dem Wege zu räumen, so wollen wir die fürnehmsten practischen Theile der Mathematic etwas genauer in Betrachtung ziehen.

In der Mechanic, welche in Erklärung und Bestimmung der Bewegung der Körper besteht, kommen nicht nur die schwehrsten Fragen vor, welche ohne eine sehr tiefe Einsicht in die höhere Mathematic unmöglich erörtert werden können, sondern es findet sich darinne keine einzige Maschine, deren Wirkung ohne eine solche Erkenntniß vollständig erklärt werden könnte. Was darinn insgemein von den Maschinen vorgebracht wird, gehet nur auf die Einrichtung derselben überhaupt, und man pflegt gemeiniglich dabey nicht mehr als das Gleichgewicht zwischen der Kraft, und dem Widerstand der Last, anzuzeigen. Da aber die Last nicht nur im Gleichgewicht erhalten, sondern auch in Bewegung gesetzt werden soll, so muß die Kraft der Last überlegen, und also grösser seyn, als zur Erhaltung des Gleichgewichts erfordert wird. Wie nun in diesem Fall die Bewegung beschaffen seyn, und mit was für einer Geschwindigkeit die Last bewegt werden müsse, davon findet man nicht ein Wort in den gemeinen Abhandlungen der Maschinen, ungeachtet hierauf die Haupt-Absicht und der Nutzen aller Maschinen beruhet. Dieses ist die fürnehmste Ursache, warum man sich fast auf keine auf dem Papier entworfene Maschine verlassen kann, ehe man davon eine wirkliche Probe gesehen. Die gemeine Erkenntniß der Mathematic ist nun keinesweges hinreichend, diesem Mangel abzuhelfen: sondern wenn man die wirkliche Bewegung so gar nur in den einfachen Maschinen bestimmen will, so ist man nicht im Stande, solches ohne die Infinitesimal-Rechnung zu verrichten, und es können sich öfters bey den gemeinsten Maschinen solche Umstände ereignen, zu deren Erklärung eine noch weit grössere Erweiterung der höheren Mathematic erfordert wird. Hierinne bestehet aber die vollständige Erkenntniß aller Maschinen, deren Nutzen folglich von Niemand in Zweifel gezogen werden kan, und gegen welche dasjenige, was davon insgemein vorgebracht wird, für nichts zu rechnen ist. Wenn man hergegen im Stande ist, für eine jegliche entworfene Maschine aus der Einrichtung derselben, und der Grösse der Kraft, die wirkliche Bewegung der Last zu bestimmen, so kann man daraus leicht durch Hülfe der höhern Mathematic eine jede Maschine zu dem höchsten Grad der Vollkommenheit bringen. Denn da man für einen jeden Fall, wenn die Kraft und Last gegeben wird, immer unendlich vielerley Maschinen erdenken kan, durch deren Hülfe die Last von der Kraft bewegt wird, so bestehet die wichtigste Frage darinne, wie man unter allen diesen Maschinen diejenige ausfindig machen soll, vermittelst welcher die Last am geschwindesten bewegt werde. Diese Frage kann aber ohne die so genannte höhere Mathematic unmöglich aufgelöset werden.

Wie unvollständig die Abhandlung der Hydrostatic und Hydraulik sey, auf die gemeinen Theile der Mathematic gegründet ist, wird ein jeder leicht erkennen, der sich nur den leichtesten Fall deutlich zu erklären bemühet. Denn die beweglichen Körper ist eine von den schweresten und verwirrtesten Materien, wo Mathematic und Physic immer vorkommen können, und mit einer gemeinen Mathematic ist darinne nicht das geringste anzurichten. Die berühmten Herren sind die ersten gewesen, welche diese so dunkle Materie auf eine gründliche Art beleuchtet haben. Der Hr. Professor DANIEL BERNOULLI in Basel hat darüber ein unvergleichliches Werk unter dem Titel der *Hydrodynamica*¹⁾ herausgegeben, worin die subtilsten Rechnungen so wohl die Kräfte, als die Bewegungen der flüssigen Körper so gründlich bestimmt, daß allenthalben die schönste Uebereinstimmung mit der Natur hervorleuchtet. Er hat sich hierzu meistens des Grundsatzes der Erhaltung der Kraft bedient; allein sein Herr Vater hat hernach Mittel gefunden, aus den Bestimmungen aus den ersten Gründen der Bewegung herzuleiten, wie so wohl in seinen Werken, welche kürzlich zusammen gedruckt²⁾ heraus gekommen, als aus den Comment. der Petersburger Academie³⁾ erhellet. Wer diese Werke nur oberflächlich wird bahl überführt werden, daß in dieser Wissenschaft ohne die höhere Mathematic das allergeringste bestimmt werden kann.

Seit dem die Astronomie auf den gegenwärtigen Grad der Vollkommenheit gekommen ist, so ist die höhere Mathematic dazu ganz und gar unentbehrlich; denn selbst die Bewegungen der Planeten und Cometen unmöglich bestimmen. Sondern der Mond die allerdeutlichste Probo von der Nothwendigkeit der höheren Mathematic in der Astronomie dar. Die Gesetze, nach welchen seine Bewegung richtet, sind offenbar, und es kommt nur darauf an, daß man aus denselben die wirkliche Bewegung des Mondes bestimme. Hierzu wird nun nicht nur der Erkenntniß der Infinitesimal-Rechnung erfordert, sondern so hoch dieselbe auch gebracht zu seyn scheint, so ist dieselbe doch noch bey weitem nicht hinlänglich, die Veränderungen der Bewegung dieses Planeten auf das genaueste zu bestimmen. Bisher darüber zum Vorschein gekommen, besteht nur allein in Näherun-

1) D. BERNOULLI (1700—1782), *Hydrodynamica, sive de viribus et motibus mediorum fluidorum*, Argentorati 1738. F. R. S.

2) JON. BERNOULLI (1667—1748), *Opera omnia*, Lausannae et Genevae 1744. Besonders die Abhandlung *Hydraulica*, t. IV, p. 387. F. R. S.

3) JON. BERNOULLI, *Dissertatio hydraulica de motu aquarum per vasa aut per quinque figurarum habentis fluentium*, Comment. acad. sc. Petrop. 9 (1737), 1744, Teil der Abhandlung folgte im Bande 10 (1738), 1747, p. 207. F. R. S.

können uns keine vollkommene Erkenntniß davon versprechen, ehe und bevor die höhere Mathematic auf einen weit höheren Grad wird getrieben worden seyn.

Hieraus folgt also ganz deutlich, daß der Nutzen der Mathematic keines weges in den gemeinen Theilen derselben bestehe, als deren Gebrauch sich nicht sonderlich weit erstreckt; sondern daß man der höheren Mathematic meistentheils allein alle diejenigen Vortheile zu danken habe, welche man von dieser Wissenschaft theils schon wirklich erhalten, theils aber noch zu erwarten hat. Es ist also so fern, daß man diese Untersuchungen zu weit treiben könnte, daß man vielmehr die wichtigsten Vortheile nicht eher zu erreichen vermögend ist, als bis man noch sehr grosse Erweiterungen und Entdeckungen darinne wird gemacht haben.

Aus dem gegenwärtigen Werke von der Artillerie, welches wegen der darinne enthaltenen fürtrefflichen und nützlichen Entdeckungen einen allgemeinen Beyfall gefunden, wird genugsam erhellen, daß der Verfasser unmöglich so weit gekommen seyn würde, wenn ihm nicht die höhere Mathematic dazu den Weg gebahnet hätte; indem darinne fast kein Satz vorkommt, welcher ohne die Infinitesimal-Rechnung vollkommen erörtert werden könnte. Weil nun der Nutzen von diesem Englischen Tractat nicht nur schon sehr beträchtlich ist, sondern auch ohne Zweifel noch weit höher gebracht werden kann, so habe ich den Vorsatz gefasset, dieses Werk ins Teutsche zu übersetzen, um die darinne enthaltenen herrlichen Erfindungen desto mehr bekannt zu machen. Da aber der Verfasser alles sehr kurz zusammen gezogen, so habe ich für gut befunden, nicht nur allenthalben die nöthigen Erläuterungen beyzufügen, sondern auch einen jeglichen Satz noch weiter auszuführen, damit man so wohl die Gründlichkeit, als den Nutzen, desto deutlicher einschen möge. Ich habe mich bey dieser Uebersetzung einer ziemlichen Freyheit bedienet, und mehr auf die Sache selbst, als auf die Worte gesehen, welches bey Werken von dieser Art niemand übel deuten wird.

Es ist diesem Werk von dem Verfasser ein ziemlich weitläufiger Vorbericht vorgesetzt worden, worinne eine historische Nachricht von dem Ursprung und Aufnehmen¹⁾ so wohl der Fortification, als der Artillerie ertheilt wird. Dieses dient allem Ansehen nach fürnehmlich zu zeigen, wie wenig bißher von der wahren Theorie der Artillerie bekannt gewesen, und wie viele und wichtige Entdeckungen noch zu Verbesserung dieser Wissenschaft erfordert werden.

Das Werk selbst bestehet aus zwey Capiteln. Im ersten wird theils die Kraft des Pulvers, theils die Geschwindigkeit, welche dadurch einer Kugel eingedruckt wird, unter-

1) „Aufnehmen“ bedeutet hier: geschichtliche Entwicklung. Im übrigen sei gleich an dieser Stelle auf das Vorwort des Herausgebers verwiesen, wo die im vorliegenden Bande vorkommenden fortifikatorischen und artilleristischen Kunstsprache erklärt werden. F. R. S.

suchet. Erstlich weist der Verfasser durch unstreitige Versuche, daß die Pulvers in der Ausdehnungs-Kraft einer darinne eingeschlossenen subtilen Materie durch die Entzündung in Freyheit gesetzt wird, bestehe. Hernach untersucht diese Kraft sey, und nach was für Gesetzen dieselbe abnehme, indem sich die Luft je länger je mehr ausdehnet. Er zeigt auch, wie viel die bey der Entzündung Erhitzung zur Vermehrung der Kraft beytrage. Nachdem er diese Stücke eröfnet, stimmt er die wirkliche Geschwindigkeit, welche einer Kugel von einem gegebenen Pulver in einem gegebenen Lauf eingedruckt wird. Damit man aber von dieser Bestimmungen desto mehr versichert werde, so beschreibet er eine von ihm erfundene Maschine, durch deren Hülfe die wirkliche Geschwindigkeit einer jeden Kugel werden kann. Diese durch die Erfahrung befundene Geschwindigkeit hält er mit der, welche er aus der Gewalt des Pulvers gefunden hatte, gegen einander, und viefelben die schönste Uebereinstimmung.

Im andern Capitel stellt er seine Untersuchungen über den Widerstand der Luft dar, und weist, daß derselbe auf solche schnelle Bewegungen weit stärker sey, als man den bisher angenommenen Regeln immer vermuthen könnte. Hieraus bestimmet er, wie viel eine jegliche Kugel, welche mit einer gegebenen Geschwindigkeit in die Luft geschossen wird, nach und nach von ihrer Geschwindigkeit verliere, und bekräftiget alles dies durch vielerley Erfahrungen, welche er vermittelst seiner obgedachten Maschine gemacht hat. Unterdessen gehet er hier nicht so weit, daß er die Bahn, nach welcher sich eine Kugel in der Luft bewege, bestimme, sondern er verspricht darüber eine besondere Abhandlung, welche aber, so viel uns bekannt, noch nicht zum Vorschein gekommen.

Dieses ist kürzlich der Inhalt des ganzen Werks. Ungeachtet aber das Werk aus zwey Haupt-Stücke in sich zu enthalten scheint, so sind dieselben doch nicht getrennt, sondern Grund und die Stütze der ganzen Artillerie, sondern es sind auch damit alle Theile dieses Kunst dergestalt verknüpft, daß man dieses Werk mit Recht als eine vollständige Abhandlung der ganzen Artillerie ansehen kan.

Der Autor hat beyde Capitel ferner in Sätze abgetheilet, und einem jeden Satz eine Erklärung und Beweis beygefüget; bißweilen hat er auch noch zu mehrerer Sätze angehänget, welche mit den von dem Uebersetzer beygefüigten Anmerkungen mitissen verwechselt werden.¹⁾

Die Anmerkungen, welche auf einen jeden Satz folgen, sind also nicht vom Verfasser des Werks, und hätten folglich mit einer sonderbaren Schrift gedruckt seyn, da aber dieses, theils wegen der Weitläufigkeit dieser Anmerkungen, theils wegen der Umstände, nicht füglich hat geschehen können, so ist nöthig, hiernit den

1) Siehe das Vorwort des Herausgebers. F. R. S.

Allemaal zu erinnern, daß alles dasjenige, was sich unter dem Titel der Anmerkungen befindet, bey der Uebersetzung beygefüget worden. In denselben ist man bemühet gewesen, erstlich die von dem Autore abgehandelten Materien weitläuftiger zu erklären, und auch auch weiter auszuführen, damit man daraus um so viel grössere Vortheile ziehen könne. Bißweilen sind auch einige von dem Autore begangene geringe Fehler bemerkt und verbessert worden. Im zweyten Capitel befinden sich auch einige Anmerkungen, in denen man die wahre Bewegung einer Kugel in der Luft zu bestimmen gesucht, nachher vorher die Kraft des Widerstandes auf eine allgemeine Formel gebracht worden. Die Sache beruhet also nur auf der Ausführung der Rechnung; diese aber ist so schwer verworren, daß alle bißher bekannte Vortheile der Infinitesimal-Rechnung noch nicht hinlänglich sind, alle Schwierigkeiten zu überwinden, welches folglich einen neuen Beweis an diejenigen, welche der höhern Mathematic allen Nutzen absprechen wollen, an die Hand giebt.

VORBERICHT DES VERFASSERS
ODER
EINE HISTORISCHE NACHRICHT VON DEM URSPRUNGE
AUFNEHMEN DER FORTIFICATION UND ARTILLERIE

Ich war vor ungefehr einem Jahre beynahe entschlossen, öffentlichen Vorlesungen über die Fortification und Artillerie zu halten; es fanden sich einige Hindernisse, welche nicht nöthig sind, hier anzuführen, so daß diesem Vorsatz zurück hielt. Als aber inzwischen einige Abschnitte von dem Inhalt, den ich mir vorgesetzt hatte, in verschiedene Hände übergingen, so wurde ich einiger massen zu gegenwärtiger Unternehmung genöthigt.

Denn da ich mir vorgenommen hatte, diese Abhandlung so vollständig als mir immer möglich wäre, zu machen, sowohl durch grosse Mengen von Versuchen, als durch die verschiedensten Arten zu befestigen, und dieselben zu attackiren, so fand ich vielerley in der Erfahrung gegründete Regeln der Artillerie, so far als nöthig, bey dieser letztern Materie eine Untersuchung von der Composition des Schieß-Pulvers, nebst einigen Betrachtungen über den Widerstand, welchen die Kugeln, welche ich entdecket und durch die Erfahrung bestätigt hatte, mit sich bringen. Weil nun diese Grundsätze in den Papieren, welche bekannt worden, ohne einigen Beweis vorgelegt waren, dieselben aber noch streitig seyn möchten, indem sie mit den Meynungen der meisten, welche hiezu geschrieben, nicht übereinstimmen, so lag mir ob, etwas ausführlicher die Schwierigkeiten, welche dabey entstehen könnten, zu begegnen, und die Richtigkeit derselben durch viele ungezweifelte Experimente darzuthun. Ist also fürnehmlich der folgende Tractat erwachsen, worinnen die Wirkung des Pulvers so genau bestimmt ist, daß man daraus die Geschwindigkeit von aller Gattung Kugeln, welche geschossen worden, ausrechnen kann, dabey auch den ganz ausserordentlichen Widerstand der Luft, welcher bey gleichen schnellen Bewegungen weit grösser ist, als man bisher ge-

und

$$z = \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda) + 244\alpha\lambda b}{244\alpha\lambda b} (1 - e^{-V_{v:m}V_{\beta h}})$$

ferner

$$1 - z = \frac{(2\alpha k + nb(\alpha - \lambda) + 244\alpha\lambda b)e^{-V_{v:m}V_{\beta h}} - 2\alpha k - nb(\alpha - \lambda)}{244\alpha\lambda b}$$

Es sey

$$l(1 - z) = l\left(1 + \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\alpha\lambda b}\right)e^{-V_{v:m}V_{\beta h}} - \frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\alpha\lambda b}$$

so ist

$$\frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\alpha\lambda b} = \mu;$$

und also

$$l(1 - z) = l((1 + \mu)e^{-V_{v:m}V_{\beta h}} - \mu)$$

oder

$$\frac{dz}{1 - z} = \frac{(1 + \mu)e^{-V_{v:m}V_{\beta h}} dv : 2m\sqrt{\beta h v}}{(1 + \mu)e^{-V_{v:m}V_{\beta h}} - \mu}$$

$$\frac{dz}{1 - z} = \frac{(1 + \mu)dv : 2m\sqrt{\beta h v}}{1 + \mu - \mu e^{V_{v:m}V_{\beta h}}}$$

Da nun oben gefunden worden

so wird

$$\frac{adx}{ax - (\alpha - \lambda)b} = \frac{dz}{1 - z} \cdot \frac{m\sqrt{v}}{\sqrt{\beta h}},$$

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{ax - (\alpha - \lambda)b} = \frac{(1 + \mu)dv}{1 + \mu - \mu e^{V_{v:m}V_{\beta h}}}.$$

Weil aber m gemeiniglich eine sehr grosse Zahl ist, so wird $\frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}$ sehr klein, und folglich ziemlich genau

$$e^{V_{v:m}V_{\beta h}} = 1 + \frac{\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}}.$$

Wenn man nun diesen Werth in der obigen Aequation anbringt, so

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{ax - (\alpha - \lambda)b} = \frac{m(1 + \mu)dv\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{\beta h} - \mu\sqrt{v}},$$

oder da

$$\frac{m\sqrt{\beta h}}{m\sqrt{\beta h} - \mu\sqrt{v}} = 1 + \frac{\mu\sqrt{v}}{m\sqrt{\beta h}},$$

kommt man

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} = (1 + \mu)dr + \frac{\mu(1 + \mu)dv}{m\sqrt{\beta h}}.$$

was man durch die Integration erhält

$$2\beta h l \frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b} = (1 + \mu)r + \frac{2\mu(1 + \mu)v}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

aber durch das Zündloch nichts von der Gewalt des Pulvers verlohren, so würde man haben

$$(1 + \mu)v = 2\beta h l \frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b}.$$

es erhellet, daß in dem gegenwärtigen Fall die Geschwindigkeit vermindert wird. Um nun zu finden, wie viel diese Verminderung austrägt, so setzen wir, daß wenn dieser Verlust nicht da wäre, die Geschwindigkeit der Kugel seyn würde $= \sqrt{u}$; wenn aber der Verlust durch das Zündloch ist, so sey die Geschwindigkeit der Kugel $= \sqrt{v}$; und hieraus entsteht diese Aequation:

$$u = v + \frac{2\mu v}{2m\sqrt{\beta h}}$$

aus wieweit ferner durch die Näherung

$$v = u - \frac{2\mu u}{3m\sqrt{\beta h}} \quad \text{und} \quad \sqrt{v} = \sqrt{u} - \frac{\mu u}{3m\sqrt{\beta h}}.$$

sich wird sich verhalten

$$\sqrt{v} : \sqrt{u} = 1 - \frac{\mu \sqrt{u}}{3m\sqrt{\beta h}} : 1.$$

um \sqrt{u} durch die Anzahl der Schme ausge-drückt wird, welche die in einer Secunde durchzulau-fen ver-mögend ist, so wird $\sqrt{\beta h} = 2700$ e, und also

$$\sqrt{v} : \sqrt{u} = 1 - \frac{\mu \sqrt{u}}{8100m} : 1;$$

aber

$$\mu = \frac{2\alpha k + nb(u - \lambda)}{244\alpha\lambda b}.$$

der Flanquen, wezn dieselben, wann sie tüchtig angelegt werden, gemein geschickt sind. Denn, wenn der Feind die Flanquen mir so muß er seine Contre-Batterien entweder auf der Contreguarde richten, welches ihm doch, wann dieselbe ein bequemes Profil hat, fällt; oder er ist genöthiget, einen Theil der Contreguarde zu den dadurch seine Batterien auf der Contrescarpe in Stand zu setzen die Flanke zu Gesicht bekomme; welches doch wegen der grossen und Schwürigkeit ein mühseliges Werck ist, und eben so viel trifft er auch an, wenn er Breche schiessen will.

Allein, ungeachtet der Fürtrefflichkeit dieser Erfindung, so doch in den neuern Methoden einer benachbarten Nation gänzlich worden. Es sind in der That zwey oder drey Plätze durch die befestigt worden, in welchen zwar solche Werke, die von ihnen Co genennet worden, anzutreffen sind; dieselben haben aber mit denen, welchen hier die Rede ist, nichts als den blossen Nahmen gemein ihre eigene Erfahrung von der Wirkung dieser Werke bey Thrin vortheilhaftere Meynung davon hatte beybringen sollen. Denn ich tens gesehen, daß dieselben die Werke von alten Festungen mit Co von einer sehr beträchtlichen Fronte vermehret haben, ungeacht vorher vor vollkommen feste Plätze gehalten wurden.

Aus allem diesem, was bißher gesagt worden, ist klar, daß s Ingenieurs die Bedeckung der Flanquen weit nachdrücklicher habe seyn lassen, als ihre Nachfolger, und daß folglich die Befestigung Vollkommenheit nicht den neuern Ingenieurs zu danken habe, w unwissende Schriftsteller bereden wollen. Denn es ist gewiß, da Stärke einer Festung in der Sicherheit der Flanquen bestehe, weil schon alle übrige Beschützungs-Werke, welche den Batterien des gesetzt sind, ruiniret worden, dennoch der Feind sich dem Haupt nähern darf, so lange die Flanquen noch unversehrt sind. Und da dieser Umstand von einigen der neuern Ingenieurs so wenig tung gezogen worden, so muß man gestehen, daß die wahren und Gründe dieser Kunst von ihnen sehr unvollkommen begriffen Denn es hat sich öfters zugetragen, daß dieselben über einige Länge der Flanke, Face oder Courtine, oder über einige Grade kels disputirt, da sie doch inzwischen die wichtigste Betrachtun

1) Im Original *ruin* zerstören. F. R. S.

der Bedeckung der Flanke gegen die Batterien des Feindes besteht, aus der Acht gelassen.

Diese Nachlässigkeit wurde bißweilen durch den Schein einiger Maximen unterstützt, deren eine insonderheit hierinne besteht, daß derjenige, welcher den Feind sieht, auch von demselben hinwiederum gesehen werden könne.^{*)} Woraus man geschlossen, daß wenn man von der Flanke den Feind sehen könne, derselbe auch von seinen Batterien die Flanke ruiniren könne. Der Fehler dieses Schlusses steckt aber hierinne, daß die Flanke, wenn sie wohl bedeckt ist, den Feind nicht sehen kan, so lang er sich an solchen Orten, wo es ihm möglich ist, Batterien anzulegen, anhält: sondern alsdenn erst, wann er auf eine solche Stelle angerückt ist, da er dem heftigsten Feuer der Flanke ausgesetzt ist, ohno sich im Stande zu befinden, dieselbe hinwiederum zu attaquiren. Als zum Exempel eine Canon, so nach der gemeinen Manier durch das Orillon bedeckt ist, kan von dem Feind nicht eher gesehen werden, biß er den Graben schon meistens passirt ist, oder sich auf der Breche fest setzt; an beyden Orten aber fällt es ihm unmöglich, dagegen Contre-Batterien aufzuwerfen. Und je vollkommener das Werk ist, welches die Flanke bedeckt, je grösser wird auch der Platz seyn, worinne sich der Feind in solcher Gefahr befindet.

Andere Ingenieurs haben sich unterstanden, dieser Kunst fast alle Wirkung abzuspreehen, und in dieser Absicht haben sie die Gewalt der neuen Art zu attaquiren dergestalt erhoben, daß sie behaupten wollen, es könne kein Platz so künstlich befestiget werden, daß er dagegen auszuhalten vermögend wäre. Diese Leute stehen in den Gedanken, daß, wann die Contrescarpe einmal verloren ist, die gantze Festung sich zugleich übergeben müsse: und in dieser Meynung suchen sie sich durch verschiedene Exempel von sehr wichtigen Festungen zu bestärken, welche in einer weit kürzeren Zeit, als man hätte vormuthen können, zur Uebergabe genöthiget worden sind. Wenn diese Meynung richtig wäre, so würde der größte Theil der Unkosten, so auf den Festungs-Bau gehen, sehr übel angewandt sein: indem ein einzeler Wall, nebst einer Contrescarpe, nicht weniger Vortheil schaffen würde, als die stärkste Festung. Wann man aber diese Sache recht gründlich untersucht, so

^{*)} Diese Maxime wird in eben dieser Absicht behauptet in des PAGANS¹⁾ *Fortification*, Cap. IV.

1) BL. FR. DE PAGAN (1604—1665), *La Fortification*, Paris 1645. F. R. S.

wird man befinden, daß wenn eine Festung wohl gebaut, und vertheidiget wird, der Verlust der Contrescarpe noch sehr wenig zu des Platzes beytrage.*) Es hat zwar öfters die Kühnheit und des Directeurs über die Approchen einen verzagten und unerfahrenen in Furcht gesetzt: wenn aber dergleichen übereilte Att. einen Platz, darinnen sich ein tapferer und erfahrener Officier befinnen worden, so hat derselbe zuweilen daraus so viel Vortheil gewusst, daß solche unzeitige Angriffe zum größten Schaden der Bel. geschlagen. Auf diese Weise sind öfters die leichtesten Unternehmungen möglich gemacht worden; und die Absicht etliche Tage zu gewinnen manchmal die gantze Entreprise zu nichte gemacht.**)

Ausser diesen Erfindungen, um die Flanken zu bedecken, schon Meldung geschehen, sind noch andere von einer gantz andern Art in Vorschlag gebracht worden; welche aber wegen ihrer sonderlichen Schaffenheit nicht sonderlich in Betrachtung gekommen. Dergleichen ist die Errichtung einer Linie, welche durch den Graben von der Spitz des Werks bis zum gegenüber stehenden Winkel der Contrescarpe gezogen soll. Dieser Vorschlag findet sich in den Memoires des Generals Mouton als ein solches Mittel, welches weit weniger Schwierigkeiten

*) In der letzten merkwürdigen Belagerung von Barcelona²⁾ zog der Verlust (welche in einer Zeit von 14 Tagen war eingenommen worden) die Ueborgabe keinesweges nach sich: sondern der größte Widerstand fand sich noch, nachdem durch viele Brechen eröffnet worden.

**) Verschiedene Exempel von dergleichen Schwierigkeiten und Gefährlichkeiten Allirten im letzten Kriege in Flandern öfters angesetzt gewesen, sind beschrieben von einem welcher damals als Ingenieur in Holländischen Diensten gestanden. Diese Zusätze sind Meynung nach insgesamt von den Vorurtheilen der Anführer her, welche, um die Sache zu beschleunigen, die Fronts von ihren Attaquen zusammen gezogen, und das Feindes Werke in ihrem Rücken gelassen, welches ihren weiteren Fortgang gemacht.

1) RAIMUND GRAF MONTECUCOLI (1609—1681), oesterreichischer Feldmarschall.

2) Von Anfang Juli bis 21. September 1714 durch die Franzosen. Siehe *Handbuch für Heer und Flotte*, Bd. 1, Berlin-Leipzig 1909, p. 834. F. R. S.

3) J. D. H. LANDSBERG, der Jüngere (1680?—1746), *Les fortifications de la Haye* 1712; *Nouvelle manière de fortifier les places*, La Haye 1712. Näheres in dem mehrmals angeführten Werke von M. JÄNSS, 2. Abt., p. 1712. F. R. S.

seyn soll, als dem ersten Anblick nach scheinen möchte.^{*)} Allein, ungeachtet eine solcher gestalt aufgeführte Linie die Flanke vor dem Gesicht der gegenüber auf der Contrescarpe errichteten Batterien ohne Zweifel bedeckt, und dieselbe auch an sich selbst sehr wohl vertheidiget werden kann; so habe ich doch nimmer gehört, daß man sich derselben wirklich bedienet hätte.

Ein anderes Mittel, die Flanke zu versichern, besteht darinne, daß man den einwärts laufenden Winkel der Contrescarpe, oder des Ravelins, zwischen die Flanke und die Contre-Batterien setzt. Diese Manier ist bei ERRAUD von Barleduc beschrieben^{**)}, und soll eine Erfindung des GRAFEN VON LYNAR¹⁾ seyn. Und obgleich einige Autoren, welche die hieraus erwachsenden Vortheile nicht einsehen, keinesweges guthessen wollen, daß ein Theil des Grabens von der Flanke verborgen seyn soll, welcher Einstand sich bei diesem Vorschlag notwendig ereignet, so haben doch die größten Männer, welche sich jemahls auf diese Kunst gelegt, diese Manier angenommen, und ihrer Nachfolge gewürdiget. Die berühmte Festung Bergen-op-Zoom hat auch wirklich ihre Flanken zum Theil auf diese Art bedeckt.

In einem guten Grunde aber kann man zu einer so kräftigen Defension gelangen, welche die bißher gemeldeten weit übertrifft: und dieses geschieht durch Hülfe der Contremines. Denn gesetzt, daß die Fortification eines Platzes nicht mehr Stärke hat, als erfordert wird, den Feind zu nöthigen, seine Batterien biß an das Glacis zu bringen, wann er entweder Breche schiessen, oder die Flanke ruiniren will, (wozu ein gutes Profil, sammt einem Ravelin vor der Courtine, hinreichend seyn kan), wann nur der Grund laß auf eine ziemliche Tiefe vom Wasser frey ist: so sind die Belagerten immer im Stande, durch ihre Minen die Batterien des Feindes zu ruiniren, welches nach der

*) Man sehe nach *Memorie del General PRISCIPI in MOSTREVECOLI* pag. 116.²⁾

**) *La fortification demontrée*³⁾ Livr. III. Chap. 2. Außer dieser hier gemeldeten Invention findet sich bey diesem Autore der Vorschlag, eine Gallerie unter dem bedeckten Wege mit Öffnungen in den Graben anzubringen, welcher bei Tournay ins Werk gerichtet worden; vollständiger aber zu Bergen-op-Zoom. Livr. IV. Chap. 7.

1) R. GERINI GRAF ZU LYNAR (1525—1596). F. R. S.

2) *Memorie della Guerra*, herausgegeben von HERMANN VON HUYSSSEN unter dem Titel: *Memorie del General PRISCIPI in MOSTREVECOLI, che rinfermano . . .*, Colonia 1704. M. JÄNSS I. c. p. 1166. F. R. S.

3) JEAN ERRAUD de Bar-le-Duc (1554—1610), *La fortification reduite en art et demontrée*, Paris 1600. F. R. S.

Tiefe des Grundes zu mehrmahlen wiederholt werden kan. Denn da die Batterien, wie man supponirt, auf einer Stelle angelegt werden, so können die Belagerten darauf allzeit zum voraus gefaßt machen, und erhalten dadurch einen unendlich grossen Vortheil über den Feind, wann sich derselbe umstehen sollte, dieselben auszugraben: welches doch bey solchen Umständen seine enige Zuflucht seyn würde.

Die erste vortheilhafte Anwendung der Minen in Belagerungen geschah in dem Königreich Neapolis, allwo PETRUS DE NAVARRA¹⁾ sich durch die Mittel einer Festung lemeisterte, welche Frantzösische Besatzung hatte. den Minen aber, wodurch die Belagerten dem Feinde Schaden zugefügt, fielen sich die ersten berühmten Exempel bey der Belagerung von Candia A. 1667 und 68.²⁾ Nicht, als wann dieselben nicht schon oft bey Vertheidigung der Plätze vorher wären gebraucht worden, obgleich auf keine so merkwürdige Art: sondern weil sich die Stadt Candia hauptsächlich durch Hülfe seiner Erfindung gegen die türkische Macht drey Jahr lang gehalten. In dieser Zeit hat man angefangen, die Vortheile der Contreminen besser zu sehen. Das letzte merkwürdige Exempel von ihrem grossen Nutzen fiel sich in der Vertheidigung der Stadt Turin A. 1706. Denn dadurch wurden die Unternehmungen der Feinde dergestalt gehemmet, daß sie bey 4 Monathe nach Eröffnung der Tranchéen nicht mehr als die Contres in Besitz bekommen: und eben damahls wurden ihnen 11 Canonen von den Belagerten in die Luft gesprengt, nur 3 oder 4 Tag vorher, ehe der Ort entsetzt worden.

Ehe ich diese Materie schliesse, kan ich nicht umhin, von den guten Verbesserungen der Minen Erwähnung zu thun, welche sich in der gleichlichen Abhandlung, so in dem dritten Buch des Frantzösischen Portraits

1) Gemeint ist PEDRO NAVARRO (1446—1528), der im Jahre 1603 das Castello dell'Uovo bei Neapel sprengte. Vergl. S. J. v. ROMOCKI, *Geschichte der Explosiv-Stoffe*, Bd. I, Berlin 1861, p. 251—253. F. R. S.

2) Ueber den Mineukrieg vor Candia gibt Auskunft der Artikel *Kandia* von Oberstlieut. FROST in v. ALTEN, *Handbuch für Heer und Flotte*, Bd. 5, Berlin-Leipzig 1913, p. 264. F. R. S.

3) Als Frantzösischer *Polyvius* wird nach M. JÄHNIG 1. c. p. 1458 bezeichnet: *L'art de la guerre par M. le Marquis DE QUÉNEY, auquel est joint un traité des mines et des places de guerre*. FALLOUX, Paris 1726. F. R. S.

beygefüget worden, befinden.*) Denn es kan nichts vollständiger seyn, als die Manier, wonach die verschiedenen Arten der Minen eingetheilt worden. In der That kan zwar die Form der Aushöhlung, welche daselbst angezeigt wird, nicht so genau beobachtet werden, wie der Autor scheint zu erfordern; inzwischen hat dieser Einwurf mit der allgemeinen Anordnung der Kammern nichts zu thun, als welche ungemein wohl ansgesonnen ist, theils zu Ersparung des Grundes, theils auch zu Beschädigung des Feindes.

Ich habe schon einige Nachricht ertheilet von den Mängeln, so sich meistentheils in den Schriften derjenigen neuen Ingenieurs, welche neue Befestigungs-Arten herfür bringen wollen, befinden. Indem ich aber von diesen Autoribus und ihren Nachfolgern spreche, so muß ich zugleich die ausnehmenden Verdienste des grossen Coenoorns¹⁾ erheben, welcher ausser Zweifel der tüchtigste Ingenieur gewesen, den die Welt jemahls gesehen. Dieser Autor hat zwey Bücher über diese Materie heraus gegeben.²⁾ Das erste enthält eine Methode, ein Fünfeck zu befestigen, welchem ein Vorschlag beygefüget ist, die Fortifikation von Coevoerden³⁾ zu verbessern. In dem andern Buche hat er drey verschiedene Manieren zu fortificiren angegeben, deren eine auf ein 6-Eck, die andere auf ein 7-Eck, und die dritte auf ein Achteck eingerichtet ist. Ausser diesem hat er noch beschrieben, wie man diejenige Seite einer Festung, welche an einem Fluß gelegen, fortificiren soll. In diesem Werke hat er alle mögliche Arten von Attaquen untersucht, welche gegen die von ihm vorgeschlagenen Festungen unternommen werden können, um dadurch den grossen Vorzug seiner Defension darzuthun. Dahero dieses Werk theils als eine Abhandlung von Attaquen und Defensionen, theils auch als ein System von der Fortification, angesehen werden kan; durchgehends aber ist

*) In der Vorrede wird gesagt, daß diese Abhandlung von Ms. DE VALLEUR Marechal des Camps und Capitaine General des Mines⁴⁾ komme.

1) M. VAN COENOORN (1641—1704), Zeitgenosse und Gegner VAUBANS, Generalinspektor der niederländischen Festungen. F. R. S.

2) Nach M. JÄNSS, l. c., p. 1383 u. 1385 ist das erste dieser Bücher *Versterkinge de Vijfhoek met alle sijne Buijtenwercken, geskelt tegens di van de Ing. en Capt. L. PAAN*. Loenwarden 1682, und das andere *Nieuwe Vestingbouw op en nakte of lage horisont*, . . . Loenwarden 1685.

F. R. S.

3) Die niederländische Festung Coevorden (Koevorden) war 1592 von MOUTZ V. ORANJEN und 1672 von Bischof BERNHARD V. GALEN eingenommen worden. F. R. S.

4) J. F. DE VALLEUR (1667—1759). F. R. S.

dieses das fürtrefflichste Werk, so jemahls über diese Materie zum Vorschein gekommen. Dasselbe war erstlich in niederdeutscher, als des Autoris Sprache, beschrieben; es ist aber hernach ins Frantzösische und Englisch übersetzt worden, aber sehr unvollkommen; obgleich in einer neuen (der Frantzösischen Uebersetzung¹⁾), so neulich in Holland herausgegeben, viel Fehler verbessert, und einige sonderbare Stellen durch den Herausgeber, welcher den Sinn des Verfassers sehr wohl begriffen zu haben scheint, klärt worden.

Inzwischen bin ich von solchen Leuten, welche diesen grossen Mann wohl gekannt haben, versichert worden, daß ihm diese seine Bücher bey weitem nicht den Vortheil und die Ehre erworben, welche er sich aus mit allem Recht hätte versprechen können: sondern daß er von unmahligen Ingenieurs, welche von der alten Gewohnheit keinen Schritt weichen wollten, vielmehr als ein unerfahrer und einbildischer Mann beschrien worden. Endlich aber habe er doch alle diese Anfälle des Vorurtheils und der Vorurtheile durch seine Vertheidigung des Forts Guillaumont Nammr überwunden, als dieser Ort von den Frantzosen belagert wurde. Nach dieser That, wodurch sein Ruhm befestiget worden, stieg er nach zu den höchsten Kriegs-Bedienungen, und verewigte seinen Namen durch die Anführung der Belagerung Namurs unter dem König V. und nachgehends bey Bonn²⁾, Limburg, der Citadelle von Lüttich, und an andern Orten. Sein Tod, welcher bey dem Anfange des letzten Krieges in Holland erfolgte, war den Allirten sehr fatal, wovon fast eine jegliche von ihm nach A. 1707 unternommene Belagerung traurige Proben an den Tag brachte.

Ausser den Belagerungen, welche er führte, wurde er auch zu Verwaltung und Anlegung verschiedener Holländischen Gränzfestungen gebraucht. Sein letztes Werk, welches er aber nicht zu Ende gebracht, war Belagerung von Zoom, welches seinem Nahmen zur immerwährenden Ehre gereicht, und gleich noch jetzo die Tadelsucht nicht unangefochten läßt. Denn

1) In der zweiten Auflage der ersten französischen Übersetzung (La Haye 1706) *Nouvelle fortification tant pour un terrain bas et humide, que sec et élevé, par COEHORN* 1741. F. R. S.

2) Im englischen Original und in der deutschen Übersetzung William statt Guillelmus.

3) In englischen Original und in der deutschen Übersetzung Bon statt Bonn. Die Belagerung von Bonn durch COEHORN erfolgte 1703. F. R. S.

schlechte gehört, welche an eben dieser Festung solche Werke, welche zur stärksten Verteidigung dienen, als Haupt-Fehler ansehen wollen.

In Betrachtung des grossen Ruhms, welchen der General Cornoors durch wichtigen Dienste erworben, ist fast nicht zu begreifen, daß seine Tugenden so wenig hervor gezogen worden. Die natürlichste Ursache dieser Unbilligkeit scheint wohl die Verachtung zu seyn, welche man insgemein den Erfindungen einer benachbarten Nation heget, welche, so herrlich sie auch seyn mögen, dennoch von einer andern Nation, deren Interesse daran ist, nimmer nach Würden hoch geschätzt worden. Dem sey aber was man wolle, so glaube ich doch, daß der Ruhm dieses Autoris noch insgemein weit höher steigen werde. Denn ich sahe vor einiger Zeit, daß in der beträchtlichsten Gränzfestungen von Frankreich ein Werk aufgesetzt wurde, welches augenscheinlich aus den gedachten Rissen des Cornoors genommen worden.

Uebrigens kan ich unter den neuen Autoribus von der Fortification, die ihrem Ruhm den geringsten Abbruch zu thun, keinen einzigen finden, der mit dem jetzt gemeldeten Cornoors in gleichen Rang gesetzt zu werden verdient. Es finden sich zwar noch zwey berühmte Autores, welche von der Art, die Plätze zu attackiren und zu defendiren, geschrieben haben, die Materie mit der Fortification auf das genaueste verknüpft ist, und die billig den grössten Beyfall verdienen: ich meyne den General Goulon¹⁾ den Marschall de VAUBAN²⁾. Von dem erstern haben wir einen Tractat, dem Titel: *Memoires sur l'Attaque et la Defense des Places*³⁾, worinnen die fürnehmsten Maximen bey diesen Operationen sehr deutlich ausgelegt. Von dem andern hat man ein Werk, welches er dem vorigen König Frankreich geschrieben praesentiret, wovon nachgehends verschiedene Copien in Frankreich gekommen, biß dasselbe endlich erst vor einigen Jahren in Holland gedruckt worden⁴⁾. In diesem Buche hat Mr. VAUBAN diejenigen Theile der

1) P. von GOULON, 1686 General in österreichischen Diensten. F. R. S.

2) S. LEPRESTRE DE VAUBAN (1633--1707). F. R. S.

3) Der genaue Titel ist: *Mémoires pour l'attaque et la défense d'une place par Mr. Goulon, Général des Armées de l'Empereur*. 1706 im Haag französisch und 1709 in Nürnberg erschienen. F. R. S.

4) Durch den Buchhändler Dr. HONDT unter dem Titel: *De l'attaque et de la défense des Places par M. de VAUBAN*. T. I, La Haye 1737. Die zweite Abtheilung dieses Bandes bringt die Abhandlung über die Verteidigung, aber nicht die von VAUBAN, sondern von DESBOUGHERES. F. R. S.

Attaque, welche insonderheit von seiner eigenen Erfindung sind stündlich beschrieben: als da sind die Batterie à ricochet, die Pa eine besondere Anlegung der Sape. Ueber dieses hat er auch zu weitläufige Anleitung zu allen übrigen nöthigen Stücken gegeben, daß man das gantze Werk als ein würdiges Meisterstück der g führung und Geschicklichkeit dieses grossen Mannes mit Recht an

Man dürfte vielleicht erwarten, daß ich mit eben solchen Lobes- von der Tüchtigkeit dieses jetzt gemeldeten Ingenieurs in der Kuns ciren selbst Meldung thun sollte: allein da derselbe selbst über die nichts geschrieben, so kann mich dieses entschuldigen, daß ich ihn Liste der Autoren von dieser Art nicht anführe. Wenn ich aber l Wahrheit sagen soll, so kan ich aus allem demjenigen, was ich bißbe Werken gesehen, nicht glauben, daß er vielmehr wegen seiner übu als wegen der Befestigungs-Werke, welche er aufgeföhret, aestimiret verdiene. Denn ungeachtet ich seinen grossen Verstand und Einsich schätze, so kann ich doch nicht begreifen, wie man seine Erfindung Kunst mit CORNHOORN nur in einige Vergleichung bringen könne.

Dieses mag also genug seyn von dem Anfange, und den Vor der neuen Kriegs-Baukunst. Wir wollen dahero zu Erläuterung welches mit dem folgenden Tractat näher verbunden ist, fortschre lich zur Erfindung des Pulvers und der Artillerie, und derselbe nebst den verschiedenen Theorien, woraus dieselben entsprungen.

Die Erfindung des Schießpulvers wird gemeinlich einem Mönch, Namens BARTHOLO SCHWARTZ, zugeschrieben, welcher da man sagt, um das Jahr 1320 erfunden haben soll¹⁾. Der erste Ge in dem Kriege wird insgemein den Venetianern 1380 gegen die G geeignet. Diese beyden Meynungen aber sind unstreitig falsch. dem Pulver ähnliche Vermischung findet sich schon bey dem Rooc

1) ROMOCKI stimmt in seiner *Geschichte der Explosivstoffe*, Bd. I, Berlin 1893, der von H. HANSJAEON in der Schrift *Der schwarze Barthold*, Freiburg i. B. 1891, sieht bei, wonach der genaunte Franziskaner-Mönch in der Mitte des 13. Jahrbu burg i. B. gelebt haben soll. F. R. S.

2) Der englische Franziskaner-Mönch ROGER BACON (1214—1294) erwäh Mischung in seiner Schrift *Epistola fratris ROGERII BACONIS de secretis operibus et de nullitate magiac*, Paris 1612, cap. XI. Die betreffende Stelle ist abgedruckt i schichte der *Explosivstoffe*, Bd. I, p. 93. F. R. S.

als eine schon damals wohl bekannte Sache, beschrieben, welcher beynah 50 Jahr vor gemeldetem Schwarz gelobet; und man hat auch unwidersprechliche Proben, daß der Gebrauch der Artillerie viel eher, als A. 1380, bekannt gewesen.

Und in der That, da die Entdeckung des Salpeters gänzlich ungewiß ist, so hat man sich auch nicht zu verwundern, daß die Erfindung des Schießpulvers eine so verborgene und ungewisse Sache seyn soll. Denn diese zwey Entdeckungen sind mit einander so genau verbunden, daß man nicht wohl begreifen kan, wie die erstere lange Zeit vor der andern hätte bekannt seyn können.

Die Haupt-Eigenschaft des Salpeters besteht in der entsetzlichen Vermehrung der Anzündungs-Kraft, welche sich in allen verbrennlichen Materien, so damit vermischt werden, aussert: obgleich derselbe allein und ohne Vermischung weder Feuer fängt noch brennt. Denn, wann zum Exempel der bloße Salpeter in einen Tiegel gethan, und in das heftigste Feuer gesetzt wird, so schmelzet er nur, und wird glühend, entzündet sich aber keineswegs. So bald er aber mit einer verbrennlichen Materie, als Schwefel oder Kohlen, versetzt wird, so entsteht im Augenblick eine heftige Entzündung, wodurch ein Theil des Salpeters, je nachdem mehr oder weniger verbrennliche Materie damit vermischt worden, verzehret wird. Eine gleiche Entzündung geschieht, wenn man den Salpeter nur bloß ins Feuer wirft. Nun ist es nicht wahrscheinlich, daß diese Eigenschaft des Salpeters lange hat verborgen bleiben können, nachdem diese Materie selbst entdeckt worden. Denn, wann nur zufälliger Weis etwas davon ins Feuer gefallen, so hat sich sogleich seine erstänliche Kraft in Vermischung mit verbrennlichen Materien verrathen müssen. Und nachdem dieses einmal wahrgenommen worden, so war es ganz natürlich und leicht, auf eine Vermischung des Salpeters mit einer verbrennlichen Materie zu fallen, welche alsdann viel heftiger, als immer eine schon bekannte Materie loßbrennen würde. Unser jetziges Schießpulver ist aber nichts anders, als eine solche verbesserte und zu grösserer Vollkommenheit gebrachte Vermischung.

Wenn wir also, dieses vorausgesetzt, die Zeit bestimmen könnten, wann der Salpeter zuerst bekannt worden, so könnte man auch ziemlich sicher muthmassen, wann dergleichen Mixturen, welche unserm Pulver gleichen, zuerst erfunden worden. Hierüber ist aber die allgemeine Meynung, daß der Salpeter entweder von den Arabern, oder von den neuen Griechen um das

9te Seculum entdecket worden, als welche Völker sich mit dem grösten auf die Chymie und Alchymie gelegt hatten. Der arabische Nahme des peters soll auch so viel, als eine lösbrennende Kraft, anzeigen; und das chische Feuer, welches von den letzten Griechischen Kaysern im Kriege braucht worden, wenn die demselben von den Autoribus heygelegten kungen ihre Richtigkeit haben, muß nothwendig auch aus Salpeter bey worden seyn.¹⁾

Einige hentige Autores wollen so gar behaupten, daß der Salpeter zu weit ältern Zeiten bekannt gewesen, wozu dieselben die heut zu gleiche Bedeutung der Nahmen Nitrum, und Salpeter, verleitet zu scheint. Es ist aber anjetzo hei den Chymicis eine ausgemachte Sache, daß bey einigen Alten unter dem Nahmen Nitro erwelmt und bey dem Plin beschriebene Materie ein Saltz gewesen, welches von demjenigen, so wir peter nennen, gänzlich verschieden ist.

Daß aber die erste Entdeckung des Schieß-Pulvers, oder eine dem ähnliche Mixtur, weit vor die Zeiten, da Schwarz und Bacon gelebt, aus gesetzt werden, und daher, allem Ansehen nach, eben so alt, als Kenntniß des Salpeters selbst seyn müsse, erhellet aus dem Bacon. Denn dasjenige, was er beschreibet, war zu seiner Zeit keine neu erfundene Composition, sondern nur eine Anwendung einer alten zum Behuf des K wesens. Und aus seinen eigenen Worten ist deutlich zu erschen*), daß

*) Bacon erzehlet²⁾, daß ein Knall, gleich dem Donner, und ein Blitz, welcher den nat übertröffe, durch die Kunst hervor gebracht werden, und daß es verschiedne Mittel gäbe, v eine Stadt oder eine Armee zu Grunde gerichtet werden könne. Er sieht auch in den Gec daß Gizeos auf eine solche Art die Midianiter überwunden habe. Nachdem er an einem Orte eben diese Dinge mit andern Worten angeführet, so fügt er folgendes hinzu:

Et experimentum huins rei capimus ex hoc ludicro pnerili, quod sit in multis mun bus, scilicet ut instrumento facto ad quantitatem pollicis humani ex violentia illius salis, petrae recatur, tam horribilis sonus nascitur in ruptura tam modico rei scilicet modici po quod fortis tonitru rugitum et cornuscationem maximam sui luminis iubar excedit.

Man besche des Doctor JESUS Vorrede zu seiner Edition von *Baconis Opus maius*.³⁾

1) Diese Ansicht ist irrig, wie Romocki l. c. p. 5—22 überzeugend nachgewiesen hat.

2) PLINUS der Ältere (23—79), der bekannte römische Naturforscher und Verfasser der *Historia naturalis*. F. R. S.

3) Im letzten Kapitel seines *Opus maius*, betitelt *De dignitate artis experimentalis*. Die schlagige Stelle ist auch abgedruckt hei Romocki l. c. p. 93. F. R. S.

4) Diese von S. JEDU besorgte Ausgabe des *Opus maius* erschien in London 1738.

schon eine Vermischung aus Salpeter und andern Materien bey den
Kunst angestellten Feuerwerken üblich gewesen. Dieses erhellet aber noch
sicher aus einem Buche des MARCI GRAECI, *Liber Ignium* genannt. *)
dieser Autor beschreibt zwey Gattungen von Feuerwerken, eine fliegende,
eine andere, welche einen Knall von sich giebt. Die Hülse oder Car-
te zu dem erstern soll nach seiner Anweisung lang und schmal seyn,
die Composition sehr fest zusammen gestossen werden. Die Hülse zur
andern Gattung muß kurz und dicke, an beyden Enden wohl verbunden und
halb voll gefüllet werden. Die Composition, welche er zu beyden vor-
schreibt, bestehet aus zwey Pfund Kohlen, einem Pfund Schwefel, und aus
Salpeter, welche Materien pulverisirt und in einem steinern Mörsel
wohl vermischt werden sollen. Dieses muß nun eine weit stär-
kere Composition seyn, als heut zu Tage vermittelst einer grossen Menge
Feuer gemacht zu werden pfleget. Ungeachtet aber die eigentliche Zeit die-
ses Autors nicht gewiß ist, so muß er doch lange vor dem Gebrauch der
Feuerwerke gelebt haben; denn er thut nirgends, wie ich sehe, die geringste
Andeutung, daß diese Kunststücke in dem Kriege wären gebraucht worden;
da sich derselbe die Erfindung dieser Drachen und Schwärmer, wie man
sie heut zu Tage nennen würde, nicht zuschreibt, davon auch nicht
etwas neues spricht, so kan man sicher glauben, daß dieselben
schon lange vor ihm üblich gewesen.

Der erste Gebrauch dieser Vermischungen im Kriegswesen scheint bald
nach dem Jahr 1300 gemacht worden zu seyn. Der Vorschlag des BACONs,
den er um das Jahr 1280 gethan, sich dieser heftigen Loßbrennung zu
Vertheidigung der Städte und Arméen zu bedienen, mag dazu die ersten Ge-
legenheiten gegeben haben, welche nachgehends besser sind verfolgt worden.
BACON, an statt der erste Erfinder des Schießpulvers zu seyn, mag vor-
nehmlich dasselbe zuerst bey dem Kriegswesen angewandt haben; und die
Ursache Erzählung, auf was Art derselbe zu dieser Erfindung gelangt seyn

*) Dieses ist ein Manuscript, welches der Doctor MEAD besitzt. ¹⁾ Was aber hierinn gemeldet
wird bestätigt durch den Herausgeber des *Baconis Opus maius* in der Vorrede.

1) Die Schrift mit dem genauen Titel *Liber ignium ad comburendos hostes, auctore Marco*
Bacone befindet sich nach ROMOCKI l. c. p. 114 in den Handschriftenbänden 7156 und 7158
der Pariser Nationalbibliothek und wurde 1804 herausgegeben von LA PORTE DU THEIL. MARCUS
lebte etwa in der zweiten Hälfte des 13. Jahrhunderts. F. R. S.

soll, scheint diese Meynung nicht wenig zu bestätigen.*) Und wie die verschiedenen Verbesserungen, welche nach der Zeit durch andere worden, ingleichen auch die Ausführung der Gedanken des BACON in verschiedenen Orten, die wahre Ursache, warum die Geschichtschreiber den Ursprung der Artillerie so sehr uneinig sind.

Das Schießpulver wurde einige Zeit nach Erfindung der Artillerie einer weit schwächern Composition bereitet, als anjetzo gewöhnlich ist, und auch als dasjenige war, dessen bey dem MARCO GRAECO Meldung wird. Allein, die Ursache hievon war vermuthlich vielmehr die Unvollkommenheit ihrer Stücke, als die Unwissenheit einer bessern und stärkeren Mischung. Die ersten Stücke der Artillerie waren von einer sehr kurtzen und ungeschickten Façon, indem dieselben gemeiniglich aus vielen der Länge zusammen geschmiedeten eisernen Stangen gemacht, und durch Eisenketten befestiget wurden. Da dieselben auch über das Gebraucht wurden, um Kugeln von ungeheurer Grösse zu schiessen, um dadurch den alten Kanonen, an deren Stelle dieselben gesetzt worden, nachzuahmen, so mußte auch eine sehr grosse Mündung. Allein, die Schwierigkeit, diese neuen Maschinen fortzubringen und zu tractiren, ingleichen auch die

*) Nach der gewöhnlichen Erzählung wird gemeldet, daß als SCHWARTZ einmahl zum Pulver in einem Mörser gestampfet, und solchen hierauf mit einem Stein zuhauen Pflanze aufgeführt in den Mörser gesprungen, wodurch die Materie angezündet, und der zündliche Höhe geschmissen worden. Weil wir nun dargethan haben, daß SCHWARTZ ein Chemicus war, auf diese Weise die Composition des Pulvers selbst, als welche schon lange bekannt gewesen, nicht allererst kan erfunden haben, so mag ihm dieser Zufall Anlaß gegeben, auf die bequemste Art, wie man sich desselben in dem Kriege bedienen könnte, zu denken. Er scheint vielmehr schon die Wirkung desselben eingesehen zu haben, welche die Kräfte in die umliegenden Körper auszuüben vermögend ist. Der Name, und die Figur, welcher in der alten Artillerie einer Gattung von Geschütz beygelegt worden, und der derselben, wodurch man Steine in die Höhe zu werfen pflogte, geben dieser Muthmaßung einen starken Nachdruck.¹⁾

**) Man sehe in des TARTALEA *Quesiti et Inventioni* Libr. 3, Quesito 5., nach, verschiedene Compositionen, welche zu verschiedenen Zeiten im Schwange gewesen, angeführt sind. Die erste, welche zugleich die älteste ist, wurde aus gleichen Theilen Salpeter, Schwefel, Kohlen, gemacht.

1) Aus den sehr gründlichen und umfassenden Untersuchungen ROMOCKIS ist zu sehen, daß der p 24 genannte BARTHOLOMÄUS SCHWARTZ zuerst auf den Gedanken kam, die schwarzen Schießpulvers zum Fortschleudern von Geschossen zu verwenden. F

kleinere eiserne Kugeln eine grössere Wirkung thun, wann diesel- eine grössere Menge stärkeres Pulver geschossen werden, haben Veränderung so wohl in der Materie, als Form der ersten Stücke, t. Hierdurch wurde man zu den Metallenen Canonen geleitet, b sie gleich leichter und bequemer zu tractiren waren, als die o waren sie doch wegen ihrer kleinern Mündung viel stärker, und ine grössere Ladung von besserem Pulver aushalten, als vorher im gewesen. Auf diese Art wurden die eisernen Kugeln, welche am Obiß 60 Pfund¹⁾ hielten, in eine weit schnellere Bewegung gesetzt, ten also eine stärkere Kraft, als man vorher durch die grössten vor zu bringen vermögend gewesen.*)

Zeit, zu welcher diese Veränderung vorgenommen worden, und die dadurch erhalte- e, werden von GUICCIARDINI²⁾ beschrieben, welcher, indem er von der Französischen 1491 in Italien einen Einfall thun sollte, Meldung that, sich folgender Gestalt ver-

nuirsi con questo esercito erano state condotte per mare a Genova quantità grande da battere le muraglie, et da usare in campagna, ma di tale sorte, che giamai non la Italia le simiglianti. Questa peste trovata molt' anni innanzi in Germania, fu con- una volta in Italia da' Venotiani nella guorra, che circa l'anno della salute 1380 hob- vosi con loro. — Il nome delle maggiori era bombarde, le quali, sparse dopo questa er tutta Italia s'adopervavano nell' oppugnatione delle ferro, alcune di ferro, alcune di grossissime, in modo che per la macchina grande et per l'imperitia de gli huomini, et ne de gl' instrumenti tardissimamente et con grandissima difficultà si conducevano, alle ferro co' medesimi impedimenti, et piantate ora dall' un colpo all' altro tanto in- con piccolissimo frutto a comparatione di quello, che seguitò dopo, molto tempo con- onde i defensori de' luoghi oppugnati havevano spatio di potere otiosamente fare di et fortificationi. — Ma i Francesi fabricando pezzi molti più espediti, nè d'altro che quali chiamavano Cannoni, et usando palle di ferro, dove prima di pietra, et senza piu grosse et di peso gravissimo, s'usavano, li conducevano in sulle carrette, tirate , come in Italia si costumava) ma da cavalli con agilità tale d'huomini, et d'instru- ti a questo servizio, che quasi sempre al pari de gli eserciti caminavano, et condotte erano piantate con prestezza incredibile, et interponendosi dall'un colpo all' altro pic- ervallo di tempo, si spesso et con impeto si gagliardo percuotevano, che quello che

er die in diesem Baude vorkommenden Maßoinheiten gibt das Vorwort des Heraus- nstl. F. R. S.

s Zitat bezieht sich auf die 1561—1564 in Florenz erschienene *Storia d'Italia* des ita- ntsmanns, Heerführers und Historikers FRANCESCO GUICCIARDINI (1483—1540).

F. R. S.

Form der Artillerie hat seit zweyhundert Jahren sehr geringe Veränderungen erhalten: indem die besten Stücke, welche anjetzo gemacht werden, in der Ansehung der Proportionen nicht viel von denjenigen unterschieden sind, welche zur Zeit des Kayzers CARLS V. verfertigt worden. Es sind zwar öfters leichtere und kürzere Stücke in Vorschlag gebracht, und angenommen worden; allein, ungeachtet dieselben ihre Vortheile hatten, und in manchen Umständen sehr gute Dienste thaten, so scheint es doch, daß die- selben zum allgemeinen Gebrauch als unzulänglich verworfen worden. Obgleich die Proportionen bey der Artillerie in dieser Zeit nicht merklich verändert worden, so hat man doch in dem Gebrauch derselben ziemliche Veränderungen vorgenommen; indem man nun insgemein eben dieselben Abmessungen durch kleinere Stücke zu erhalten trachtet, als man dazu vor diesem Jahrhunderte zu werden geglaubt hatte. Also sind die Batterie-Stücke, welche anjetzo allenthalben approbirt werden, halbe Carthaunen, so eine Kugel von 12 Zoll schiessen; weil man durch die Erfahrung befunden, daß der Schuß von diesen, ob er gleich schwächer ist, als von grösseren Stücken, dennoch in der Eroberung der nunmehr gebräuchlichen Profilen in den Befestigungs-Works, sehr nützlich genug ist, und daß man durch die Bequemlichkeit dieselben fortzubringen, und zu tractiren, ingleichen durch die Ersparung an Ammunition, sehr viele Vortheile über die gantzen Carthaunen erhält, deren man sich vor diesem Jahrhunderte zu bedienen hat. Die jetzige Manier, Breche zu machen, welche allenthalben angenommen worden, da man erstlich den Wall so niedrig als möglich, durchschneidet, ehe man den obern Theil abzuwerfen sucht, scheint auch eine sehr wichtige Verbesserung in der Übung der Artillerie zu seyn. Denn ich kann mich nicht erinnern, diese Manier bey irgend einem alten Autore angetroffen zu haben, und

Staub seyn muste: und im dritten Capitol sagt er, daß 2 Pfund gekörnt Pulver so weit als 3 Pfund Schlangen-Pulver. Ferner berichtet der Herr HENRICH MANWAYRING in seinem *Dictionnary* ¹⁾, welches er dem Herzog von BUCKINGHAM zur Zeit CARLS des Ersten präsentoirt, vom Wort Pulver: daß zwey Arten von Pulver im Gebrauch waren, das eine genannt Körnt-Pulver, welches nicht gekörnt war, sondern wie Staub aussah; das andere aber gekörnt-Pulver: ob er gleich hinzusetzt, daß das Schlangen-Pulver auf der See nicht gebraucht werden sollte, ich glaube aber, daß zu der Zeit, als dieses Buch geschrieben worden, das Pulver schon allenthalben gekörnt worden; dann die ausländischen Scribenten von der Artillerie hatten schon öfters den Gebrauch des gekörnten Pulvers recommendirt.

In London erschienen 1644.

F. R. S.

von ihm die Batterie à ricochet genennet²⁾. Solche ist zuerst bey
gerung von Ath im Jahr 1692 angebracht worden³⁾.

In dieser kurtzen Erzählung desjenigen, was in dem practischen Theil
allerie gethan worden, müssen wir anjetzo von den verschiedenen
welche von Zeit zu Zeit über die Bewegung der Kugeln zum Vor-
kommen, einige Nachricht ertheilen, in welcher Untersuchung wir in
sehr wenig Dinge, so einige Aufmerksamkeit verdienen, antreffen
Dem ungeachtet aber, da diese Materie mit der folgenden Abhand-
ger massen verknüpft ist, so ist doch nöthig, hierüber dem Leser
gen zu leisten.

Der erste Autor, welcher mit Fleiß von dem Flug der Canonen-Kugeln
en, ist, so viel ich weiß, TARTALEA, ein berühmter Italianischer Ma-
us, welcher sich durch Auflösung der Cubischen Aequationen, so ge-
h dem CARDANO⁴⁾ zugeschrieben wird, einen unsterblichen Ruhm er-
Dieser Autor hat erstlich in seiner *Scientia nova*, gedruckt in Venedig
und hernach auch in seinen *Quesiti et Inventioni diverse*, eben daselbst
gedruckt, mit vielem Fleiß einige Betrachtungen über die Beschaffen-
er Bewegungen ausgeführt. Und ob ihm gleich der damalige un-
nene Zustand der Mechanic sehr betrügliche Gründe um darauf zu
n die Hand gab, so war er doch nicht gänzlich in seinen Unter-
n unglücklich; denn er kann mit Recht für den ersten gehalten
welcher gefunden, daß der weiteste Schuß unter einem Winkel von
n mit dem Horizont hervor gebracht wird. Er hat auch dargethan
ie gemeine Meynung der Schützen), daß nicht der geringste Theil
es, welchen eine geschossene Kugel in der Luft beschreibt, eine
nie soy, ungeachtet die Krümmung in einigen Fällen nicht merklich

an besehe seinen Tractat *De l'Attaque et la Défense des places*.²⁾

an besehe das Journal von seinen Belagerungen, welches zu Ende bey der letzten Aus-
Mémoires des General Goussons boygedruckt worden.

BERONIMO CARDANO (1501.-1576). Die erste Auflösung der Cubischen Gleichungen
an dem italienischen Mathematiker SCIPIO: DAL FERRO (1460?-1526), 1496-1526
n der Universität Bologna. F. R. S.

he die Anmerkung 4 p. 23. F. R. S.

amit ist wohl die Ausgabe von 1730 gemeint, die im Haag und in Paris erschienen ist.
die Anmerkung 3 p. 23. F. R. S.

ERANO Opera omnia II 4 Ballistik

ist; denn er hat dieselbe mit der Oberfläche des Meers in Vergleichung gezogen, welche, ob sie gleich in einem geringen Theil betrachtet, vollkommen flach scheint, dennoch ausser allem Zweifel gegen das Mittel-Punct der gekrümmt ist. Er eignet sich auch selbst die Erfindung des Artilleriequadranten zu, und hat öfters auf Schrauben gesetzte Muthmassungen über den Ausgang einiger noch nicht probirten Methoden, so ihm vorgelegt worden, gegeben. Weil er aber in der Ausübung der Artillerie nicht wohl bewandert war, sondern seine Meynungen auf die blosse Theorie gründete, so ist er von allen folgenden Scribenten immer angegriffen worden, jedoch öfters von ihnen genehmigt zu werden, wovon viele Exempel in den Werken BUSCA, COLLADO^{*)}, UFRANO¹⁾, SIMIENOWICZ²⁾ und andern angeführt werden könnten. Und als die Philosophie dieser Zeiten sich öfters in die hienächst entstandenen Fragen gemischet, so entstanden über diese Bewegung Streitigkeiten, absonderlich in Italien, welche bis auf die Zeiten des CASSINI fortdaureten, und allem Ansehen nach Anlaß zu seinen bekannten Gesprächen über die Bewegung³⁾ gegeben haben, welche das erste mahl im Jahr 1741 an das Licht traten. Innerhalb dieser Zeit, und ehe die Lehre des Quadranten festgesetzt worden, kamen verschiedene Theorien über die Bewegung der Stück-Kugeln, und manche Tabellen über die Weite der Schüsse, in An-

*) COLLADO sagt im 63. Capitel, daß TARTALEA der erste Erfinder des Artillerie Quadranten sey, und will, daß DANIEL SANTIACHI oder REGIONMONTANS, (denn er confundirt dieselben) schon viele Jahre vorher gehabt haben. Allein die Wahrheit zu bekennen, so ist des SANTIACHI Buch, woraus diese Muthmassung genommen (*Problemata Astronomicorum et Geometricorum sex septem*) erst A. 1561 herausgekommen, welches folglich lange nach TARTALEA geschrieben. Zu diesem war auch dem SANTIACHI die Methode, den Quadranten zu seinem vorgesetzten Ende einzurichten, ungeachtet er von den verschiedenen Elevationen der Stücke spricht, unbekant.

1) *Tratado de la Artilleria y uso della praticada por el capitan D. Diego UFRANO en las Indias de flandes*, Brusélas 1613. 3. Traktat p. 600. F. R. S.

2) *Artis magnae Artilleriae pars I.* . . Autore CASIMIRO SIMIENOWICZ, Amstelodami 1684. F.

3) G. GALILEI (1564—1642), *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a diverse scienze attinenti alla meccanica ed ai movimenti locali*, Loida 1638; *Le opere di Galileo Galilei* Edizione nazionale vol. VIII, Firenze 1898. F. R. S.

4) Der Quadrant wird schon im 15. Jahrh. im Feuerwerksbuch des ABRAHAM VON MÜLLER erwähnt. Einen Geschützquadranten, der ein einigermaßen genaues Visieren ermöglicht, erwähnt nach M. JÄHNIG I. c. p. 410 GEORG VON FEURBACH (1423—1461), Professor an der Universität Wien, der Lehrer REGIONMONTANS (1436—1476), im Jahre 1450. F. R. S.

verschiedenen Elevationen, zum Vorschein, welche aber über die massen-
 dig waren, und mit der wahren Bewegung dieser Körper keineswegs
 en konnten; ungeachtet einige von diesen Arbeiten von solchen Lenten
 men, welche den grästen Theil ihres Lebens in Ausübung der Artillerie
 acht hatten. Dergleichen sind die Tabellen des URANO, GALEUS, UL-
 und anderer, welche vom BLONDEL.*) angeführt werden¹⁾; welchen noch
 edene andere, deren bey diesem Autore keine Meldung geschieht, bey-
 werden könnten. Es finden sich in der That unter den alten Scri-
 , welche über diese Materie geschrieben, und deren Anzahl sehr groß
 wenige, welche sich nicht mit ihren Speculationen über den Unter-
 zwischen der natürlichen, gewaltsamen und vermischten Bewegung,
 assen, obgleich von denselben kaum zwey in Bestimmung dieser irrigen
 e überein kommen.²⁾

Was uns aber am meisten befremdet, ist, daß bey diesen Streitigkeiten
 o wenig Leute, welche doch dazu Gelegenheit gehabt, haben angelegen
 lassen, diese verschiedenen Theorien durch die Erfahrung zu unter-
 . Wie nun dieses auch mag zugegangen seyn, so kam ich mich nicht

*) Es ist zu merken, daß die Meynung, welche BLONDEL in seiner *Art de jetter les Bom-*
bes V. untersucht, ursprünglich nicht von RIVALTIO, welchem er solche beymißt, herrührt, son-
 dem dem obgemeldeten SANDBECH, von welchem dieselbe der RIVALTIO gestohlen. Man be-
 merket Sect. 6.

*) BLONDEL führt keinen ULRICH an, wohl aber einen DANIEL ELMICH, Stückhauptmann zu
 a. N., der das p. 34 zitierte Buch des STANKOWICZ 1676 in deutscher Übersetzung her-
 F. R. S.

*) Nach URANO ergeben bei konstanter Ladung zwei Abgangswinkel, deren arithmetisches
 50° beträgt, dieselbe und 45° selbst die größte Schußweite. Die Flugbahn setzt sich aus
 len zusammen; der erste Teil (*motus violentus*) ist geradlinig, der zweite (*motus mixtus*)
 dem Einfluß der Triebkraft des Pulvers und der Schwere gekrümmt, und der dritte (*motus*
liber) lotrecht abwärts gerichtet. Nach BLONDEL l. c. Chap. VII p. 35--38 vertritt DAVI-
 DE FLEURANOE (RIVALTIO) (1571—1616) in seinem Buche *Les éléments de l'artillerie*
 1605, hinsichtlich der Form der Flugbahn die Anschauungen URANOS, dagegen setzt er bei
 ter Ladung die Schußweite dem Cosinus des Abgangswinkels proportional. Das letztere
 DANIEL SANDBECH (von Nymwegen) in seinem vom Verfasser p. 34 angeführten, 1561 in
 erschienenen Buche und zwar in der Propositio CXIII: Ex quo fundamento sit extractum
 in eiaculandi sphaeras e tormentis p. 210—212; überdies bewegt sich nach seiner Meinung
 schuß geradlinig, bis die Triebkraft der Ladung fast ganz erschöpft ist, weicht dann nur un-
 ch von der Anfangsrichtung ab und fällt hierauf senkrecht zu Boden. F. R. S.

mehr als 4 Antorum erinnern, welche die Weite der Schüsse nach verschiedenen Elevationen wirklich durch die Erfahrung bestimmt haben. Von diesen ist COLIADO, welcher uns ein Verzeichniß der Weite der eines dreyßpündigen Falconets auf einen jeglichen Punct des Artillerie-Quadranten hinterlassen. Allein aus seinen Zahlen ist klar, daß bey dieser nicht die gewöhnliche Ladung gebraucht worden*). Der nächstfolgende unser Landsmann BOURNE¹⁾, dessen Tractat im Jahr nach des COLIADO gedruckt worden. Seine Elevationen waren nicht nach den Puncten der Artillerie-Quadranten, sondern nach den Graden genommen, und er hat die Verhältniß der Schüsse nach verschiedenen Elevationen, in welchem auch die Weite des Kern-Schusses**). Allein dieser Autor beschreibt nicht mit was für einem Stücke er seine Versuche angestellt: es ist nicht aus seinen Proportionen zu schliessen, daß dasselbe eines von den kleinen müsse gewesen seyn. Es wäre zu wünschen, daß er diesen Umstand mit angeführet hätte; denn es wird im folgenden gezeigt werden, daß die Verhältnisse zwischen den verschiedenen Distanzen, auf welche ein Geschütz unter verschiedenen Elevationen trägt, nach der Geschwindigkeit, der Grösse und Schwere der Kugel, sehr veränderlich ist. Die andern, welche ich über diese Materie angetroffen, sind ELIOT und ANDERSON.

*) Aus diesen Versuchen wurde festgestellt, daß sich die Weite des Kern-Schusses in bestimmten Schritten erstreckte. Bey der Elevation auf den ersten Punct, (welches den 12ten Theil des Quadranten, oder $7\frac{1}{2}$ Grad beträgt,) reichte der Schuß auf 594 Schritt; bey dem zweiten auf 794 Schritt, bey dem dritten auf 954, bey dem vierten auf 1010, bey dem fünften auf 1053, bey dem sechsten auf 1053 Schritt. Die Weite des Schusses bey dem 7ten Punct wird zwischen derjenigen vom dritten und vierten; bey dem 8ten Punct zwischen dem andern und dem 9ten zwischen dem ersten und andern; bey dem 10ten zwischen dem Kern-Schuß und dem Schuß des ersten Puncts; bey dem eilften fiel die Kugel nahe bey dem Stück wieder herab. Siehe das 61te Capitel. Es ist auch zu merken, daß die hier gemeldeten Schritte keine gemeinen, sondern gemeine gewesen, wie er im 12ten Capitel anzeigt.

**) Wenn die Weite des Kern-Schusses durch 1 ausgedruckt wird, so wird die Weite bey einer Elevation von 5 Graden hervor bringet, durch $2\frac{3}{4}$ ausgedruckt werden; bey einer Elevation von 10 Graden durch $3\frac{1}{2}$; bey 15 Graden durch $4\frac{1}{2}$; bey 20 Graden durch $4\frac{3}{4}$; und der weiteste bey der Elevation von 42° eintritt, wird seyn $5\frac{1}{2}$. Nachdem aber der Wind entweder befördert oder verhindert, so kann der weiteste Schuß vom 45sten Grad bis 48 Graden variiren. Man sehe seine *Art of Shooting in great Ordnance* im 7ten Capitel.

1) Siehe die zweite Anmerkung des Verfassers p. 30. F. R. S.

2) WILLIAM ELIOT lebte um 1646. ROBERT ANDERSON lebte in der zweiten siebenzehnten Jahrhunderts. F. R. S.

beyde Engelländer: von welchen der letztere seine Experimenta aus allzugrosser Liebe zu seiner irrigen Theorie sehr merklich verfälschet hat, wovon ich nachgehends Gelegenheit haben werde ausführlicher zu sprechen. ELDRED aber verdienet ein weit besseres Lob.^{*)} Seine Grundsätze sind einfältig genug, und ob dieselben gleich nicht nach aller Schärfe der Wahrheit gemäß sind, so kommen sie doch derselben unter gewissen Bedingungen ziemlich nahe. Er hat nur die Weite der Schüsse von unterschiedenen Arten Stücker bey kleinen Elevationen, welche alle unter 10 Grad sind, aufgezeichnet hinterlassen. Es befindet sich in seinem Buche eine sehr grosse Anzahl Experimente, welche mit besonderm Fleiße und grosser Behutsamkeit gemacht worden zu seyn scheinen: und er hat die Aufrichtigkeit gehabt, uns auch diejenigen nicht zu verschweigen, welche mit seiner Theorie nicht bestehen können. Ueberhaupt scheint er sich weit mehr Mühe gegeben, und eine viel grössere Kenntniß von diesem Werke, als seine Mit-Brüder in dem practischen Theil der Artillerie gehabt zu haben. Denn diese hiengen insgesamt einer übelgegründeten Theorie allzu hartnäckig an, und hielten so fest über die angenommenen Gebräuche, daß sie auf die Erleuterung der Kunst durch eigene Experimente nicht dachten, und folglich nicht einmahl einsahen, daß dieselbe noch grosser Verbesserungen benöthiget wäre. Sonsten wäre es unmöglich gewesen, daß Sätze, welche so wenig mit der Erfahrung übereinstimmen, so lange Zeit hätten bestehen können, wovon die Lehre, welche nach des GALILEI Zeiten angenommen worden, ein merkwürdiges Exempel darlegt.

Die Gespräche des GALILEI über die Bewegung wurden, wie schon gemeldet, A. 1638 gedrucket, und hierinn hat er die allgemeinen Gesetze, welche die Natur in Hervorbringung und Veränderung der Bewegung beobachtet, aufsfündig gemacht. Denn er war der erste, welcher die Wirkungen der Schwehre auf die fallenden Körper beschrieben¹⁾: und aus diesen Grundsätzen hat er hergeleitet, daß die Linie, welche eine Canonen-Kugel in ihrem Flug beschreibet, eine Parabel seyn müsse, in so ferne dieselbe nicht durch den

*) Sein Buch führt den Titel: *The Gunners Glasse*, und die Experimente, worauf er sich gründet, sind meistentheils zu Dover Castle, allwo er viele Jahre Büchsenmeister gewesen, gemacht worden. Das früheste Datum von seinen Experimenten findet sich vom Jahr 1611, ungeachtet sein Buch erst A. 1646 herausgekommen.

1) G. GALILEI, *Discorsi* (siehe die Anmerkunq 3 p. 34), *Giornata quarta*, p. 237—250; *l.c. Opere di GALILEO GALILEI*, Edizione nazionale, vol. VIII, p. 269—279. F. R. S.

Widerstand der Luft von dieser Bahn abgeleitet würde. Er hat auch vorgeschlagen, um die Veränderungen, so von diesem Widerstand zu bestimmen: indem er eine Methode beschreibt, wodurch man kugeln, welche die Luft in der Bewegung einer Canonen-Kugel in einer gewissen Distanz von dem Stücke hervor bringt, bestimmen könnte.

Da nun solchergestalt GALILEUS gewiesen, daß alle Gewerthe in so ferne dieselben von der Luft nicht gehindert werden, eine Parabel beschreiben, so hätte man vermuthen sollen, daß diejenigen, welche gekommen, sich alle Mühe gegeben haben würden, die Veränderungen aus dem Widerstand der Luft entstehen, zu untersuchen, oder zu bestimmen fest zu setzen, ob man in dieser Wissenschaft nöthig habe, diesen Umstand zu sehen oder nicht. Allein, an statt hierinne alle Bemühungen zu gebrauchen, so haben die nachfolgenden Scribenten ganz vorwiegend ohne die Erfahrung darüber zu Rathe zu ziehen, behauptet, daß der Widerstand der Luft keine merkliche Veränderung in dem Flug einer Kugel verursachen könne; und in diesem irrigen Wahn haben sie sich sehr bestärken gesucht durch die grosse Dünne, welche in Ansehung der dichten Körper an der Luft wahrgenommen wird. Da nun diese irrige Meynung inuner beybehalten und beständig wiederholet worden, so hat man dieselbe so gar als einen Grund-Satz, welcher keinen ferneren Beweis bedürfte, angenommen, und durchgehends behauptet, daß die Bewegung der Körper ziemlich genau nach einer Parabel geschähe.

Denn in dem Jahr 1674 publicirte unser Landsmann ANDREW WATSON (Tractat, genannt: *The genuine use and effects of the Gun*¹⁾), worin er die Grundsätzen des GALILEI zu Werke geht, und beständig behauptet, daß der Flug aller Canonen-Kugeln in einer Parabel geschehe; und bezugleich allen Einwürfen, so dagegen gemacht werden könnten, entgegen.

Im Jahr 1683 gab Mr. BLONDEL *l'Art de jeter les Bombes* zu Paris aus, allwo gleichfalls die Lehre des GALILEI auf die Bewegung der Kugeln von allen Arten gezogen, und die Veränderungen, welche der Widerstand der Luft verursacht, ins besondere betrachtet worden: nach einer gründlichen Untersuchung aber macht dieser Autor auch den Schluss, daß die Wirkungen der Luft so geringe seyn, daß dadurch die Richtigkeit

1) Der Tractat erschien in London. F. R. S.

Schlüsse keinen merklichen Abbruch litte.*) Gleichergestalt findet sich auch oben diese Materie in unserm Philosophical Transactions abgehandelt***) durch Dr. HALLEY¹⁾, welcher in Erwägung des grossen Unterschieds, so sich zwischen der Schwere der Stückkugeln und der Luft befindet, für sehr wahrscheinlich hält, daß der Gegenstand der Luft bey schweren Canonen-Kugeln kaum merklich seyn könne: ungeachtet er zugibt, daß die Wirkung derselben bey kleinen und leichten Körpern nicht aus der Acht gelassen werden könne.

Da also diese Meynung über den geringen und nicht merklichen Widerstand der Luft in Schwang gekommen; vom GALILEO aber erwiesen worden, daß alle geworfene Körper, wann der Widerstand der Luft gehoben würde, sich in einer Parabel bewegen müßten, so ist insgemein bey allen Schriftstellern der Artillerie als ein Grundsatz angenommen worden, daß der Weg, welchen eine Canonen-Kugel in der Luft beschreibt, nicht merklich von der Parabel abweiche. Man darf, um hiervon überführet zu werden, nur alle diejenigen Autors, welche seit 40 Jahren über diese Materie geschrieben, nachsehen.

Ob nun gleich diese Meynung denjenigen, welche sich nur mit Speculationen aufhalten, herrlich zu statten kommt: so hat doch schon ANNERSON durch eine grosse Menge angestellter Versuche gefunden, daß dieselbe ohne einige neue Einschränkungen mit der Wahrheit nicht bestehen könne. Denn ob gleich aus seinen Schriften nicht erhellet, daß er jemahls die Verhältniß der Schußweiten von Canonen oder Mörkerten, wenn dieselben mit der gewöhnlichen Ladung loß geschossen werden, untersucht, so ist er doch durch die Experimenten, welche er nur mit kleinen Ladungen angestellt, wodurch die Kugeln mit einer weit kleinern Geschwindigkeit fortgetrieben werden, überführet worden, daß die gantze Bahn derselben nicht als eine Parabel angesehen werden könne, wie aus seinem Tractat, *To hit a Mark*, so A. 1690²⁾

*) Man sehe pag. 345 von der ersten Edition in Quarto³⁾, ingleichen auch pag. 355 und die folgenden.

**) Man sehe in No. 216 pag. 68.

1) E. HALLEY (1656—1742). Die Fußnote des Vorfassers bezieht sich auf die Abhandlung: *A proposition of general use in the art of gunnery, shewing the rule of laying a mortar to pass, in order to strike any object above or below the horizon.* By E. HALLEY. Philosophical Transactions (London) 19 (1695—1697), 1698 p. 68. F. R. S.

2) Der Tractat erschien in London. F. R. S.

3) Erschienen in Amsterdam 1699. F. R. S.

gedruckt ist, ersehen werden kann. An statt aber hieraus die wahre Geschwindigkeit zu ziehen, und die Größe dieses so merklichen Widerstandes zu bestimmen, so hat er vielmehr aus einer allzugrossen Neigung schon gefaßten Meynungen lieber eine neue Hypothesin geschmiedet, darinne bestand, daß eine jegliche Kugel im ersten Anfang ihren Weg hiß auf eine gewisse Distantz nach einer geraden Linie fortgehe, dem Ende derselben erst anfangs in einer Parabel fortzulauffen, und endlich, daß diese gerade Linie, welche er die Linie der Gewalt nennt, bey allen verschiedenen Richtungen der Canonen gleich sey. Durch diese Hypothesin, ob dieselbe gleich auf keinerley Art bestätigt werden kann, war er doch im Stande, alle Abweichungen der Schüsse von der gemeinen Meynung zu erklären, so stark dieselben auch immer gewesen seyn sollten, indern er seine gerade Linie nach Belieben annehmen konnte. Ungeachtet scheint es, daß diese neu ausgefundene Meynung nicht ihm nachgehends angestellten Versuchen nicht weiter bestehen konnte, da er konnte es nimmer so weit bringen, daß er die Schußweiten von verschiedenen Elevationen mit dieser seiner Hypothesi hätte vergleichen können, ob ihm gleich solches bey zweyen glücklich gelungen. Da nun merkliche Abweichungen von dem Widerstand der Luft bey Ballen und Kugeln, welche nur durch eine geringe Ladung geschossen worden seyn, so groß muß die Würkung der Luft nicht alsdenn seyn, wenn sich einer völligen Ladung bedienet? Denn da in diesem Falle die Kugel einen drey biß viermal grösseren Grad der Geschwindigkeit bekommt, als im vorigen, so muß die Resistenz der Luft, wie im folgenden Capitel werden soll, bey nahe fünfzig mahl grösser, und also sehr merklich seyn.

Daß die Resistenz der Luft, welche doch eine grosse Gewalt hat, schnell hewegte Körper ausübet, von den practischen Artilleristen gar aus der Acht gelassen wird, solches ist nicht der einzige unwürdige Umstand in dieser Untersuchung. Denn, nachdem NEWTONS *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* heraus gekommen, hätten allem Vermuthen nach alle Mathematici von dieser bewiesenen Würkung der Luft völlig überzeugt worden sollen, indern in diesem Werke die Gesetze und die wahre Grösse dieser Resistenz fest-

1) I. NEWTON (1643—1727). Die *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Titel) erschienen 1687 in London. Eine dritte, noch von NEWTON selbst besorgte und emendata" bezeichnete Ausgabe wurde ebendasselbst 1726 veröffentlicht. F.

Bewegungen bestimmt und durch viele Experimente bestätigt worden. Eben diese Gesetze, wenn dieselben auf sehr schnelle Bewegungen bezogen werden, geben zwar die Resistenz viel zu geringe an, als aus der wirklichen Erfahrung abgenommen werden kann, und NEWTON selbst hat schon diese Abweichung bemerkt*); allein eben hieraus erhellet, daß die Wirkung der Luft auf die Stückkugeln um so viel weniger aus der Acht gelassen werden könne. Dieser augenscheinlichen Probe von der Nothwendigkeit, die Luft bey der Bewegung der Stückkugeln mit in Betrachtung zu ziehen, ungeachtet aber habe ich bisher nur ein einziges Exempel angetroffen, worinne dergleichen Bewegungen nach den Grundsätzen des NEWTONS berechnet worden sind.**)

Wenn wir nun alles zusammen nehmen, was über diese Materie beygebracht worden, so erhellet ganz deutlich, daß sich die heftigen Scribenten über die Artillerie sehr gröblich betrogen haben, wenn sie geglaubt, daß die Resistenz der Luft nicht verdiene, in Betrachtung gezogen zu werden, und daher behauptet haben, daß der Weg, welchen die Bomben und Stückkugeln in der Luft beschreiben, von einer wahren Parabel nicht merklich unterschieden sey. Hieraus folget also unstreitig, daß alle bisher gemachten Bestimmungen über den Flug der Stückkugeln, welchen ein sehr hoher Grad der Geschwindigkeit eingedrucket worden, von der Wahrheit sehr stark abweichen, und daß folglich die gegenwärtige Theorie der Artillerie in diesem sehr wichtigen Punkt gänzlich unbrauchbar und falsch sey.

Um nun einiger massen diesen Unvollkommenheiten abzuhelfen, so haben wir uns im zweyten Capitel der folgenden Abhandlung bemühet, nicht allein dasjenige, was hier in Ansehung der Unrichtigkeit der parabolischen Bewegung ist angeführt worden, auf das gründlichste zu beweisen, sondern auch zugleich die wirkliche Grösse der Resistenz, welche eine Stückkugel in einem jeglichen Grad der Geschwindigkeit leidet, richtig zu bestimmen. Denn da aus den im ersten Capitel festgesetzten Gründen die Geschwindigkeit einer

*) *Phil. Nat. Princ. Math.* p. 351.

**) In *Comment. Acad. Petrop.* Tom. 2, p. 338, 339. 1)

1) Es handelt sich um die Abhandlung von D. BERNOLLI *De actione fluidorum in corpora solida et motu solidorum in fluidis*, *Comment. acad. sc. Petrop.* 2 (1727), 1729, p. 304, deren Pars quarta (p. 329—342) unter dem Titel *De motu corporum sursum proiectorum, ubi ad calculum revocantur experimenta ab Excellentiss. Dno GENTHERO cum tormentis instituta*, den hier vorliegenden ballistischen Aufgaben gewidmet ist. F. R. S.

Kugel, mit welcher dieselbe aus dem Stück wirklich heraus führen können, bestimmt werden kann; so wird die Beschreibung des Weges, den die Kugel in der Luft nimmt, in ein geometrisches Problem verwandelt, welches in seiner gänzlichen Ausdehnung eine sehr verwirrte und mühsame Aufgabe erfordert; allein in den Fällen, welche in der Praxi öfters vorkommen, können einige gewisse leichte Approximationen angebracht werden, welche hinreichend sind, die verschiedenen Schußweiten aus der Theorie genau zu bestimmen.

Ob aber gleich diejenigen, welche die folgende Abhandlung mit Aufmerksamkeit durchlesen, keinen Zweifel über die Gewißheit von den oben gegebenen Bestimmungen übrig behalten werden, so möchte man doch wünschen, daß man die Accuratesse dieser Gründe noch weit sicherer durch Experimente über die wirklichen Schußweiten von verschiedenen Stücken durch derselben Vergleichung mit den Rechnungen der Theorie setzen könnte. Und in der That hatte ich einmahl den Voratz, ein Capitel über diese Materie beyzufügen, es haben mich aber zwey Ursachen hiervon abgehalten. Die erste bestand in der grossen Schwierigkeit, die wahren Distantzen, so weit ein Stück in verschiedenen Richtungen zu versichern, welche Schwierigkeit niemand so leicht, als von den Proben von dieser Art angestellt, einsehen wird. Die andere bestand in einer gewissen Irregularität, welche sich bey diesen Distantzen zeigte, die alle meine Bemühungen fruchtlos machte. Denn eben dasselbe Stück, welches öfters unter einerley Ladung die Kugel auf sehr verschiedene Distantzen dergestalt, daß selten zwey unter einerley Umständen gemachte Schüsse einander überein stimmen, wie ich ausführlicher in der 7ten Proposition des zweyten Capitels anmerken werde.

Ungachtet aber dieser Schwierigkeiten, welche mich verhindert haben, dem folgenden Tractat solche Experimenta über die Weite der Schüsse beyzufügen, wodurch die Theorie der Resistenz mehr befestiget werden könnte, so habe ich mich doch entschlossen, diese Materie abzuhandeln, und ich schmeichle mir einen Weg gefunden zu haben, um den obgedachten Irrthümern vorzubeugen. Denn so lange diese Hindornisse nicht aufgehoben werden, so ist klar, daß man sich aus allen Experimenten dieser Art nicht viel Nutzen versprechen könne. Ich behalte mir vor, den Anfang meiner künftigen Versuche über diesen Articul zu einem Capitel dieser Abhandlung vor, worinne ich ausser diesen über den Fluß der Kugeln angestellten Experimenten, und derselben Vergleichung

geometrische Art bewiesenen Bestimmungen, mir vorgesetzt habe, noch viele andere Experimente anzuführen; welche, ob sie gleich von einer vermischten Natur sind, dennoch sowohl mit der Theorie, als mit der Praxi der Artillerie, in einer genauen Verbindung stehen. Diesem zweyten Theil werde ich auch verschiedene Nachrichten und practische Regeln beyfügen, welche aus den vorher festgesetzten Grundsätzen fließen, und verhoffentlich bey künftiger Ausübung der Artillerie von nicht geringem Nutzen seyn werden. Es liegt von diesem zweyten Theil schon eine ziemliche Partie bey mir wirklich fertig, nebst einem guten Vorrath, um dasselbe gänzlich zu vollenden. Diejenigen Experimenten aber, welche mir noch fehlen, erfordern lange Zeit, und eine bequeme Gelegenheit ins Werk zu richten.

Da die folgenden Blätter ansser der Bestimmung des Widerstands der Luft, auch zugleich eine Theorie von der Kraft und Wirkung des Pulvers in sich enthalten, so wird man von mir auch eine Erzählung von demjenigen, was andere Autores bißher davon geschrieben haben, erwarten. Allein, alles dasjenige, was mir bisher darüber vorgekommen, ist so unbestimmt und undeutlich, daß es öfters sehr schwer ist, die Meynung der Autoren mir zu verstehen. Die verständlichste Hypothesis hierüber, und welche auch scheint, der Grund zu seyn von allem, was andere davon gesagt haben, ist diejenige, welche DE LA HIRE gegeben.

In der Historie der Französischen Academie A. 1702 hat Mr. DE LA HIRE¹⁾ supponirt, daß die Kraft des Pulvers von der vermehrten Elasticität der Luft herrühre, welche in demselben und zwischen den Körnern befindlich ist, und durch die Hitze des Feuers im Loßbrennen erregt werde. Wenn nun die Luft in den Körnern selbst sowohl als zwischen denselben vor der Abtönerung in ihrem natürlichen Ausdehnungs-Stande befindlich wäre, so könnte keine grössere Kraft hervor kommen, als welche von der Flamme verursacht würde. Diese Ausdehnungs-Kraft ist aber aufs höchste fünfmal grösser, als diejenige, womit die Luft in ihrem natürlichen Zustande begabet ist, wie im folgenden mit mehrerm dargethan wird²⁾, und folglich würde dieselbe nicht einmahl hinlänglich seyn, den zweyhundertsten Theil der Gewalt, welche das Pulver wirklich ausübet, hervor zu bringen.

^{*)} Man bescho die Vto Prop. des ersten Capitels in der folgenden Abhandlung.

1) G. PH. DE LA HIRE (1677--1719), *Sur les effets du ressort de l'air dans la poudre à canon et dans le tonnerre*. Histoire de l'acad. roy. des sciences (1702), Paris 1704, p. 9.

P. R. 8.

Inzwischen hat doch diese Erklärung zu verschiedenen Dissertationen und Abhandlungen bey einer benachbarten Nation Anlaß gegeben: und in derer sieht ein gewisser Autor¹⁾ seine Forderung sehr billig an, wenn er behauptet, daß die Ausdehnungskraft der Luft, wenn dieselbe durch die Verbrennung des Pulvers erhitzt wird, hundert mahl grösser sey, als die Ausdehnungskraft der Luft bey der Hitze des siedenden Wassers. Weil ich aber glaube, die Unmöglichkeit dieser Lehre, um die Gewalt des Pulvers zu erklären, genugsam erwiesen zu haben, so will ich die Leser mit einer weitläuftigern Erzählung der Umstände über diesen Punkt nicht länger aufhalten: insonderheit weil ich in der Hoffnung schmeichte, daß die Theorie der Gewalt des Pulvers, welche in den folgenden Blättern festgesetzt wird, durch solche Experimente und Beobachtungen sprechlich bekräftiget worden, daß eine förmliche Wiederlegung anderer Meinungen unnöthig seyn würde.

... — ...

1) Gemeint ist wohl JON. BEUSOUILL. Siehe EULERS Anmerkungen p. 47. P.

ANMERKUNGEN DES UEBERSETZERS

Was unser Autor hier von dem Ursprung und der Erweiterung sowohl der Artillerie, als der Fortification, erzehlet, zeigt eine ungemeine Belesenheit und Kenntniß aller alten Autoren, welche von diesen Wissenschaften geschrieben haben, an. Diese Nachrichten, welche absonderlich die Praxis betreffen, scheinen auch so gründlich und der Wahrheit gemäß zu seyn, daß man darüber den geringsten Zweifel zu hegen keine Ursache findet. Indessen scheinen doch dem Verfasser verschiedene Bücher von der Theorie der Artillerie unbekannt gewesen zu seyn, worinnen schon eine weit gründlichere Nachricht von der Bewegung der Stück-Kugeln und der Gewalt des Pulvers gegeben wird, als er anführet: oder derselbe mußte solche mit allem Fleiß mit Stillschweigen übergangen haben, um die Wichtigkeit seiner eigenen Erfindungen desto mehr zu erheben. Denn aus demjenigen, was er anführet, sollte man fast schliessen, daß man vor ihm sowohl von der Bewegung der Stück-Kugeln, als von der Gewalt des Pulvers, sehr wenig zuverlässiges gewusst hätte, indem von denjenigen, welche darüber sehr schöne Entdeckungen gemacht haben, nicht die geringste Nachricht erteilet wird, da derselbe doch in den übrigen Stücken alle Autoren, welche davon etwas merkwürdiges herausgegeben, so sorgfältig anführet.

Was nun erstlich die Bewegung der Canon-Kugeln in der Luft anlanget, so haben die Theoretici schon längst erkannt, daß die Linie, welche eine solche Kugel in der Luft beschreibt, sehr merklich von einer Parabel unterschieden sey. Von was für einer Natur aber diese krumme Linie sey, konnte wegen der grossen Schwierigkeit der Rechnungen, welche diese Untersuchung erfordert, nicht so leicht bestimmt werden. HUGENS¹⁾ hatte zwar schon bewiesen, daß wenn die Resistenz der Luft der Geschwindigkeit der

1) CHR. HUYGENS (1629—1695), *Traité de la Lumière avec un Discours de la Cause de la Pesanteur*, Laide 1690, p. 169; *Dissertatio de causa gravitatis*, *Chr. Hugeni Opera reliqua*, Amstelodami 1728, vol. I, p. 93. F. R. S.

darinne bewegten Körper proportional wäre, diese krumme Linie der logarithmica seyn müsse; NEWTON aber hat sehr deutlich daß diese Resistenz der Luft nicht den Geschwindigkeiten selbst, sondern Quadratis proportional sey, und hat sich alle Mühe gegeben, die krumme Linie, welche ein Körper, so einer solchen Resistenz ausgesetzt beschreibet, ausfindig zu machen. Dem ungeachtet konnte derselbe seinen Endzweck erreichen, sondern mußte sich mit Approximation begnügen, wie aus den *Principiis Math. Phil. Natur.* genugsam erhellen. Die Frage wurde auch A. 1718 dem berühmten Hrn. Professor Jon. I. KEIL²⁾ von dem Engelländer KEIL³⁾ aufgegeben, als ein solcher Fall, dessen Auflösung sich die Engelländer bißher umsonst bemühet. Nun gedachter Herr BERNOULLI sogleich dieses Problem aufgelöst, und in einem viel weitern Sinn, als solches vorgelegt worden, so kannte die Solution in des Hrn. HERMANN'S *Phoronomia*⁴⁾ zu gleicher Zeit zu finden, und der scharfsinnige Engelländer (TAYLOR⁵⁾) machte gleichfalls bekannt.⁶⁾ Ob nun gleich der Hr. ROBINS gefunden, daß die Resistenz bey sehr schnellen Bewegungen grösser ist, als man geglaubt, so enthält auch für diesen Fall die Auflösung in der Methodo enthalten, die dieselbe nicht als eine bisher unbekant gewesene Sache ansehen. Geachtet man gestehen muß, daß sich bisher noch kein Mathematiker die Mühe gegeben, dieselbe zum Vortheil der practischen Artillerie

Daß aber die Resistenz der Luft auf schnelle Bewegungen, die Stück-Kugeln haben, eine sehr merkliche Wirkung habe, hat

1) I. NEWTON. *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, Editio tertia, p. 259—264. F. R. S.

2) J. KEIL (1671—1721), Professor der Physik und hernach der Astronomie.

3) JOH. BERNOULLI, *Responsio ad nomeninis provocationem eiusque solutio quæ eadem propositæ de invenienda linea curva, quam describit projectile in medio resistentissimo*, Lipsiæ 1719, p. 216; *Opera omnia*, Lausannæ et Genevæ 1742, t. II, p.

4) JAC. HERMANN (1678—1733), *Phoronomia, sive de viribus et motibus corporum et fluidorum libri duo*, Amstelædam 1716. F. R. S.

5) B. TAYLOR (1685—1731), *Propositiones aliquot de Projectilium motu* *Par. An. 1710*, *Philosophical Transactions* (London) 81 (1721), 1723, p. 151. bezieht sich aber nur auf die Wurfbewegung im luftleeren Raum. F. R. S.

6) Siehe zu diesen Darlegungen auch EULERS *Mechanica*, t. I § 883; *Leonhardi Euleri Opera*, series II, vol. 1, p. 318. F. R. S.

von DANIEL BERNOULLI im 2ten Tome Comment. Acad. Petrop.³⁾, welche so gar der Hr. ROBINS in einer andern Absicht anführt, auf das dort aus vielen Experimenten erwiesen; indem er zum Exempel pag. 338 daß eine Stach-Kugel, welche in der Luft nur auf eine Höhe von 1200 gestiegen, in einen luftleeren Raum 58750 Schuh hoch hätte müssen, von welcher merkwürdigen Anmerkung unser Autor nicht geringste Meldung thut.

Die gleiche Bewandniß hat es auch mit der Erklärung der Gewalt des Pulvers, wovon unser Autor keine andere anführt, als welche DE LA HIRE² gegeben, und in der That keine tiefe Einsicht in die Natur-Wissenschaft zu erkennen giebt; daher man auf die Gedanken gerathen sollte, als niemand anders in diesem Stücke glücklicher gewesen wäre. Daß sich die Luft in dem Schieß-Pulver nicht in ihrem natürlichen Zustande, sondern sehr stark zusammen gedruckt befinde, hat schon der vorgemeldte H. BERNOULLI A. 1690 in seiner *Dissertatio de effervescencia et fermentatione* sehr klar bewiesen. Dem derselbe hat uns einigen über die Lösung des Pulvers angestellten Experimenten den richtigen Schluß gegeben, daß die in dem Pulver befindliche Luft zum wenigsten hundert mahl zusammen gedruckt seyn müsse, als solche natürlicher Weise zu seyn pflegt. Es kan zwar seyn, daß diese Dissertation dem Hrn. ROBINS niemahlen zu Gesicht gekommen; allein es ist nicht wahrscheinlich, daß derselbe das Experiment, als welches in die Philosophical Transactions⁴⁾ eingebracht ist, nicht gesehen haben sollte, worinne gleichfalls gewiesen wird, daß Salpeter wirklich eine sehr elastische flüßige Materie enthalten sey, von welcher die Gewalt des Pulvers herrühre; und daß in 6 granen Pulver zum wenigsten 1 gran pure Luft, welche so sehr zusammen gepreßt, enthalten seyn. In den Supplementi al Giornale de letterati d'Italia Tom. I. n. 8 steht ein Gelehrter, Namens BRACHII⁵⁾, Experimente über die Gewalt des Pulvers angestellt, und daraus geschlossen, daß die im Pulver enthaltene Luft 50 mahl dichter sey, als die natürliche.

¹⁾ Siehe die Anmerkung 1 p. 41. F. R. S.

²⁾ JOH. BERNOULLI, *Opera omnia*, Lausannae et Genovae 1712, I. I, p. 7—40. F. R. S.

³⁾ DENIS PAMIN (1647—1712), Französischer Physiker und Erbauer des ersten Dampfschiffes.
F. R. S.

⁴⁾ Philosophical Transactions (London) 10, 1675, p. 546—548. F. R. S.

⁵⁾ GIACOMO BRACHII, *Saggio sopra l'aria nel polve d'arcobugio e la sua compressione*. Suppl. al Giornale de letter. d'Italia, Tom. I n. 8, Venezia 1723. F. R. S.

Der Hr. Prof. DANIEL BERNOLLI hat auch diese Materie in seinem gleichlichen Werk von der Hydrodynamie¹⁾, so A. 1738 zu Straßburg ist, sehr ausführlich abgehandelt, in der 10ten Section, allwo er an Experimenten behauptet, daß die Elasticität der im Pulver enthaltenen Luft mehr als 10000 mahl grösser sey, als der natürlichen. Wenn also die Elasticität der Luft in eben der Proportion mit der Zusammendrückung zunähme, so müßte auch die Luft im Pulver 10000 mahl dichter, als die gewöhnliche Luft, womit wir umgeben sind, und folglich das Pulver 10000 mahl schwerer seyn, als die ordentliche Luft. Da nun das Pulver ungefähr 1000 mahl schwerer ist, als die Luft, die Schwere des Pulvers aber nicht viel vom Wasser verschieden ist, so sieht man wohl, daß diese Hypothesis unmöglich bestehen kann, wann auch gleich das Pulver anders wäre, als eine zusammen gepreßte Luft. Dahero glaubet unser Autor, daß die Regel, kraft welcher die Elasticität der Luft ihrer Zusammendrückung proportional seyn soll, bey sehr starken Zusammendrückungen nicht mehr gültig habe, und daß vielleicht die natürliche Luft, wann dieselbe zum Beispiel in einen tausend mahl kleinern Raum zusammen gedrückt wird, eine 10000 mahl grössere Elasticität erlange: welche Meynung mit der gemeinen Lehre von der Beschaffenheit der Luft sehr wohl bestehen kann, aber der Herr BERNOLLI diese Folgen aus der Resistenz der Luft ableitet, und dieselbe beständig den Quadraten der Geschwindigkeit proportional setzt: unser Autor aber die Resistenz bey sehr schnellen Bewegungen nicht proportional befunden hat: so werden diese Folgen einer Correction nöthig haben, man vielleicht die Elasticität der im Pulver enthaltenen Luft nicht so erstaunlich groß anzunehmen genöthiget seyn wird. Welcher Umstand in den folgenden Anmerkungen mit grösserm Fleiß untersucht werden wird.

1) Siehe die Anmerkung I p. 6. F. R. S.

ERSTES CAPITEL

VON DER GEWALT DES SCHIESS-PULVERS

ERSTER SATZ

Schieß-Pulver sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, angewandt, so wird durch die Entzündung eine beständige, flüssige und mit einer Ausdehnungskraft versehene Materie herorgebracht.

Von man ein feuriges Eisen unter einen Recipienten setzt, die Luft mittelst einer Luftpumpe rein ansauget, und alsdenn einige Pulverkörner auf das glühende Eisen fallen lässt: so wird das Pulver Feuer fangen, und der Quecksilber in dem damit befestigten Indice Mercuriali plötzlich herunter sinken. Darauf wird derselbe zwar wiederum herauf steigen, seine vorige Höhe nicht immer wiederum erreichen, sondern beständig um so viel tiefer stehen, je mehr man Pulver im Recipienten angezündet hat. Dieses ist ein bekanntes Experiment, und findet sich nach allen Umständen beschrieben in Philosophical Transactions No. 295 von Mr. HAUKEBEE, an welchem er meldet, daß, nachdem er eine geringe Quantität Pulver auf diese Art angezündet, der Mercurius in dem Indice mercuriali, welcher vor der Loßbrennung 12 Zoll hoch gestanden, darauf biß auf $12\frac{3}{4}$ Zoll herunter gefallen.¹⁾ Dieses

Diese Beschreibung findet man in den beiden Abhandlungen von FRANCIS HAUKEBEE (1713): VI. *An Experiment made at a meeting of the Royal Society Dec. 20. 1704 of gun-powder on a red hot iron in vacuo Boyleano.* VII. *An account of an experiment made the 26th 1704. To try the quality of air, produced from gun powder, fir'd in vacuo Boyleano.* Philosophical Transactions (London) 24 (1704/1705). 1706, p. 1806—1807. F. R. S.

Experiment beweiset also unstreitig, daß durch die Lohbrennung in dem Recipienten eine subtile elastische Materie hervorgebracht wird, durch deren Ausdehnungskraft das Quecksilber so tief herabgedrückt wird, daß folglich unser Satz, in Ansehung des Luft-leeren Raums, richtig gemäß ist. Daß aber diese hervorgebrachte flüssige Materie dauernd gewesen, erhellet aus demjenigen, was Mr. HAKESBEEK dem Ort noch beyfüget, daß ungeachtet das Quecksilber nach wiederum gestiegen, dasselbe doch den folgenden Tag nicht $22\frac{1}{2}$ Zoll gestanden, und auch nachgehends diese Höhe unverändert habe. Daß hernach diese flüssige Materie elastisch, oder mit Ausdehnungs-Kraft versehen gewesen, beweiset der niedrige Stand des mercurialis zur Gange; indem dieselbe durch ihre natürliche Schwerkraft keine merkliche Wirkung hätte hervor bringen können. Daraus auch daraus, daß sich diese Materie durch den gantzen Recipienten verbreitet, welches ohne die Elasticität nicht hätte geschehen können. Dieses Experiment gleicher Weise von stattem, der Recipient muß nur klein seyn. Inzwischen ist aber der Fall des Mercurii um so viel je grösser der Recipient genommen wird, wann man nemlich ein wenig Pulver behält: woraus folget, daß diese flüssige Materie, je grösser dieselbe ausdehnen kan, eine um so viel kleinere Elasticität besitzt, folglich mit der Luft in diesem Stück überein komme.

Eben diese flüssige und elastische Materie wird hervorgebracht, wenn Pulver in der Luft angezündet wird.*) Denn, wann man eine kleine Quantität Pulver in den obern Theil einer Glaßröhre legt, das untere Ende der Röhre aber ins Wasser taucht, so tief, daß nur ein geringer Theil der Röhre worinne das Pulver befindlich, ausser dem Wasser zu stehen bleibt, und alsdann die Röhre an dem obern Ende fest zuschliesset, daß keine Communication mit der äussern Luft gehoben wird, hernach aber das Pulver mittelst eines Brennglases in der Röhre anzündet: so wird das Quecksilber plötzlich wie das Quecksilber bey dem vorigen Experiment zu sinken, und darinne beständig tiefer stehen bleiben, als vor der Entzündung des Pulvers. Dieser Unterscheid wird auch um so viel grösser se-

*) Man sehe HAKESBEEK'S *Phys. Mechan. Exper.* pag. 81.

1) FR. HAKESBEEK, *Physico-mechanical experiments on various subjects touching the nature of fire*, London 1709. F. R. S.

gezündet wird, und je enger die Röhre ist. Hieraus wird also auch der Fall unsers Satzes ausser Zweifel gesetzt, daß die Luftbrennung auch in der Luft eine fortwährende elastische flüchtige Materie erzeugt.

ZUSATZ

Es ist schon seit der Zeit des berühmten BOYLE¹⁾ wahrgenommen, daß die Luft durch die Gährung, und andere chymische Operationen, ein Elasticum, welches in vielen Stücken der natürlichen Luft sehr ähnelt, hervorbringen. Man hat auch gleichor Weise befunden, daß auch die Gase in verschiedenen Umständen einen Theil der anliegenden Luft verschlucken und gleichsam verzehren. Insonderheit aber hat man gefunden, daß alle verbrennliche Körper, und alle schweflichte Dämpfe, einen Theil der Luft zerstören, und solche entweder in sich verwandeln oder zum wenigsten ihrer Elasticität berauben. Diese Hervorbringung der Verzehrer der Luft in chymischen Processen ist neuerlich sehr genau und glücklich von dem Hrn. HALES in seiner *Vegetable Statics*²⁾ untersucht worden. Aus diesen Gründen folget nun, daß in dem letztern Experiment der schweflichte Rauch, welcher bey Entzündung des Pulvers entsteht, etwas von der in der Röhre zurück gelassenen Luft verzehren wird; daher ist nöthig, daß man bey diesem Experiment so wenig Luft in der Röhre zurück lasse, als möglich ist, damit die Richtigkeit des Experimentes durch die verschluckte Luft, wann dieselbe der hervorgebrachten elastischen Materie beynahe gleich käme, nicht unterbrochen werde.

Es kommt noch ein anderer Umstand, weswegen es ratsam ist, in dem Experiment sehr wenig Luft in der Röhre zu lassen. Dieser ist die Wirkung des Feuers, als wodurch die Elasticität der zurückgebliebenen Luft stark vermehret wird; welcher folglich nebst der neu hervorgebrachten elastischen Materie die Röhre nicht widerstehen, sondern zerspringen

1) ROBERT BOYLE (1627—1691). F. R. S.

2) NATHAN HALES (1677—1761), *Vegetable Statics*, London 1727. F. R. S.

ZWEYTER SATZ

eine ausführlichere Erklärung der Umstände, welche bey der Loßbrennung, sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, bey den beyden vorhergemeldten Experimenten beobachtet werden.

eine genugsame Quantität Pulver unter einem Recipienten, woraus öftlig gepumpt worden, vermittelst eines glüenden Eisens angezündet, so fällt der Index mercurialis augenblicklich, steigt aber auch sehr schnell wieder hinauf, und bleibet, nach einigen wenigen Oscillationen, deren erste bey der ersten sehr merklich ist, auf einer Höhe, so weit geringer als bey der Loßbrennung, dem Anschen nach still stehen: und dieses ist der Ruhe-Punct, worauf wir in unsern Experimenten hauptsächlich gesehen. Obgleich das Quecksilber diesen scheinbaren Ruhe-Punct erreicht, so steigt dasselbe dennoch noch eine geraume Zeit fort zu steigen, obgleich man keinen Unterschied so bald merken kann. Unter dessen wird dieses unvermerckliche Steigen je länger je langsamer, und hört auch endlich auf, dergestalt, daß dasselbe bey einem Punct, so niedriger ist, als bey der Entzündung des Pulvers gestanden, gänzlich fest stehen bleibt. Wenn diese Umstände eigne sich, wenn Pulver, wie im zweyten Experimente beschrieben worden, in einer Röhre, ohne vorher die Luft ausgetrieben zu haben, angezündet wird.

Diese Begebenheiten rühren nun von den verschiedenen Veränderungen her, welche in dem aus der Entzündung des Pulvers entstandenen Fluido eintreten. Der erste plötzliche Fall des Quecksilbers wird verursacht durch den Gewalt dieser flüssigen Materie, so lange die Flamme dauret, so lange die Ausdehnungs-Kraft derselben noch viehnehr vermehret wird. Wenn die Flamme und zugleich die heftige Erhitzung dieser Materie aufhört, wird auch die Elasticität derselben wiedornm vermindert: welches in kurzer Zeit geschieht, so steigt auch das Quecksilber sehr bald wieder auf. Im ersten Fall wiederum herauf, welches Steigen so lange dauret, biß die Materie mit dem Recipienten einerley Grad der Wärme erreicht; so scheint der Mercurius still zu stehen. Daß aber dieselbe noch weiter unvermerkt höher kommt, rühret theils von der darauf folgenden Abkühlung des Recipienten, als welcher durch die Entzündung

Luft auf eine vortheilhafte Art angesetzt wird, kann beständig immer neuen Salpeter hervor bringen. Ob aber gleich diese Meynung, daß die durch Entzündung des Pulvers erzeugte subtile elastische Materie nichts anders als eine natürliche Luft ist, der Wahrheit vollkommen gemäß scheinet, so ist doch zu unserm Vorhaben einerley, ob dieselbe wahr oder falsch ist. Denn es ist uns genug, daß wir wissen, daß eine solche elastische Materie vorhanden ist, von welcher die Wirkungen des Pulvers ihren Ursprung haben. Dieselbe mag nun Luft sein, oder nicht, so behalten unsere Schlüsse doch eben dieselbe Kraft; indem dieselben auf die Eigenschaften, welche die Experimenten klärlieh ausweisen, und nicht auf blosse Speculationen über die Natur derselben gegründet sind.

ANMERKUNG

Man kann sich also das Pulver als eine solche Materie vorstellen, welche eine über die massen stark zusammen gedrückte Luft in ihren Theilgen eingeschlossen hält, und dabey so beschaffen ist, daß diese Behältnisse durch die Entzündung plötzlich geöffnet, und die eingeschlossene Luft in Freyheit gesetzt wird, sich auszudehnen. Denn auf solche Art müssen eben diejenigen Wirkungen entstehen, welche bey den oben angeführten Experimenten wahrgenommen worden: so bald nemlich diese eingeschlossene und sehr stark zusammengepreßte Luft durch die plötzliche Entzündung von ihren Banden befreyet wird, so erhält dieselbe durch die grosse Hitze des Feuers einen starken Zuwachs ihrer Ausdehnungskraft, und treibet folglich im ersten Experiment das Quecksilber, im andern aber das Wasser viel weiter zurück, als die blosse Ausdehnungskraft zu verrichten vermögend wäre; da aber diese grosse Erhitzung gleichsam nur einen Augenblick dauret, so läßt auch diese grosse Elasticität so gleich wiederum nach, und verursacht also, daß das Quecksilber und Wasser gleich nach dem ersten Fall wiederum in die Höhe steigt. Weil aber hierauf noch einige Zeit das Aufsteigen sehr langsam fort-dauret, und die Ursache davon sowohl in der Verzehrung der Luft, welche von den schweflichten Dämpfen des Pulvers verursacht wird, als in der allmählichen Abkühlung des Recipienten verborgen liegt, so siehet man, daß diese Verzehrung sehr langsam vor sich gehe, und also die hierüber angestellten Experimenten nicht unrichtig mache, wie schon bey dem ersten Satz angemerket worden. Da also nicht nur eben dieselbe Wirkung erfolgt, wenn

man annimmt, daß in dem Pulver eine sehr heftig zusammen gedrückt befindlich ist, sondern auch die aus dessen Entzündung wirklich hervorgebrachte subtile elastische Materie alle übrige Eigenschaften der Luft bekommen besitzt, so hat man nun so viel weniger Ursache zu zweifeln, dieselbe nicht in der That Luft seyn sollte: da aus der Erfahrung bekannt, daß die Luft ein aus allen elastischen Ausdünstungen der Körper vermischtes Wesen sey, dahero man jederzeit eine jegliche Materie, welche mit der Luft einerley Schweberey und einerley Elasticität ohne zu fehlen für eine wahrhafte Luft halten kan. Man kan hier eine besondere Art von Veränderung abnehmen, welche in der Luft vorgeht. Denn da durch die Gährung, wie bey der Loßbrennung geschieht, die in den Körpern eingeschlossene zusammen gepreßte Luft ausbricht, und sich mit der offenen Luft vereinigt, so giebt es wieder Körper, welche die Luft in sich schlucken, und in ihre Poros zu drücken vermögend sind, worinne dieselbe so lange bleibt, biß sie findet, wiederum heraus zu brechen. Und auf eben diese Art kan man greiffen, wie der Salpeter und andere Körper, so eine solche zusammen gepreßte Luft in ihren Poris eingeschlossen halten, nach und nach erzeu-

DRITTER SATZ

Die Elasticität oder Ausdehnungs-Kraft der aus dem Pulver erzeugten Materie ist, wann die übrigen Umstände einerley sind, ihrer Dichtigkeit zusammenpressung proportional.

Dieses folget hieraus, daß wenn man unter eben demselben zweymahl so viel Pulver anzündet, der Mercurius in der gläsernen Röhre auch zweymahl so tief herab sinkt. Da aber aus einer doppelten Menge Pulver zweymahl so viel von dieser elastischen Flüssigkeit erzeugt wird, muß dieselbe in dem von Luft gereinigten Recipienten zweymahl so stark seyn. Weil nun ihre Elasticität durch den Fall des Mercurii angezeiget so ist hieraus klar, daß mit einer doppelten Dichte auch eine doppelte Elasticität verknüpft ist. Wenn auch gleiche Portionen Pulver in zwey neuen Recipienten von ungleicher Grösse angezündet werden, auf eben die Art wie oben beschrieben worden, so wird der Fall des Mercurii auch

viel grösser seyn, je kleiner der Recipient gewesen. Je kleiner aber der im Recipienten befindliche Raum ist, je dichter muß die aus dem Pulver erzeugte Materie seyn; und also ist auch in diesem Fall die Elasticität der Dichte proportional.

Weil man aber in den gewöhnlichen Experimenten von dieser Art genöthiget ist, sehr wenig Pulver zu gebrauchen, und es daher nicht möglich ist, die wahre Proportion zwischen der Dichte, und der damit verknüpften Ansehnungs-Kraft, auf das genaueste zu bemerken: so nahm ich einen ziemlich grossen Recipienten, welcher ungefehr 520 Cubische Zoll hielt, und ließ auf ein darunter gesetztes glühendes Eisen auf einmahl ein Drachma Pulver, nachdem die Luft völlig ausgepumpt worden, fallen: worauf das Quecksilber in dem Indice mercuriali accurat 2 Zoll tief fiel. Hernach glüete ich das Eisen zum zweyten mahl, und ließ, nachdem die Luft wieder wie vorher ausgezogen worden, 2 Drachmas Pulver darauf fallen, wodurch der Mercurius um $3\frac{3}{4}$ Zoll herab sank. Es fiel aber etwas wenig vom Pulver neben das Eisen, welches, weil der Boden des Recipienten etwas feucht war, nicht Feuer fassete; und dieses scheint die wahre Ursache zu seyn, warum das Quecksilber im letztern Fall nicht accurat zweymahl tiefer fiel, als im erstern. Wenn also im letztern Fall alles Pulver entzündet worden wäre, so würde der Mercurius um einen viertel Zoll tiefer, das ist, in allem auf 4 Zoll gefallen seyn, woraus wiederum erhellet, daß die Elasticität dieser aus dem Pulver erzeugten Materie ihrer Dichte proportional sey.

ANMERKUNG

Aus diesen Experimenten erhellet ziemlich klar, daß wenn die aus dem Pulver erzeugte elastische Materie in einem zwey mahl, oder drey mahl, oder vier mahl kleinern Raum eingeschlossen wird, ihre Elasticität auch 2, 3 oder 4 mahl grösser werde. Denn ungeachtet man noch zweifeln könnte, ob sich diese Proposition in der That so verhalte, oder ob dieselbe nur beynahe statt finde, inmaßen durch diese Experimente eine geringe Abweichung von dieser Regel nicht beobachtet worden könnte, so hat man doch diese Proposition durch eine andere Art Versuche in der Luft richtig befunden. Da nun diese subtile Materie von der Luft nicht unterschieden ist, so hat man auch keine Ursache, an der Wahrheit dieser Proposition zu zweifeln. Dieses verstohet

schwieriger war, wenn der Unterschied zwischen den verschiedenen Zuständen der Luft, deren Elasticität man untersuchen will, nicht allzugroß ist, so man gleich versichert seyn kann, daß wenn die gewöhnliche Luft in einen mehr klaren Raum gebracht wird, ihre Elasticität auch ziemlich viel mehr grösser werde, so folget daraus doch noch nicht, daß diese Proposition auch bey den stärksten Zusammenrückungen unverändert bleibe, indem es gar wohl möglich wäre, daß zum Exempel eine hundertmal dichtere Luft etwas mehr oder weniger, als hundert mal elastischer sey, daher wird hierdurch die oben angeführte Muthmassung des Herrn Boyle, welcher glaubt, daß eine 1000 mal dichtere Luft vielleicht 1000 mal grössere Elasticität haben könne, noch keineswegs bestätigt. Weil sich nun in dem Pulver eine so sehr zusammen gepreßte Luft befindet, deren Dichte die Dichte der natürlichen Luft etliche 100 mal übertrifft, so ist noch sehr zweifelhaft, ob die Elasticität derselben accurat 100 mal grösser sey, als der natürlichen. Daher kann man nicht sagen, dieser Satz des Autoris ohne Einschränkung mit der Wahrheit übereinstimmen, wenn der angeführte Beweis gelten soll, so müßte man die Voraussetzung einschränken, daß die Elasticität der Dichte der Luft nur proportional sey, wenn sich in der verschiedenen Dichte kein allzu grosser Unterschied befindet.

VIERTER SATZ

Die Elasticität und Menge dieser subtilen Materie, welche aus einer gegebenen Quantität Pulver gezeuget wird, genau zu bestimmen.

Weil die verschiedenen Arten von Pulver auch verschiedene Quantitäten von dieser subtilen Materie, nach dem Unterschied ihrer Güte, hervorbringen, so ist nöthig, ehe sich etwas in diesem Stück bestimmen läßt, daß man sich von der Art desjenigen Pulvers, welches man bey der Untersuchung benutzen will, versichere. Ich habe zu diesem Ende diejenige Sorte erwöhlet, welche zum Gebrauch der Regierung bereitet zu werden pflegt; als wobei, bey einem Contracts, beständig einerley Proportion der Materialien beobachtet werden muß. Diese Art ist also zu Anstellung der Versuche weit besser, als die andern Arten, welche nach eines jeden Gutdünken gemacht werden.

um also die Art des Pulvers, welches zu diesen Experimenten gebraucht werden soll, festgesetzt worden, so müssen wir noch diese nachfolgenden Grundsätze, welche in dem Zusatz des zweyten Satzes erinnert waren, setzen. Erstlich, daß die Elasticität dieser subtilen Materie Hitze vermehret, durch die Kälte aber vermindert werde, nach ebenen, welche man bey der Luft wahrnimmt. Zweytens, daß die Materie, und folglich auch ihre Schwere, einerley sey mit einer Quantität Luft, welche eben den Grad der Elasticität und Wärme

in dem vorigen Satz angeführten Experiment erhellet also, nehme oder $\frac{1}{16}$ Untz Avoir du poise, oder 27 Gran Troy Gewicht Quecksilber um zwey Zoll fallen macht, da solches vorher beynahe gleich gestanden. Wenn man also 15 mahl mehr Pulver, nemlich Troy Gewicht genommen hätte, so würde das Quecksilber gänzlich fallen, und eben die im Recipienten befindliche subtile Materie mit der natürlichen Luft im Gleichgewicht gestanden seyn, folglich ist, in der wir leben, einerley Elasticität gehabt haben. Der Raum unten hielt in seiner Ausmessung 520 cubische Zoll, woraus folget, daß der Pulver durch ihre Entzündung 520 cubische Zoll einer subtilen hervorbringen, welche mit der ordentlichen Luft einerley Grad der Elasticität haben. Folglich wird eine ganze Untze Pulver ungefehr 575 cubische von einer solchen subtilen Materie erzeugen.

Um aber von der Dichte dieser subtilen Materie urtheilen zu können, bemerken, daß ein Theil der jetzt gefundenen Elasticität von der im Recipienten befindlichen glühenden Eisens verursacht worden. Da die gemeine Wärme des Recipienten merklich kleiner gewesen, als die des kochenden Wassers, welcher Grad der Wärme die Elasticität der Luft um den dritten Theil zu vermehren pflegt: so habe ich aus allen Umständen geschlossen, daß der aus diesem Grund entstandene Zuwachs der Luft den fünften Theil möchte beygetragen haben. Wenn also der Recipient der äusseren Luft einerley Grad der Wärme gehabt hätte, so wäre das Quecksilber, an statt 2 Zoll, nur um $1\frac{3}{5}$ Zoll haben fallen müssen. Daher auch die obgefundenen 575 Zoll um den fünften Theil vermehren, welches noch 460 cubische Zoll gibt. Eine solche Quantität von

englische Original enthält diese Zahl auch. Die Rechnung ergibt jedoch 554 $\frac{1}{2}$.

F. R. S.

dieser subtilen elastischen Materie, welche mit der Luft einerley Elasticität und Dichte hat, ist deswegen in einer Unze Pulver und wird daraus durch die Entzündung hervorgebracht. Nun 460 Cubische Zoll gemeine Luft ungefehr 131 Gran, und da eine gleichen ich gebraucht habe, 437 Gran hält, so trägt diese im Pulver die subtilen Materie am Gewicht den $\frac{131}{437}$ Theil, oder beyuahe $\frac{3}{10}$ Gewichts des Pulvers aus.

Wenn man die Quantität dieser subtilen Materie, in Ansehung welchen das Pulver einnimmt, zu wissen verlangt, so ist zu m 1 Unze und 1 Drachm. oder 17 Drachm. Avoir du poise Pulver, selbe wohl zusammen gedruckt wird, 2 Cubische Zoll ausfüllen. Nach Rechnung aber müssen 17 Drachm. und also 2 Cubische Zoll Pulver 2 cubische Zoll einer solchen subtilen Materie, welche der Luft gleich sich enthalten. Dahero ist in einem cubischen Zoll Pulver so viel dieser Materie eingeschlossen, welche, wenn sie sich so weit ausdehnt, mit der natürlichen Luft einerley Dichte und Elasticität erhält, und von 244 cubischen Zollen ausfüllen wird.

Um aber diese Bestimmung noch mehr zu bekräftigen, so habe ich in verschiedenen mahlen eine Drachmam Pulver in einem Luft-leeren Recipienten, welcher 470 cubische Zoll hielt, vermittelst eines Brennglases entzündet. Diese Versuche waren etwas mühsamer, als die vorigen, in welchem das Pulver durch Hülfe eines glühenden Eisens angezündet worden mußte, dauret bißweilen sehr lange, ehe das Pulver Feuer fangen will, und die Zeit bißweilen Luft in den Recipienten hindringen, und die Feuernessung unrichtig machen kan. Ueber dieses blieb auch gemeinlich der vierte Theil des Pulvers unentzündet, und wurde im Recipienten zerstreuet. Um also hierinne eine Gewißheit zu erlangen, so sammelte ich die unverbrennten Pulverkörner zusammen, wog dieselben, und verglich den geschehenen Fall des Quecksilbers nach dieser Proportion, damit man bey einem jeglichen Experiment auf eine gantze Drachmam Pulver Solchergestalt fand ich bey dem ersten Experiment $2\frac{1}{10}$; bey dem andern $1\frac{8}{10}$; bey dem dritten $2\frac{1}{10}$ und bey dem vierten $1\frac{65}{100}$ Zoll. Hiervon nahm ich ein Mittel, und schloß, daß der von einer Drachma Pulver verbrannte des Quecksilbers seyn müßte $1\frac{96}{100}$ Zoll, für den Recipienten, welcher 520 cubische Zoll hielt. Hieraus folget, daß eine Drachma Pulver in dem gebrachten Recipienten von 520 cubischen Zollen das Quecksilber n

fallen machen. Was nun in diesen Experimenten wegen der im
 u entstandenen Hitze muß abgezogen werden, ist sehr geringe.
 dem ich ein klein Thermometer unter den Recipienten gesetzt, so
 daß die Hitze nicht grösser war, als die gewöhnliche Sommer-
 welche die Luft gemeiniglich um den zwölften Theil mehr ausdehnet.
 um $1\frac{77}{100}$ um den zwölften Theil vermindert, so kommen $1\frac{62}{100}$
 s, welches sehr wenig von $1\frac{3}{5}$ oder $1\frac{60}{100}$ Zoll, die vorher gefunden
 unterschieden ist. Dahero der vorhergemachte Schluß gültig bleibt,
 die in einer jeglichen Quantität Pulver enthaltene subtile Materie,
 selbe sich so weit ausdehnet, biß sie mit der natürlichen Luft einerley
 halt, einen 244 mahl grössern Raum einnimmt, als das Pulver,
 selbe entstanden.

Verhältniß stimmt auch sehr wohl mit dem Experiment überein.
 HAUKE in seinem *Phys. Mech. Experiments* p. 81 anführet'). Denn
 daß ein Gran Pulver durch die Entzündung einen cubischen Zoll
 lastischen und der Luft ähnlichen Materie hervor bringe. Wenn
 die Verhältniß des Raums, welchen das Pulver einnimmt, zu dem
 welchen die daraus erzeugte subtile Materie, nachdem dieselbe mit der
 Luft einerley Dichte erreicht, erfüllet, zu wissen verhangt, so
 be von HAUKE angegeben, wie 1 zu 232; welche Abweichung
 srigen so geringe ist, daß dieselbe bloß allein von dem Unterscheid
 s mag hergekommen seyn. Hieraus können wir auch den Schluß
 daß die äussere Luft in der Erzeugung dieser subtilen Materie aus
 r keine Veränderung verursache. Denn wann wir des HAUKEs
 mit unsern eigenen vergleichen, so erhellet, daß aus dem Pulver
 el dergleichen subtile Materie in der Luft, als in einem Luft-leeren
 vor gebracht worden.

also diese aus dem Pulver erzeugte subtile Materie sich nicht aus-
 nte, sondern in eben dem Raum, welchen vorher das Pulver ein-
 eingeschlossen bliebe, so würde dieselbe 244 mahl dichter seyn,
 a auch eine 244 mahl grössere Elasticität haben, als die natürliche
 dieselbo nemlich mit der Luft auch einerley Grad der Wärme
 e. Allein, da dieselbe durch die Entzündung sehr erhitzt wird, so
 in diesem Zustande ihre Elasticität noch weit grösser seyn.

Es folgt also nothwendig, daß, wenn eine Quantität Pulver in einem Raume, welcher damit völlig angefüllt wird, entzündet wird, dieses Raums im ersten Augenblick mit einer Gewalt gegenwärtig, welche weit mehr, als 244 mahl grösser ist, als der gewöhnlichen Luft, wegen des grossen Grads der Erhitzung, worin sich die Materie gleich nach der Entzündung befindet. Wie groß aber die Wirkung der von dieser Hitze entstandenen Elasticität eigentlich sey, wird diesen Satze untersucht werden.

unser Autor Convernements-Pulver nimmt, angefüllt ist, so ist
 o viel von der hier beschriebenen elastischen subtilen Materie ent-
 lehe, biß sie mit der natürlichen Luft einerley Dichte erhält, einen
 244 cubischen Schuh einzunehmen vermögend ist. Und da diese
 o lange sie sich in dem Pulver so sehr zusammen gepreßt befindet,
 il des Gewichts derselben ausmacht, so beträgt, wie wir gesehen,
 il $\frac{3}{10}$ des Gewichts. Dahero sind je in 10 Pfund Pulver 3 Pfund
 gepreßte Luft enthalten.

r ist hier zu merken, daß ob gleich die aus dem Pulver in einem
 enen Raum erzeugte Luft 244 mahl dichter ist, als die natürliche
 och aus dem vorigen noch nicht folgt, daß die Elasticität derselben
 mahl grösser sey, als der natürlichen: indem wie schon gemeldet,
 rüber angestellten Experimenten nicht mehr folgt, als daß diese
 statt finde, wann die Luft nicht allzu stark zusammen gepreßt
 könnte also diesem ungeachtet gar wohl seyn, daß eine 244 mahl
 uft eine mehr als 300 mahl stärkere Ausdehnungs-Kraft besasse;
 weifel durch andere Experimente ausgemacht werden muß. In
 n auch die Dichte der natürlichen Luft in den verschiedenen Jahres-
 nlich veränderlich ist, so hätte auch bey einem jeglichen Experi-
 Grad der Wärme bemerkt werden können. Weil man aber zu
 vollkommenen Erkenntniß der Gewalt des Pulvers nicht gelangen
 man nöthig hätte auf solche Kleinigkeiten Acht zu haben, so ist
 rlassung wohl zu entschuldigen.

FÜNFTER SATZ

*Die Elasticität der Luft zu bestimmen, wann dieselbe auf den Grad
 des glühenden Eisens erhitzt wird.*

ieses zu bestimmen, nahm ich ein Stück von einem Musketen-Lauf,
 6 Zoll lang, und ließ dasselbe an einem Ende völlig zuschliessen,
 e Ende aber spitzig anziehen, daß die Oefnung im lichten nicht
 $\frac{1}{8}$ Zoll austrug. Diese Röhre ließ ich bey einem Schmidt gantz
 d machen, und tauchte dieselbe mit dem offenen Ende abwärts ge-
 ein Gefäß voll Wasser, so lange, biß sie völlig abgekühlet war.

Hierauf nahm ich dieselbe mit aller Behutsamkeit wiederum aus dem Feuer, und wog das Wasser, welches in wählender Abkühlung hinein getreten war, auf das genaueste. In drey verschiedenen nach einander angestellten Versuchen betrug das Gewicht dieses Wassers 610, 595 und 600 Gran: die ganze Röhre aber hielt 796 Gran Wasser. Dahero in diesen Experimenten noch etwas Luft in der Röhre geblieben, als 186, 201 und 196 Gran Wasser einnahm, und dieses war auch ohne Zweifel alle Luft, welche in der Röhre, wenn dieselbe glühte, befindlich war. Folglich verhält sich die Elasticität der Luft, wenn dieselbe auf den äussersten Grad des rotglühenden Eisens erhitzt wird, zur Elasticität eben derselben Luft, wenn sie mit der natürlichen Luft verglichen wird. Grad der Wärme angenommen, wie der gantze Inhalt der Röhre, so verhält sich der dem vor der abgekühlten Luft eingenommenen Theil, der in den drei angestellten Versuchen war 186, 201 und 196; und wenn wir dazwischen ein Mittel nehmen, wie 796 zu $194\frac{1}{3}$, oder bey nahe, wie 4 zu 1.

Die Hitze, welche der Röhre bey diesen Versuchen gegeben wurde, war derjenige Grad, welchen die Schmiede die weisse Hitze zu nennen pflegen. Uebrigens muß man hierbey verhüten, daß bey dem Ablöschen der Röhre kein wässerigtes Dünste hinein dringen, und die darinne noch befindliche Luft nicht ausgetrieben, wodurch das ganze Experiment unrichtig gemacht würde. Zu Ende ließ ich einen eisernen Drath machen, welcher in die Oefnung der Röhre genau paßte, und damit verstopfte ich jederzeit die Röhre, ehe ich sie aus dem Feuer nahm, und ließ auch denselben so lang darinne, biß die Abkühlung des Wassers geschehen war. Hierauf zog ich erst unter dem Wasser die Röhre heraus, damit das Wasser hinein gehen, und den von Luft entledigten Raum anfüllen konnte.

ANMERKUNG

Da die Luft, welche die Röhre, so lange sie glühend war, gänzlich erfüllte, nach der Abkühlung nur noch den vierdten Theil einnahm, so ist hieraus unstreitig, daß wenn die Luft in einem verschlossenen Raum auf den Grad des glühenden Eisens erhitzt wird, ihre Elasticität viermal so groß seyn werde, als vorher, und daß dieselbe also mit der natürlichen Luft nicht eher im Gleichgewichte seyn könne, als biß sie sich in einen viermal so großen Raum ausgebreitet. Ob nun gleich dieses bey der natürlichen Luft seine völlige Richtigkeit haben mag, so hat man doch noch große

a, ob eine etliche hundert mahl dichtere Luft, dergleichen im Pulver
 sen ist, gleichfalls eine 4 mahl grössere Elasticität bekomme, wenn
 auf eben den Grad erhitzt wird. Da es also noch ungewiß scheint,
 ist, welche etliche hundert mahl dichter ist, als die natürliche, mit
 über einerley Grad der Wärme hat, auch accurat eben so vielmahl
 dichter sey, so scheint noch viel mehr ungewiß zu seyn, ob die Ela-
 sticität der so dichten Luft, wenn dieselbe auf den Grad des glühenden
 Erzes erhitzt wird, just 4 mahl grösser werde, weil man diese Vermehrung
 der gewöhnlichen Luft wahrgenommen: weswegen bey den folgenden
 Berechnungen nöthig seyn wird, wohl auf diese Umstände Achtung zu
 legen, mit nicht alles als gewiß und bewiesen angenommen werde, woran
 wichtige Ursachen zu zweifeln haben kan.

SECHSTER SATZ

*zu zeigen, um wie viel die Elasticität der subtilen Materie, welche aus dem
 Pulver erzeugt wird, noch durch die Hitze, womit die Entzündung begleitet wird,
 vermehret werde.*

Da diese subtile elastische Materie mit der Luft eine solche Aehnlich-
 keit hat, daß beydes Elasticität und Dichte durch die Wärme und Kälte auf
 eben die Art verändert werden; wann wir setzen, daß bey Entzündung
 des Pulvers eine so grosse Hitze entsteht, welche derjenigen, so an dem
 Eisen verspühret wird, gleich kommt: so muß die Elasticität der
 Pulver erzeugten subtilen Materie im ersten Augenblicke der Ent-
 zündung viel grösser seyn, als nachgehends, wann dieselbe schon mit der
 Luft auf einerley Grad der Wärme gekommen, und das in der Pro-
 portion 796 zu $194\frac{1}{8}$ oder bey nahe wie 4 zu 1, das ist, im ersten
 Augenblicke mußte die Elasticität dieser subtilen Materie wegen der Hitze
 viermal grösser seyn, als sie in Ansehung ihrer blossen Dichte seyn würde.
 Aber die Hitze, welche bey Entzündung einer merklichen Menge
 Pulver entsteht, nicht geringer ist, als eines glühenden Eisens, solches ist
 dem Ansehen der Flamme, und aus der Natur der Materien, woraus
 es besteht. Denn dieses Feuer ist ohne Zweifel eben so kräftig als

gemeines Feuer; und da bekannt ist, daß ein jegliches Feuer hinreichend Eisen zum Glühen zu bringen, so kan auch dem Feuer selbst ein Grad der Hitze nicht abgesprochen werden.

Wann wir also annehmen, daß die Flamme, welche bey Entzündung des Pulvers entsteht, keine geringere Hitze als glühendes Eisen bey sich hat, und daß die Elasticität der aus dem Pulver entstandenen subtilen Materie davon nach der Verhältniß wie $194\frac{1}{3}$ zu 796 vermehret werde, wie in dem vorigen Satz gefunden worden: so folget hieraus, daß, da diese Materie so lange sie in eben dem Raum eingeschlossen bleibt, 244 mahl dichter sey, als die gemeinere Luft, ihre Elasticität nicht nur 244 mahl, sondern wegen der Erhitzung $\frac{2388}{583}$ mahl 244 mahl, das ist $999\frac{1}{3}$ mahl grösser seyn müsse, als die Elasticität der gemeinen Luft. Welche Vermehrung aus vorher angeführten Gründen genugsam erhellet.

Hieraus kan also die wahre Grösse der Gewalt des Pulvers im Augenblick der Entzündung angezeigt werden. Denn, da diese subtilisirende Materie, welche daraus erzeugt wird, eine elastische Kraft hat, so 999 mahl stärker, als die gemeine Luft, nach einer vollen Zahl 1000 mahl grösser ist, als der gemeinen Luft, so kan man annehmen, daß diese Luft auf eine gegebene Fläche einen Druck ausübet, welcher dem Gewicht der Atmosphäre gleich ist, als mit welcher die Elasticität im Gleichgewicht steht: so muß die Gewalt des entzündeten Pulvers im ersten Augenblick, ehe sich dieselbe ausdehnet, 1000 mahl grösser seyn, als der Druck der Atmosphäre; und folglich muß diese Gewalt, welche auf eine Fläche von einem Quadrat-Zoll ausgeübet wird, über 6 Tonnen am Gewicht betragen. Diese Gewalt aber nimmt gleich ab, so bald sich diese elastische Materie mehr ausdehnet, und ihre Erhitzung vermindert wird, wie in den vorigen Sätzen gezeigt worden.

ZUSATZ

Ob wir hier gleich angenommen haben, daß die Hitze des Pulvers im Augenblick der Entzündung dasselbe in einer ziemlichen Menge angezündet wird, der Hitze des Feuers gleich komme, wann dasselbe glühend roth gemacht wird, oder dem Anfang der Weissgluth gleich komme, welche Bestimmung noch im folgenden durch mancherley Experimente bekräftiget werden wird: so ist doch kein Zweifel, daß die Hitze des Pulvers, welches bey der Entzündung entsteht, gleich allen andern Feuerarten etwas variiren sollte, je nachdem sich dabey mehr oder weniger verschiedene Materie befindet; und es ist leicht abzunehmen, daß, nach der Quantität der Materie, welche entzündet wird, die Hitze des Pulvers auch

des Pulvers, welche zugleich angezündet wird, die Flamme alle verschiedene Grade der Hitze, nemlich von demjenigen, welcher das Eisen glühend roth macht, biß zu demjenigen, welcher die Metalle in Glas zu verwandeln vermögend ist, haben könne. Allein da die zu diesem letztern Ende erforderete Menge Pulver so groß ist, daß der Fall, da so viel Pulver auf einmahl angezündet werden sollte, im Kriegswesen uiemahls vorkommt, so werden wir durch unsere folgende Experimente finden, daß wir uns nicht weit von der Wahrheit entfernen, wenn wir annehmen, daß die Hitze, welche bey den gewöhnlichen Quantitäten Pulver, so zugleich angezündet zu werden pflegen, entsteht, bey nahe einerley sey mit der grösten Hitze, welche das roth glühende Eisen haben kann, wann wir nur in unsern Untersuchungen diesen Grad der Hitze, bey grösseren Quantitäten Pulver etwas vermehren, bey kleinern aber etwas vermindern.

ANMERKUNG

Vielleicht werden sich einige wundern, daß eine jede Flamme einen eben so grossen Grad der Hitze in sich haben soll, als glühendes Eisen, angesehen man die Hand ohne Schaden geschwind durch das Feuer ziehen, kein glühendes Eisen aber ohne Gefahr anrühren kann. Es ist aber hierbey zu merken, daß ungeachtet zwey Körper einerley Grad der Wärme haben, uns dennoch derjenige, welcher dichter ist, dem Gefühl nach viel wärmer vorkomme, als der dünnere. Eine gleiche Bewandniß hat es auch mit der Kälte. Denn es ist jedermann bekannt, daß uns im Winter das Wasser, oder ein Eisen, welches lange in der Kälte gelegen, viel kälter vorkomme, als die Luft, obgleich nach Anzeige des Thermometers bey allen einerley Grad der Kälte befindlich ist. Die Ursache hiervon ist auch leicht zu begreifen. Denn, wenn wir einen Körper anrühren, dessen Grad der Wärme oder Kälte merklich von dem Grad unsers Gliedes unterschieden ist: so ist unsere Empfindung um so viel stärker, je mehr Theilchen des Körpers uns berühren, indem ein jegliches Theilchen eine Aenderung in unserm Gliede verursacht. Weil nun ein dichter Körper in eben demselben Raum mehr Theilchen enthält, so wird auch die Empfindung, so aus dessen Berührung in uns entsteht, viel stärker, und dahero kommt uns ein kaltes Eisen viel kälter vor, als Wasser oder Luft, ob sich gleich in beyden einerley Grad der Kälte befindet. Hierans wird man nun leicht verstehen, warum uns ein glühendes Eisen heisser schein,

als das Feuer. Wenn man aber ferner bedenket, daß das Eisen seine ganze Hitze von dem Feuer erhalten, so muß man auch zugeben, daß eben derselbe Grad der Hitze im Feuer stecke, uns aber nur deßwegen nicht so heftig scheine, weil die Flamme ein sehr rarer oder dünner Körper ist. Ob aber gleich die Flamme einen so hohen Grad der Hitze in sich hat, so wird doch einige Zeit erfordert, ehe sie solche einem Körper mittheilen kann, und zwar um so viel mehr, je grösser und je dichter der Körper ist, den man ins Feuer legt. Da nun die oben gemeldte elastische Materie sehr dünne ist, so ist leicht zu erachten, daß dieselbe gleichsam in einem Augenblick eben den Grad der Hitze annehmen müsse, welchen die Flamme hat: daß dieser Grad aber sehr heftig seyn müsse, läßt sich darans abnehmen, daß eine Canone, wenn aus derselben etliche mahl hintereinander geschossen worden, einen solchen Grad der Hitze bekommt, daß man genöthiget ist, dieselbe mit Wasser abzukühlen. Da nun bey einem jeden Schuß die Flamme, von welcher diese Wärme entsteht, nur einen Augenblick dauret, so sieht man wohl, daß diese Hitze sehr groß seyn müsse, um einem Stück in so kurzer Zeit einen so merklichen Grad der Wärme mittheilen zu können. Im übrigen sind in der hier befindlichen Bestimmung zwey Sätze, unter dem Schein, als wenn dieselben schon bewiesen wären, angenommen worden, an welchen man gleichwohl noch grosse Ursache zu zweifeln haben kann, wie schon vorher angemerket worden. Erstlich ist nemlich noch ungewiß, ob eine so sehr zusammen gepreßte Luft, welche 244 mahl dichter ist als die natürliche, auch accurat 244 mahl mehr elastisch sey. Hernach ist auch noch nicht ausgemacht, ob eine so dichte Luft von der Hitze eines glühenden Eisens gleichfalls eine 4 mahl grössere Elasticität erhalte, weil solches bey der natürlichen, und auch nicht allzusehr zusammen gepreßten Luft, wahrgenommen worden. Es wird also rathsam seyn, diese Sätze nur so lange als richtig anzunehmen, biß aus der Vergleichung der folgenden Experimenten mit der hierauf gegründeten Theorie erhellen wird, ob dieselben mit der Wahrheit bestehen können oder nicht. Es wird also darauf ankommen, ob man vermittelst dieser Sätze im Stande seyn wird, alle aus der Erfahrung erkannte Wirkungen des Pulvers zu erklären, wenn man diese beyden Sätze als gewiß annimmt, oder ob dieselben entweder eine allzugrosse oder allzunkleine Wirkung anzeigen werden. Nach des Hrn. Prof. DANIEL BERNOULLI Meynung müßte diese vom Autore bestimmte Kraft des Pulvers viel zu klein seyn, diejenigen Wirkungen, welche uns die Erfahrung vorlegt, hervorzubringen; wir haben aber schon bemerket, daß derselbe die Resistenz der Luft in seinen Berechnungen

nicht so groß gesetzt, als der Autor dieselbe zu seyn behauptet, daher man noch einige Hoffnung haben kann, daß die obgedachten beyden Sätze dem umgeachtet der Wahrheit noch gemäß seyn könnten. Dieses soll also in den folgenden Anmerkungen mit mehrerem Fleiß untersucht werden.

SIEBENTER SATZ

Wenn die Länge und Weite eines Stückes, nebst der Schwere der Kugel und der Ladung des Pulvers, bekannt sind, die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die Kugel aus dem Stücke herausgetrieben wird; es wird aber auch die Elasticität des Pulvers im ersten Augenblicke der Entzündung für bekannt angenommen.

Um diese Frage aufzulösen, werden wir uns der beyden folgenden Grundsätze bedienen.

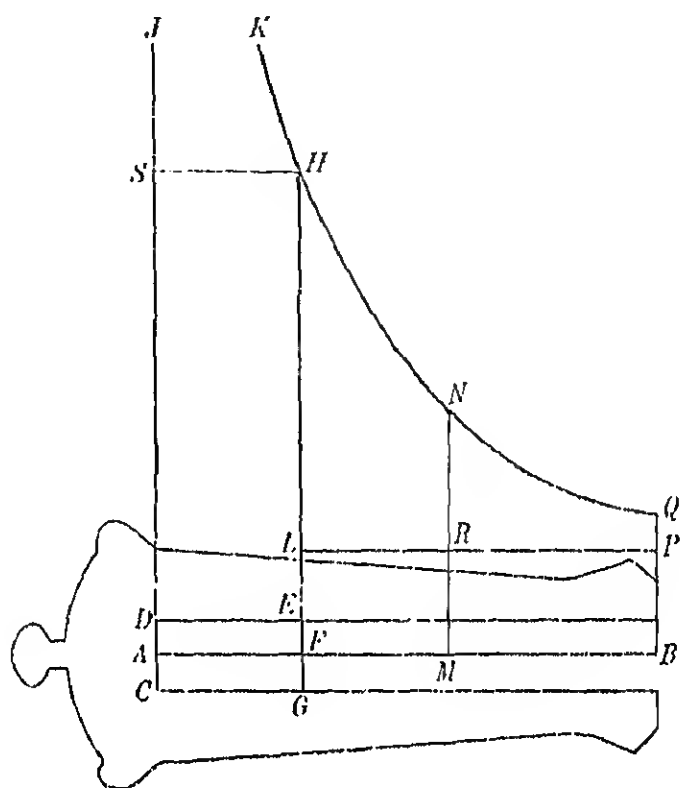
I. Daß die Wirkung des Pulvers auf die Kugel aufhöre, so bald die Kugel aus dem Stück heraus getrieben worden.

II. Daß alles Pulver der Ladung entzündet und in eine elastische Materie verwandelt werde, ehe die Kugel merklich von ihrer ersten Stelle verrückt worden.

Wir werden diese beyden Articul im beygefügten Zusatz ausführlich beweisen: inzwischen aber dieselben als gewiß annehmen, aus welchen die nachfolgende Auflösung hergeleitet wird.

Es sey AB (Fig. 1, p. 70) die Axe der Canone, A der Grund und B die Oeffnung des hohlen Cylinders oder der Seele, CD der Diameter derselben, und $CDEG$ der Theil, welcher mit der Ladung des Pulvers angefüllt worden. Ferner setze man, daß die Kugel mit ihrem hintern Theil auf dem Pulver in EG aufliege, so wird der Druck, welchen die Kugel nach der Entzündung empfängt, auf einen Circul geschoben, dessen Diameter dem Diameter der Kugel gleich ist. Daher die Kraft, womit die Kugel in der Direction FB fortgestossen wird, aus ihrem Diameter leicht bestimmt wird. Nun ziehe man die Linie FH perpendicular auf FB , und AJ derselben parallel, und beschreibe durch das Punct H eine Hyperbel $KHNQ$ zwischen den Asymptoten AJ und AB . Wenn man sich nun die Kraft, mit welcher die Kugel in P fortgetrieben wird, durch die Linie FH vorstellt, so wird die Linie MN die Kraft ausdrücken, womit die Kugel, wenn sie biß in M fortgerücket, nach

der Direction MB gestossen wird. Denn wenn sich die aus dem Pulv
zeugte elastische Materie biß in M ausdehmet, so wird sich ihre Elas
zu derjenigen, welche sie anfänglich, da sie noch im Raum AF' eingesch
war, verhalten, wie die Linie AF' zu AM , das ist wie MN zu FH , w



MN zum Theil *MR* verhalten, wie die an diesem Ort befindliche Kraft zum Gewicht der Kugel. Folglich wird kraft der 39ten Prop. Lib. 1. *Newt. Princ. Math. Phil. Nat.* die hyperbolische Area *FHQB* das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel von der Gewalt des Pulvers aus der Canone geschossen wird, vorstellen, die rechtlinichte Area aber *FLPB* wird auf gleiche Weise das Quadrat der Geschwindigkeit ausdrücken, mit welcher die Kugel ausgetrieben werden würde, wenn die forttreibende Gewalt allenthalben der Schwelre der Kugel gleich wäre; und also da diese beyden Figuren bekannt sind, so wird auch die Verhältniß zwischen diesen Geschwindigkeiten bekannt seyn. Die letztere Geschwindigkeit aber, welche die Kugel in ihrer Bewegung durch die Linie *FB* bekommen würde, wenn dieselbe beständig von einer ihrer Schwelre gleichen Gewalt fortgestossen würde, ist eben diejenige, welche die Kugel, wenn sie aus einer Höhe, so der Linie *FB* gleich ist, frey herunter fallen sollte, bekommen würde. Da nun diese Geschwindigkeit bekannt ist, so wird dieselbe zu derjenigen Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel von der Gewalt des Pulvers wirklich aus der Canone getrieben wird, sich verhalten, wie die Radix quadrata aus dem Rectangulo *FLPB* zur Quadrat-Wurzel aus der Hyperbolischen Figur *FHQB*, aus welcher Proportion folglich diese gesuchte Geschwindigkeit leicht bestimmt werden kann.

Um diese Auflösung durch ein Exempel zu erläutern, so laßt uns die Länge des hohlen Cylinders *AB* von 45 Zollen annehmen, der Diameter *DC*, oder vielmehr der Diameter der Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll, und die mit Pulver angefüllte Länge *AP* sey $2\frac{6}{8}$ Zoll. Hieraus wollen wir nun die Geschwindigkeit, womit eine bleyerne Kugel unter den angeführten Bedingungen aus dem Lauf *AB* heraus getrieben wird, suchen.

Aus dem vorigen Satz ist erstlich klar, daß die Kraft des Pulvers im ersten Augenblick der Entzündung, welche auf die Kugel wirkt, 1000 mahl grösser ist, als der Druck der ganzen Athmosphäre. Der mittlere Druck der Athmosphäre aber gleicht dem Gewicht einer Wasser-Säule, welche 33 Schuh hoch ist. Da sich nun die Schwelre des Bleyes zur Schwelre des Wassers verhält, wie 11,345 zu 1, so muß der Druck der Athmosphäre dem Gewicht eines bleyern Cylinders, so 34,9 Zoll lang ist, gleich kommen. Diese Zahl mit 1000 multipliciret, giebt einen Zylinder, so 34900 Zoll hoch, dessen Gewicht folglich der Kraft des Pulvers im ersten Augenblick nach der Entzündung gleich ist. Die bleyerne Kugel hält aber $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, und ist folg-

lich einem Cylinder gleich, dessen Höhe auf eben der Basis seyn wird.
 Dabero ist die erste Kraft des Pulvers auf die Kugel 2 mahl 34900, da-
 her 69800 mahl größer, als das Gewicht der Kugel. Wenn wir also P'
 setzen, so wird $FH = 69800$. Ferner ist $FB : FA = 45 : 2\frac{5}{8} : 2\frac{6}{8}$ das ist
 360 zu 21, und also das Rectangulum $FLPB$ zum Rectangulo AFH
 360 zu 21 = 69800, das ist, wie 1 zu 4324. Aus der bekannten Eigen-
 schaft der Hyperbel, kraft welcher die Spatia der Hyperbel durch die
 Logarithmos ausgedruckt werden können, folget, daß das Rectangulum
 sich zur Area $FHQB$ verhalte, wie die Decimal-Fraction 0,43429 zum Logarith-
 mus des Bruchs $\frac{AB}{AF} = \frac{360}{21}$. Der Logarithmus hiervon aber ist = 1,2310579¹⁾, und
 sich das Rectangulum $FLPB$ zur hyperbolischen Area $FHQB$ verhalten
 wie 0,43429 zu 4324 = 1,2340579, das ist, wie 1 zu 12263, und folglich wie
 die Quadrat-Wurzeln daraus seyn, wie 1 zu 110,7, und diese Verhältniß
 seyn zwischen der Geschwindigkeit, welche die Kugel, wenn sie aus
 Höhe von FB oder von $42\frac{3}{8}$ Zollen frey herunter fiel, bekommen
 und der Geschwindigkeit, mit welcher dieselbe wirklich aus dem Lauf-
 vom Pulver heraus getrieben wird. Wenn aber ein schwerer Körper 42
 hoch herunter fällt, so erlangt er eine solche Geschwindigkeit, womit
 Stand gesetzt wird, in einer Secunde 15,07 Schuh weit zu lauffen; daher
 die bleyerne Kugel, von welcher hier die Rede ist, indan sie bey B
 getrieben wird, im Stand in einer Secunde 15,07 > 110,7, das ist, 1668
 zurück zu legen. So groß ist demnach die Bewegung, welche der ble-
 Kugel von dem Pulver nach dem Grundsatz der hier festgesetzten
 eingedruckt wird.

Auf gleiche Weise kan auch die Rechnung für einen jeglichen
 Fall angestellet werden. Wenn zum Exempel nicht der gantze Raum
 welcher zwischen dem Boden des Stücks und der Kugel befindlich ist
 mit Pulver angefüllt, sondern nur ein Theil desselben, die Kugel aber gleich
 anfänglich in F gesetzt würde, so müßte man die Linie HF , und
 auch den Platz $FHQB$ um oben so viel kleiner annehmen, als der
 Raum AF grösser ist, als der Theil desselben, welcher mit Pulver an-
 gefüllt worden. Sollte das Calibre des Stücks, oder der Diameter der Kugel,
 oder kleiner seyn, die Linien AB und AF aber die vorige Länge be-

1) Richtiger ist $\log \frac{360}{21} = 1,2340832$, welchen Wert denn auch EULER in seiner
 Anmerkung, p. 80, für $\log \frac{120}{7}$ genommen hat. F. R. S.

so würde so wohl die Quantität des Pulvers, als die Superficies der Kugel, auf welche das Pulver wirket, nach dem Quadrat des Diameters grösser oder kleiner werden. Weswegen die Linie FH , welche der absoluten Gewalt des Pulvers durch die Schwere der Kugel dividirt proportional ist, um so viel grösser oder kleiner angenommen werden muß, so viel mahl der Diameter der Kugel kleiner oder grösser ist. Wenn die Länge AF , welche sich zwischen dem Boden des Stückes und der Kugel befindet, grösser oder kleiner wird, so wird auch das Rectangulum in der Hyperbola $AFHS$, und zugleich die Area, so zwischen zwey Applicatis, welche eben dieselbe Verhältniß unter sich haben, in eben der Proportion grösser oder kleiner. Aus allem diesem folget also, daß die Area $FHQB$, welche das Quadrat der Geschwindigkeit, so der Kugel eingedrückt wird, vorstellt, proportional seyn wird, directe dem Logarithmo des Bruchs $\frac{AB}{AF}$ (wo AB die Länge des gantzen Laufs, AF aber die Länge des hinter der Kugel befindlichen Theils andeutet), über dieses auch directe dem Theil des Raums AF , so mit Pulver angefüllt ist, und der Länge des Raums AF selbst, reciproce aber dem Diameter der Kugel. Da wir nun die Geschwindigkeit einer gegebenen Kugel, so aus einem gegebenen Lauf von einer gegebenen Quantität Pulver, welche hinter der Kugel einen gegebenen Raum einnimmt, ausgeschossen wird, bestimmt haben: so kann durch diese Verhältnisse in einem jeglichen andern Fall die Geschwindigkeit, womit die Kugel heraus geschossen wird, leicht bestimmt werden. Hierbey ist zu merken, daß wir in dem hier angebrachten Exempel den Diameter der Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll angenommen haben, dahero der Diameter der Mündung etwas grösser, und die Quantität des Pulvers, welches den Raum $DECC$ ausfüllet, exact 12 Drachmas seyn wird, den geringen Vorschlag von Hauf mit eingeschlossen.

ZUSATZ

In dieser Auflösnug haben wir die zwey folgenden Sätze als richtig angenommen.

1. Daß die Gewalt des Pulvers auf die Kugel aufhöre, so bald dieselbe aus dem Stücke gefahren.
2. Daß allos Pulver von der Ladung sich entzündet, ehe die Kugel merklich von ihrer Stelle verrückt worden.

Diese beyden Sätze liegt uns also hier ob, mit mehrerem zu beweisen.

Der erste wird verhoffentlich klar genug scheinen, wenn man betrachtet, wie plötzlich sich die Flamme auf allen Seiten, kraft ihrer Elasticität, ausbreitet, wenn sie einmahl in die offene Luft heraus gedrungen. Als denn wird also ihre Kraft sogleich dergestalt zerstreuet, daß die Kugel von derselben nicht mehr merklich fortgetrieben werden kan.

Der zweyte Satz scheint in der That nicht so ausgemacht zu seyn, indem derselbe von den meisten, welche davon geschrieben, bestritten wird. Dem ungeachtet aber ist derselbe nicht weniger gewiß. Zum Beweis hiervon könnte vielleicht genug seyn, wenn man nur bedenkt, wie groß die Zusammen-druckung der Flamme gleich anfanglich seyn muß. Wenn man nun auf diesen Umstand Acht giebt, und zugleich erwegt, wie leicht die Flamme zwischen den Pulverkörnern durchdringen kann, so wird man leicht erachten, daß kein einiges Korn nur die geringste Zeit unentzündet bleiben kann, da ein jedes mit einer so heftigen Flamme umgeben ist. Damit aber dieser so wichtige Punct nicht auf blossen Vernunft-Schlüssen beruhe, so habe ich darüber folgende Experimente angestellt. Denn ich schloß, daß, wenn sich das Pulver nicht zugleich, sondern nach und nach entzündete, ein schwerer Körper, welcher vor das Pulver gesetzt würde, als 2 oder 3 Kugeln statt einer, auch eine grössere Kraft vom Pulver ausstehen müßte, indem dazu mehr Zeit, ehe derselbe durch die ganze Länge des Stücks fortgetrieben wird, erfordert würde, und sich folglich in dieser längern Zeit mehr Pulver entzünden könnte. Daß aber 2 oder 3 Kugeln, welche zugleich geladen werden, keiner grössern Gewalt ausgesetzt sind, als nur eine, solches habe ich aus der Erfahrung befunden. Denn nachdem ich mit eben der Ladung eine, zwey, und drey Kugeln nacheinander geschossen, so habe ich durch eine Methode, welche nachgehends beschrieben wird, gefunden, daß ihre Geschwindigkeiten beynahe umgekehrt wie die Quadrat-Wurzeln aus ihren Gewichtern waren. Denn da eine willkührliche Ladung eine Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1700 Schuh in einer Secunde heraus trieb, so theilte eben dieselbe Ladung zwey zusammen geladenen Kugeln eine Geschwindigkeit von 1250 biß 1300 Fuß in einer Secunde, und drey Kugeln eine Geschwindigkeit von 1050 biß 1110 Schuh in einer Secunde mit. Woraus erhellet, daß die Kraft des Pulvers einerley Gewalt anstebet, es mag ein schwererer oder ein leichter Körper davor gesetzt werden. Denn, alle Mathematici stimmen hierinn mit einander überein, daß, wenn zwey Körper von verschiedner Schwere, von einerley Kraft, durch einen gleichen Raum fortgestossen worden, ihre Geschwindigkeiten umgekehrt oder reciproco seyn müssen, wie die Quadrat-Wurzeln aus ihrem Gewicht. Nach dieser Regel hätten zwar die 2 und 3 Kugeln

Die Geschwindigkeit von 1200 und 980 Schuh in einer Secunde bekommen allein ich glaube dennoch nicht, daß daran die allmähliche Entzündung des Pulvers Schuld gewesen, sondern solches kam ohne Zweifel daher, daß die Kugel zwischen der ersten Kugel und den Seiten des Stücks hervorbrach, und besonders auf die zweyte Kugel wirkte, und derselben den beobachteten Zuwachs der Geschwindigkeit mittheilte.

Dieser Unterschied war auch in vielen andern Experimenten nicht einzusehen, und die Geschwindigkeiten schienen accurat den Quadraten aus der Schwere der fortgestossenen Körper reciproce proportional zu seyn. Wo aber dieser Unterschied am größten gewesen, da hat er nimmer ein Achtel des gantzen angetrugen. Wenn aber die gemeine Meynung wäre, daß sich anfänglich nur ein kleiner Theil des Pulvers entzündete, und erst hernach, wenn die Kugel schon fortgerückt, und daß auch ein beträchtlicher Theil Pulver so gar unentzündet bleibe; so hätte die Geschwindigkeit, welche drey Kugeln bekommen, gar viel grösser seyn müssen, als gefunden haben, indem sich 3 auf einander geladene Kugeln beynahohalb länger im Lauf aufhalten, als nur eine, dahero auch der gemeinen Erfahrung in dieser doppelten Zeit eine viel grössere Portion Pulver hatte entzündet, und folglich eine viel grössere Gewalt hervorgebracht werden müssen, als einer einzeln Kugel, welches doch allen Experimenten entgegen läuft. Die Wahrheit dieses Satzes aber wird noch fester erwiesen werden, wenn man bedenken erhellen wird, daß die hierauf gegründeten Regeln die wahren Geschwindigkeiten anzeigen, die Kugel mag aus einem langen, oder aus einem kurzen Rohr geschossen worden, welche Uebereinstimmung nicht zu erwarten könnte, wenn sich das Pulver nicht auf einmal entzündete.

Es ferner die Pulverkörner anlangt, welche öfters unentzündet aus der Kanone gestossen werden sollen, und welche man als die stärkste Probe ansetzt, pflegt, daß sich das Pulver nicht auf einmal entzündet, so hat meines Wissens Diego URANO, ein in der Artillerie sehr erfahrener Mann, schon die Ursache davon gegeben, welche darinnen besteht, daß öfters etwas Pulver in dem Theil der Canone liegen bleibt, welches mit dem Ladestock nicht zusammen geschossen, und folglich unentzündet wiederum heraus genommen wird.*) Dieses kann auch sowohl in kleinen Gewehren, als in

Man besche seine Dialog. 20.¹)

Siehe die Anmerkung 1 p. 34. F. R. S.

Canonen, schwerlich vermieden werden, insonderheit wenn schon Schüsse daraus geschehen sind. Unterdessen will ich doch nicht länger sich nicht bisweilen auch im besten Pulver einige Körner finden sollte dem übrigen Wesen des Pulvers so ungleich sind, daß dieselben, und sie rings herum mit Feuer umgeben sind, dennoch nicht Feuer für sich selbst entzündet aus der Canone heraus getrieben werden; dergleichen selbst mehrmahlen wahrgenommen. Dem sey aber wie ihm wolle, doch die Wahrheit dieses Satzes deswegen nicht gänzlich in Zweifel werden.

Nachdem also hier gezeigt worden, wie man die Geschwindigkeit einer Kugel von der Gewalt des Pulvers eingedrückt wird, aus den gesetzten Grund-Sätzen berechnen soll: so werde ich im folgenden zeigen, daß die wirklichen Geschwindigkeiten, welche Kugeln von verschiedenen so aus verschiedenen Stücken mit verschiedenen Quantitäten Pulver geschossen worden, erhalten, mit unsern Berechnungen völlig überein kommen, folglich alles dasjenige, so bisher von der Gewalt des Pulvers verstanden worden, die Wirkung dieser erstannlichen Kraft ungezweifelt bestätigt.

Damit man aber diese Geschwindigkeit einer Kugel, welche aus einer Canone geschossen wird, mit derjenigen, welche die Rechnung giebt, vergleichen könne, so ist es unumgänglich nöthig, die wirkliche Geschwindigkeit einer Kugel aus einer Canone, oder einem andern Gewehr heraus geschossen wird, durch ein Experiment ausmessen zu können, welches gleichwohl keine bisher bekannte Art bewerkstelliget werden kann. Die Mittel, die sich andere bisher zu diesem Ende bedienet haben, waren, daß man die Zeit, in welcher die Kugel durch eine gegebene Distantz geht, beobachtet, oder die Weite des Schusses unter einer gegebenen Höhe bemerkt, und hieraus nach den gewöhnlichen Gesetzen, welche sich von der Parabelischen Bewegung gründen, die Geschwindigkeit ausrechnen. Die erstere Methode ist aber dieser unüberwindlichen Schwierigkeit unterworfen, daß die Bewegung der Kugeln gemeinlich so schnell, und also die Zeit so kurz ist, daß der geringste Fehler, so in Ausmessung der Zeit begangen wird, in der Geschwindigkeit einen sehr grossen Fehler von 200 bis 600 Theilen einer Sekunde verursachen kann. Die andere Methode ist gänzlich unrichtig und falsch, wegen der Resistenz der Luft, (welcher auch noch unterworfen ist), die so groß seyn kann, daß man öfters nicht ein zehnten Theil der wahren Geschwindigkeit der Kugel auf diese Weise bringt.

um nun diesen Schwierigkeiten zu begegnen, so habe ich eine neue erfunden, die wahre Geschwindigkeit einer jeglichen Kugel durch ein Instrument ausfindig zu machen, und dieses auf einen solchen Grad der Genauigkeit (welcher nach Belieben noch mehr vermehrt werden kann,) daß bey einer Kugel, welche 1700 Schuh in einer Secunde läuft, der Fehler nimmer den hundertsten Theil ansträgt; welches ohne eine besondere Sorgfalt in der Einrichtung der dazu erfordernten Maschine geschehen kan. Die Beschreibung und Gebrauch dieses Instrumentes wird uns also die Materie zum folgenden Satz darreichen.

ERSTE ANMERKUNG

Der Autor hat die Geschwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Stück getrieben wird, allhier auf eine geometrische Art bestimmt, damit auch solche Leute, welche in der Algebra nicht bewandert sind, dieselbe verstanden können: für diejenigen aber, welche die algebraischen Formeln zu gebrauchen wissen, wird ohne Zweifel auch eine solche Solution deutlicher seyn. So sowohl diesen ein Genügen zu leisten, als den Grund zu andern Untersuchungen zu legen, so wollen wir hier eben dieses Problem algebraisch

sey also die ganze Länge¹⁾ des Stückes $AB = a$.

Die Länge des Raums $AP = b$, welchen wir entweder ganz oder nur zum Theil mit Pulver angefüllt setzen.

Der Durchmesser der Kugel sey $= c$.

Die Materie, woraus die Kugel besteht, n mahl dichter oder schwerer, als Wasser.

Die Elasticität des Pulvers im Raum AP im ersten Augenblicke nach der Entzündung m mahl grösser, als die Elasticität der Luft.

Also der ganze Raum AP mit Pulver angefüllt ist, so wird nach dem ersten seyn $m = 1000$; ist aber nur ein Theil desselben mit Pulver angefüllt, so wird der Werth von m auch um so viel kleiner angenommen werden.

Esst uns nun setzen, die Kugel sey schon biß in M fortgetrieben, und nennen den Weg $PM = x$. Ferner sey die Geschwindigkeit der

¹⁾ Siehe die Figur 1 p. 70.

Kugel in M gleich derjenigen, welche ein Körper, so aus einer Höhe v herunter fällt, erhält. Denn wenn diese Höhe v bekannt ist, so ist auch die wahre Geschwindigkeit der Kugel anzuzeigen. Man drücke nehme die Höhe v in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhes aus, und aus der Zahl dieser Theile die Quadrat-Wurzel, solche multiplicire mit 250, so weiset das Product, wie viel solche tausendste Theile eines Schuhs von der Kugel in einer Secunde zurück gelegt werden würden, wenn sie einerley Geschwindigkeit behalten sollte.¹⁾

Weil sich nun der Druck des Pulvers in M zu dem in P verhält wie AP zu AM , das ist wie b zu $b + x$, so wird der Druck in M zu dem Druck der Athmosphäre verhalten, wie $\frac{mb}{b+x}$ zu 1. Wenn wir nun annehmen, daß der Druck der Athmosphäre einer Wasser-Säule, so 32 Schuh hoch ist, so ist es eben so viel, als wenn die Kugel von dem Gewicht einer Wasser-Säule, so $\frac{32mb}{b+x}$ Schuh hoch ist, fortgetrieben würde. Wenn aber die Kugel selbst von Wasser wäre, so würde sie einem gleich dicken Cylindersäule Höhe $= \frac{2}{3} c$, gleichen, folglich da dieselbe n mahl schwerer als Wasser gesetzt wird, so wird ihr Gewicht einer Wasser-Säule, welcher Höhe $= \frac{2}{3} nc$ gleich seyn. Dahero wird sich die forttreibende Gewalt zum Gewicht der Kugel verhalten, wie $\frac{32mb}{b+x}$ zu $\frac{2}{3} nc$ oder wie $\frac{48mb}{nc(b+x)}$ zu 1. Aus dem Lehrsatz der Mechanic wird man also diese Äquation ziehen:

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)} dx,$$

deren Integrale seyn wird

$$v = \frac{48mb}{nc} \log \frac{b+x}{b},$$

wo $\log \frac{b+x}{b}$ den Logarithmum hyperbolicum von dem Bruch $\frac{b+x}{b}$ andeutet, entstanden aber die Logarithmi hyperbolici aus den gemeinen, welche in den Tabulis findet, wenn man diese entweder durch 2,302585 multiplicirt, oder durch 0,43429448 dividirt. Laßt uns nun $x = PB$, und also $b+x = AB$ setzen, so finden wir die Höhe, aus welcher ein fallender Körper

1) Die Beschleunigung der Schwere wird dabei zu 31,25 rheinländischen Fuß in einer Sekunde angenommen. F. R. S.

jenige Geschwindigkeit bekommt, mit welcher die Kugel zum Stück hinausgetrieben wird, nemlich

$$v = \frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b},$$

welche in Schnen ausgedrückt wird. Will man aber sich der in den gewöhnlichen Tabulis befindlichen Logarithmorum bedienen, so muß man dieselben erst mit 2,302585 multipliciren; wenn also $l \frac{a}{b}$ den gemeinen Logarithmum von $\frac{a}{b}$ andeuten soll, so wird

$$v = \frac{110,52408mb}{nc} l \frac{a}{b}$$

Schnh, folglich in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schnhes

$$v = \frac{110524,08mb}{nc} l \frac{a}{b},$$

dahero wird die Kugel eine solche Geschwindigkeit erhalten, womit sie in einer Secunde einen Weg von $250 \sqrt[110524,08mb]{nc} l \frac{a}{b}$ tausendsten Theilen eines Schnhes, oder von $\frac{1}{4} \sqrt[110524,08mb]{nc} l \frac{a}{b}$ Schnen, das ist von $\sqrt[6907,7]{nc} l \frac{a}{b}$ Rheinländischen Schnen durchlaufen kann.

Hier ist nun $m = 1000$, wenn der ganze hintere Raum $AF = b$ mit Pulver angefüllt ist; sollte aber nur ein Theil desselben, dessen Länge wir $= f$ setzen wollen, mit Pulver angefüllt seyn, so wird $m = \frac{1000f}{b}$, folglich wird die Bewegung der Kugel in einer Sekunde $\sqrt[6907,750f]{nc} l \frac{a}{b}$ Schnh ausstragen.

Also ist das Quadrat der Geschwindigkeit, womit die Kugel zum Stück herausgetrieben wird, directe wie der Logarithmus der Zahl $\frac{a}{b}$ oder $\frac{AB}{AF}$, und die Länge des Raums, so mit Pulver angefüllt ist, f , umgekehrt aber wie der Diameter der Kugel c , und ihre Dichte n : bey welcher Proportion sich der Autor etwas versehen, indem er zuletzt noch die Länge des Raums hinter der Kugel $AF = b$ hinzusetzt.

Last uns nun hieraus für das vom Autore angeführte Exempel die schwindigkeit der Kugel ausrechnen.

Es wird also seyn:

$$a = 45 \text{ Zoll,}$$

$$f = b = 2\frac{5}{8} \text{ Zoll,}$$

$$c = \frac{3}{1} \text{ Zoll,}$$

$$n = 11,345,$$

weil die Kugel von Bley ist, also

$$\frac{a}{b} = \frac{120}{7}, \quad l \frac{a}{b} = 1,2340832, \quad \frac{f}{c} = \frac{7}{2} \quad \text{und} \quad \frac{f}{nc} = \frac{7}{22,69},$$

dahero seyn wird

$$l \frac{f}{nc} = 9,4892635.$$

Wenn wir also die obige Formel durch Logarithmos ausrechnen,

$$l 1,2340832 = 0,0913445^1)$$

$$l \frac{7}{22,69} = 9,4892635$$

$$l 6907750 = 6,8393366$$

$$\hline 6,4199446^2)$$

davon die Helfte giebt

$$3,2099723^3),$$

welches der Logarithmus ist von 1622⁴⁾. Weswegen die Kugel Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1622⁴⁾ Rheinischen Schuhen durchläuft: welche Zahl von des Autoris Ausrechnung nur unterschieden ist, weil wir hier Rheinländische Schuhe brauchen, da er nach Englischen rechnet; und weil wir die Atmosphäre einer W. so 32 Schuh hoch, gleich gesetzt haben, da der Autor 33 angenommen.

1) Im Original 0,0913447. 2) Im Original 6,4199448. 3) Im Original

4) Im Original 1625. Berichtigt von F. R. S.

ZWEYTE ANMERKUNG

Es sind bey dieser Auflösung verschiedene Umstände aus der Acht gelassen worden, welche, ob sie gleich meistens sehr geringe sind und wenig antragen, dennoch alle die vorher bestimmte Geschwindigkeit der Kugel vermindern, und also insgesamt nicht wohl übergangen werden können. Man kann auch sogleich sehen, daß die gefundene Formel, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel ausgedruckt worden, nach aller Schärfe mit der Wahrheit nicht bestehen kann; denn aus derselben müßte folgen, daß je länger das Rohr oder die Länge $AB = a$ wäre, die Kugel desto geschwinder heraus getrieben werden sollte, welches doch mit der Erfahrung streitet: indem bekannt ist, daß eine allzulange Canone die Kugel nicht so weit treibt, als eine kürzere. Derowegen wird nöthig seyn, diese aus der Acht gelassenen Umstände in einige Betrachtung zu ziehen, und zu untersuchen, wie viel durch dieselben die vorher bestimmte Geschwindigkeit der Kugel vermindert wird.

Erstlich ist nun der Gegendruck der äussern Luft nicht mit in die Rechnung gebracht worden. Denn, so lange sich die Kugel in der Höhlung FB befindet, so wird dieselbe von der äussern Luft zurück gestossen. Diese Kraft ist gleich einer Wasser-Säule, deren Höhe 32 Schuh beträgt, wie wir angenommen. Da nun die Kugel einer Wasser-Säule gleicht, deren Länge $= \frac{2}{3}nc$, so wird die zurückstossende Kraft sich zum Gewicht der Kugel verhalten, wie 32 zu $\frac{2}{3}nc$, das ist, wie $\frac{48}{nc}$ zu 1; und also wird hieraus diese Äquation entspringen

$$dv = \frac{48mb}{nc(b+x)} dx - \frac{48dx}{nc}$$

und ferner

$$v = \frac{48mb}{nc} \left(\frac{b+x}{b} - \frac{48x}{nc} \right)$$

Setzt man nun $x = BF = a - b$, damit die Geschwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück herausgetrieben wird, herans komme, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc} \left(\frac{a}{b} - \frac{48(a-b)}{nc} \right)$$

Schuh.

1) Im Original $v = \frac{48mb}{nc(b+x)} dx - \frac{48x}{nc}$

Berichtigt von F. R. S.

Zweytens ist auch nicht auf die Resistenz der Luft geschewelt, welche zwar in dem kurzen Raum PB nicht viel anstragen kan, gleich wegen der schnellen Bewegung nicht geringe ist. Um abdoch in die Rechnung zu bringen, so ist zu merken, daß, wenn vorne gantz platt wäre, dieselbe gleich seyn würde dem Druck Säule, deren Höhe $= v$, und folglich einer Wasser-Säule, deren I. wenn wir das Wasser 864 mal schwehrer annehmen, als die Luft. dung der Kugel aber macht, daß diese Resistenz nur halb so groß dabero einer Wasser-Säule gleicht, deren Höhe $= \frac{v}{1728}$. Diese Resi sich also zur Schwehre der Kugel verhalten, wie $\frac{v}{1728}$ zu $\frac{2}{3}nc$ $\frac{v}{1152nc}$ zu 1. Folglich wird man diese Äquation bekommen

$$dv = \frac{48mbdx}{nc(b+x)} - \frac{48dc}{nc} - \frac{vdx}{1152nc}$$

oder

$$dv + \frac{vdx}{1152nc} = \frac{48mbdx}{nc(b+x)} - \frac{48dx}{nc}$$

Um davon das Integrale zu finden, so setze man e für die Zahl, c rithmus hyperbolicus gleich ist 1, oder $e = 2,718281828$, und multi gefundene Differentialäquation mit $e^{x:1152nc}$, oder man setze der K 1152nc $= g$, und multiplicire mit $e^{x:g}$, so bekommt man

$$e^{x:g} \left(dv + \frac{vdx}{g} \right) = \frac{48mbce^{x:g}dx}{nc(b+x)} - \frac{48e^{x:g}dx}{nc},$$

wovon das Integrale ist

$$e^{x:g} v = \frac{48mb}{nc} \int \frac{e^{x:g} dx}{b+x} - \frac{48g}{nc} (e^{x:g} - 1)$$

oder

$$v = \frac{48mb}{nc} e^{-x:g} \int \frac{e^{x:g} dx}{b+x} - \frac{48g}{nc} (1 - e^{-x:g}).$$

Weil nun der Bruch $\frac{x}{g}$ sehr klein ist, so ist bey nahe

$$e^{x:g} = 1 + \frac{x}{g} + \frac{xx}{2gg}$$

und

$$e^{-x:g} = 1 - \frac{x}{g} + \frac{xx}{2gg},$$

thero

$$\int \frac{e^{xx} dx}{b+x} = \int \frac{dx}{b+x} + \int \frac{xdx}{g(b+x)} + \int \frac{xxdx}{2gg(b+x)}$$

$$= l \frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{b}{g} l \frac{b+x}{b} + \frac{xx}{4gg} - \frac{bx}{2gg} + \frac{bb}{2gg} l \frac{b+x}{b}.$$

glich wird

$$v = \frac{48mb}{nc} \left(\left(1 - \frac{b+x}{g} + \frac{(b+x)^2}{2gg} \right) l \frac{b+x}{b} + \frac{x}{g} - \frac{bx}{2gg} - \frac{3xx}{4gg} \right) - \frac{48x}{nc} \left(1 - \frac{x}{2g} \right).$$

laßt uns nun setzen $x = a - b$, damit die Geschwindigkeit, womit die Kugel aus dem Stück geschossen wird, heraus komme, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc} \left(1 - \frac{a}{g} + \frac{aa}{2gg} \right) l \frac{a}{b} + \frac{48mb(a-b)}{ncg} \left(1 - \frac{3a-b}{1g} \right)$$

$$= \frac{48(a-b)}{nc} \left(1 - \frac{a-b}{2g} \right)$$

der wenn man die allzukleinen Terminos, welche nichts merkliches austragen, lassen läßt, so wird

$$v = \frac{48mb}{nc} \left(1 - \frac{a}{g} \right) l \frac{a}{b} + \frac{48mb(a-b)}{ncg} = \frac{48(a-b)}{nc}$$

Schuh.

Hieraus können wir nun berechnen, wie viel die sowohl von dem Lagedruck, als der Resistenz der Luft herrührende Verminderung der Geschwindigkeit austrage in dem obigen Exempel; da ist

$$a = 45, \quad b = 2\frac{6}{8}, \quad c = \frac{3}{4}, \quad n = 11,345, \quad nc = 8,509, \quad m = 1000,$$

$$g = 1152nc = 9802,37, \quad 48mb = 126000 \quad \text{und} \quad \frac{48mb}{nc} = 14808.$$

Der gemeine Logarithmus von $\frac{a}{b}$ ist 1,2340832, welcher mit 2,302585 multiplirt werden muß, um den hyperbolischen Logarithmus $l \frac{a}{b}$ zu bekommen, welcher seyn wird = 2,8415816. Hieraus folget

$$\frac{48mb}{nc} l \frac{a}{b} = 42078,1$$

$$\frac{48mb}{nc} \frac{a}{g} l \frac{a}{b} = 193,1$$

$$41885,0$$

$$\frac{48mb(a-b)}{ncg} = 64,014^1)$$

$$\frac{48(a-b)}{nc} = 239,04$$

also

$$v = 41710^2)$$

Schuh. Diese Schuh verwandte man in tausendste Theile, so kommen 41710² woraus Radix quadrata gibt 6458³), davon der 4te Theil 1615⁴) weiß, Schuh die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde läuft, nun vorher 1622⁵) Schuh gefunden, so ist klar, daß diese zwey nur 7 Schuh austragen. Dahero dieselben von dem Autore ohne Fe haben negligirt werden können.

DRITTE ANMERKUNG

Ausser dem Druck und der Resistenz der Luft giebt es noch 2 Ursachen, welche die Geschwindigkeit der Kugel verringern, wenn mit dem Autore annehmen, daß sich alles Pulver im Stücke auf ein zündet: wogegen gleichwohl noch verschiedene Einwürfe zu machen sind, hernach vorgebracht werden sollen. Diese zwei neuen Ursachen scheinen einen weit grössern Einfluss auf die Bewegung der Kugel zu haben, dieselben um so viel weniger übergangen werden können. Die erste ist in der Friction, kraft welcher sich die Kugel an der innern Wand reibet, und dadurch einen Abgang in der Bewegung leidet. In den Schießgewehren, als Mußketen und gezogenen Röhren, in welche mit grosser Gewalt hinein gestossen werden müssen, ist diese Fri-

1) Im Original 0,035.

2) Im Original 41646.

3) Im Original

4) Im Original 6453.

5) Im Original 1618.

6) Im Original 1625.

Berichtig

Zweifel sehr groß. Sollte dieselbe der Schwere der Kugel gleich seyn, so müßte man die vorhergefundene Höhe v um $BF' = a - b$ vermindern, welches aber in Ansehung des sehr grossen Werths des v nichts austragen würde: ja wenn auch die Friction 100 mahl grösser wäre, als die Schwere der Kugel, so würde man noch die $100(a - b)$ in Ansehung des v ohne merklichen Fehler negligiren können. Bey Canonen würde also die Friction noch viel weniger austragen müssen, weil die Kugeln nicht mit Gewalt hinein gestossen werden, sondern noch zwischen den innern Wänden und der Kugel ein Spiel-Raum bleibt, dahero die Friction nicht einmahl der Schwere der Kugel gleich seyn kann. Es ist aber dem ungeachtet zu vermuthen, daß entweder die Friction, oder eine andere ähnliche Ursache in den Stücken der Bewegung der Kugel weit stärker entgegen stehen. Denn da die Kugel, so bald sie aus dem Stück heraus getrieben worden, noch alle Hindernisse ihrer Bewegung, nur allein die Friction ausgenommen, antrifft, welchen dieselbe noch in der Canone ausgesetzt gewesen, so könnte eine allzugrosse Länge der Canone der Bewegung der Kugel nicht hinderlich seyn, wie doch die Erfahrung bezeugen soll, wenn die Kugel nicht in der Canone einen Widerstand antrüffe, so ausser derselben verschwindet. Dieser mag nun von der Friction, oder von einer andern Ursache, herrühren, so müßte dieselbe doch ziemlich beträchtlich seyn. wenn dadurch in einer allzulangen Canone die fortreibende Gewalt des Pulvers überwogen werden sollte. Hiervon läßt sich nun, ob genugsame Experimente über die vortheilhafteste Länge der Canonen mit allem Fleiß angestellt worden, nichts bestimmen. Allem Ansehen nach wird aber die Länge der Canonen vielmehr durch die Menage, als aus diesem Grunde, bestimmt. Und wenn man fragt, warum die Stücke nicht länger gemacht werden, als der Gebrauch mit sich bringt, so scheint wohl hiervon nicht dieses die Ursache zu seyn, damit die Kugel eine desto geschwindere Bewegung erhalte: sondern vielmehr, weil der Vortheil, den man dadurch an der Geschwindigkeit wirklich erhält, die grössern Unkosten, und die grösseren Unbequemlichkeiten, welche die längern Canonen erfordern, bey weitem nicht ersetzt. Denn lasst uns setzen, daß im oben ausgeführten Exempel die Länge des Laufs, welche 45 Zoll gewesen, auf 50 Zoll vermehret werde, so würde $\frac{a}{b} = \frac{50}{2,625}$ an statt $\frac{45}{2,625}$ und folglich $t \frac{a}{b} = 1,2798407$ anstatt 1,2340832. Also würde, ohne auf einen Widerstand zu sehen, das Quadrat der Geschwindigkeit um $\frac{37}{1000}$ und die Geschwindigkeit selbst um $\frac{18}{1000}$ das ist um ihren $\frac{1}{56}$ Theil vermehret werden. In vielen Fällen würde es also der Mühe nicht lohnen um dieser geringen Vermehrung willen, den obigen Lauf um 5 Zoll länger zu machen. Um dieser Ursache

allen werden wir uns also von der Wahrheit nicht merken lassen wir absonderlich bey Canonen die Friction gar nicht in ziehen.

Die andere Ursache, von welcher hier Meldung gethan worden, hat einen weit grösseren Einfluß auf die Bewegung der Kugel. Weil die Kugel durch den Lauf der Canone fortgetrieben wird, nicht nur Zündsch. sondern auch zwischen der Kugel und der inneren Wand der elastische Luft beständig heransbläset: so wird die Elasticität der Canone immer kleiner, als dieselbe hier in der Auflösung angenommen. Denn da dieselbe wegen der grossen Elasticität mit einer weit grössern Geschwindigkeit, als die Kugel selbst immer haben kann, durch die Oefnungen heransfährt, so ist dieser Verlust der forttreibenden Kraft beträchtlich, und muß nothwendig verursachen, daß die Kugel eine geringere Geschwindigkeit erhält, als die obige Rechnung anzeigt. Um die dieser Verminderung zu bestimmen, muß man die Geschwindigkeit, welcher die in der Canone zusammen gedruckte Luft so wohl durch das Loch, als neben der Kugel, heransfährt, welche Untersuchung wir in vorzunehmender Gelegenheit haben werden. Wir können inzwischen ein Beispiel, so der Herr Prof. DANIEL BERNOULLI in seiner *Hydrodynamica* berechnet, so viel anführen, daß, da derselbe, um die wirkliche Geschwindigkeit der Kugel herauszubringen, ohne auf diesen Abgang der Kraft zu sehen, genöthiget worden, die erste Elasticität der im Canone eingeschlossnen Luft 6001 mahl grösser anzusetzen, als den Druck der Atmosphäre in eben dem Fall, nachdem er diesen erwähnten Abgang in Rechnung gezogen, die anfängliche Elasticität 10000 mahl grösser hat annehmen müssen. Ungeachtet nun dieses aus solchen Principiis hergeleitet worden, Herr ROUSS nicht zugibt, so kan man doch daraus so viel ersehen, daß der Umstand eine merkliche Veränderung in der obigen Bestimmung der Geschwindigkeit verursachen müsse. Dahero, wenn in den folgenden Paragraphis die wirkliche Geschwindigkeit mit der angerechneten übereinstimmt, so ist dieses ein unbeträchtliches Zeichen, daß die forttreibende Kraft nicht grösser gewesen, als in der Rechnung angenommen worden, und daß folglich die Elasticität der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft weit grösser sey, als die Elasticität der natürlichen Luft.

VIERTE ANMERKUNG

ses sind aber doch noch nicht alle Ursachen, weswegen die durch die Kugel gefundene Geschwindigkeit der Kugel verringert werden muß; wir fügen zu den schon allbereit erzählten viere noch drey neue hinzu. Wenn sich die elastische Materie schon wirklich ausdehnet, so müssen die Theile derselben vorwärts bewegen, und das um so viel geschwinder, je dieselben von dem Boden *A* entfernt sind. Denn die vordersten Theile, welche die Kugel berühren, haben mit derselben einerley Geschwindigkeit; diejenigen aber, so dem Boden näher sind, eine kleinere. Da nun die Geschwindigkeit der vordersten immer schneller wird, so muß auch die Bewegung der übrigen nach Proportion immer geschwinder werden. Ein jeglicher Theil der elastischen Materie wird von der hintern Luft vorwärts, von der vorderen aber rückwärts gestossen, daher nothwendig der Druck der hintern Luft seyn muß, als der vorderen, sonst würde die Geschwindigkeit dieses Theils nicht zunehmen. Hieraus folget also, daß die Elasticität der hinter der Kugel befindlichen Luft, nicht allenthalben gleich groß sey, sondern daß sie bey dem Boden in *A* grösser seyn müsse, als an der Kugel, und daß die Kraft, mit welcher die Kugel mit einer kleinern Kraft fortgestossen wird, als in der Bewegung angenommen worden: da man gesetzt, daß die Luft hinter der Kugel allenthalben eine gleiche Ausdehnungs-Kraft habe. Dieser Unterschied wird um so viel grösser seyn, je dichter die Luft hinter der Kugel ist. Weil die Dichte derselben sehr geringe ist, so wollen wir gerne zugeben, daß er keine merkliche Verringerung in der Geschwindigkeit der Kugel zuwege bringen könne.

Eben diesem Grunde wird auch die zweyte Ursache, welche wir anführen, eben so wenig merklich seyn. Man hat in der Rechnung angenommen, daß die ganze Kraft des Pulvers allein auf die Forttreibung der Kugel angewandt werde: weil aber auch die Theilchen des Pulvers, und die aus ihnen erzeugte Luft, selbst in Bewegung gesetzt werden müssen, so wird ein geringer Theil der Kraft erfordert, welcher folglich von derselben Kraft, so auf die Kugel wirkt, abgezogen werden muß, aus welchem Grunde die Bewegung der Kugel wiederum vermindert wird. Diese Ursache unterscheidet sich zwar mit der vorher gemeldten aus einer Quelle, nemlich aus der Materialität der Luft, und wenn man die vorige in die Rechnung einrechnet, so wird auch diese darein eingeschlossen. Inzwischen kan man

sich doch von ihrer Wirkung einen deutlichen Begriff machen, wenn dieselbe auf diese zweyfache Art, wie hier geschehen, vorstellt. Es ist ein Glück, daß die aus diesem Grunde entspringende Wirkung nicht ist; denn es würde schwer und vielleicht unmöglich seyn, dieselbe bekannten Grundsätzen der Mechanic genau zu bestimmen. Man gerät in solche verwirrte Differential-Äquationen, daß man nicht Mittel sieht, sie selbst aufzulösen, oder darans etwas zuverlässiges zu schliessen.

Die dritte Ursache ist eben der zweyte Grundsatz, welchen der Autor als richtig annimmt, und völlig erwiesen zu haben glaubet: daß nämlich alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzündet. Man findet sehr viel Ursachen, das Gegentheil zu behaupten, und die Beweisthümer Autoris selbst sind so beschaffen, daß man daraus an der Richtigkeit zweifeln Anlaß nehmen kan. Der Autor führet den ersten Grund her, die grosse Hitze, und der Geschwindigkeit der Flamme, womit dieselbe durch den Pulverkörnern durchfährt. Aber dieses ist eben die Frage, ob im ersten Augenblick so viel Pulver entzündet werde, daß die Flamme durch allen Körnern durchstreichen könne. Hernach, da diese Communication der Bewegung geschieht, so muß nothwendig dazu eine Zeit erforderlich, und kömmt also hier nur die Frage vor, in wie langer Zeit sich von Anfang der Entzündung an alles Pulver entzündet. Niemand wird zweifeln, daß dieses nicht in sehr kurzer Zeit geschehe: allein die Kugel fällt so geschwind zur Canone herans, daß die geringste Zeit hier schon beträchtlich ist. Gemeiniglich wird die Kugel in einem hundertsten Theil Secunde aus dem Lauf hinausgetrieben. Wenn also nur $\frac{1}{100}$ Secunde zur Entzündung des Pulvers erfordert würde, welches doch gewiß eine kurze Zeit ist, so würde die Kugel schon die Mündung der Canone erreicht haben, indem sich das letzte Pulver entzündete; folglich würde dadurch der fortreibende Gewalt des Pulvers gar merklich verringert werden. So ist nach des Hrn. ROBINS Sinn die gänzliche Entzündung in noch kürzerer Zeit, als $\frac{1}{200}$ Secunde, oder gar in $\frac{1}{1000}$ Secunde vor sich gehen, welches doch keine Besonderheit bey grossen Ladungen, glaublich scheint, so müste doch ein merklicher Effect davon merklich seyn. So leicht auch das Pulver Feuer fängt, so doch dazu einige Zeit erfordert, und das bey einer Art des Pulvers mehr, als bey der andern. Deswegen ist auch nach des Autoris eigenem Bericht das feinkörnige Pulver dem Meel-Pulver vorgezogen worden, weil jenes sich schneller entzündet, als dieses. Da nun das Meel-Pulver einige Zeit erforder-

die an einem Orte geschehene Entzündung sich allenthalben mittheilet, so kann der Vortheil des gekörnten in nichts anders bestehen, als daß zur gänzlichen Entzündung eine viel kürzere Zeit hinlänglich sey. So kurz aber auch diese Zeit angesetzt wird, so ist dieselbe doch immer vermögend, eine merkliche Aenderung in der forttreibenden Kraft zu verursachen. Wir haben hier oben nur $\frac{1}{100}$ Secunde angenommen für die Zeit, in welcher die Kugel aus dem Stück getrieben wird. Allein diese Zeit ist noch zu lang nach den Experimenten, wodurch Herr Roux selbst die wirkliche Geschwindigkeit, womit eine Kugel aus einem Schieß-Gewehr getrieben wird, bestimmt hat. Er findet, daß diese Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg von 1500 bis 2000 Schuh durchlauffen könne. Weil nun diese Geschwindigkeit der Kugel im Lauf des Gewehrs eingedrückt worden, welcher ungefähr $3\frac{1}{2}$ Schuh lang gewesen, so müste die Kugel, wenn sie im ersten Augenblick diese ganze Geschwindigkeit erhalten hätte, nur $\frac{31}{1600}$ oder $\frac{31}{2000}$ Secunde, das ist nach einem Mittel $\frac{1}{600}$ Secunde im Lauf zugebracht haben. Sollte aber der Kugel diese Geschwindigkeit nach einer gleichförmig vermehrten Bewegung, dergleichen in den fallenden Körpern wahrgenommen wird, mitgetheilet worden seyn, so würde dieselbe zweymahl so lang, das ist $\frac{1}{260}$ Secunden im Lauf verweilet haben. Da nun die fortreibende Kraft anfänglich viel stärker ist, und nach und nach abnimmt, so muß die wahre Zeit kürzer seyn, als $\frac{1}{260}$, länger aber als $\frac{1}{500}$, und also ungefähr $\frac{1}{375}$ Secunde austragen, welche Zeit so kurz ist, daß, so geschwind man sich auch die gänzliche Entzündung des Pulvers vorstellt, dieselbe doch nicht viel geschwinder, als in einer $\frac{1}{375}$ Secunde geschehen kann, weswegen dieser Umstand um so viel weniger aus der Acht gelassen werden kann.

Was der Autor ferner sagt, daß die Pulver-Körner, welche öfters aus den Canonen noch unentzündet herausgetrieben werden, dem Setz-Kolben angewichen, und nicht hinter die Kugel zu liegen gekommen, ungeachtet solches seine völlige Richtigkeit haben mag, beweiset doch noch keineswegs, daß die gänzliche Entzündung in einem Augenblicke vor sich gehe, und ganz und gar keine Zeit erfordere. Dann gesetzt auch, daß sich alles Pulver entzündete, ehe die Kugel zur Mündung heraus fährt, und also die ganzen Körner, so öfters vor der Canone gefunden werden, nicht hinter der Kugel gewesen wären: so folget doch noch keinesweges, daß die Zeit der gänzlichen Entzündung in Ansehung derjenigen, so die Kugel durch die Canone getrieben wird, vor nichts zu achten sey. Ueber dieses kann es auch seyn, daß eine gute Partie Pulver

noch ausser der Mündung Feuer fängt, und also nichts zur Fortdauer der Kugel beyträgt, ungeachtet diese Körner nicht entzündet herunter fallen. Denn da das Feuer noch ausser der Mündung heftig genug ist, so kann alsdenn noch ein Theil des Pulvers, welches wegen der allzukurzen Zeit dem Lauf entzündet geblieben, von der Flamme verzehrt werden. Gesteht der Autor selbst, daß er öfters im Pulver einige Körner wahrgenommen, welche einige Zeit die Gewalt der Flamme ausgehalten, ehe sie sich entzündeten. Da er nun diese Zeit hat wahrnehmen können, so muß dieselbe endlich, und also gewiß länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde gewesen seyn. Wenn es solche Körner giebt, welche die Gewalt der Flamme länger, als $\frac{1}{100}$ Secunde aushalten können, so muß es noch vielmehr dergleichen geben, welche zur Entzündung nur $\frac{1}{500}$ Secunde erfordern. Dahero auch dieser Beweisthümerchen der Autor zu Behauptung seines Satzes anführet, vielmehr das Gegentheil bestätigt.

Die stärkste Probe des Antoris aber besteht darin, daß die Ausrechnungen, welche aus diesem Satz hergeleitet werden, mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmen. Wir haben aber schon dargelegt, wie viel Unrichtigkeiten in dieser Ausrechnung nicht in Betrachtung gezogen worden, davon einige keine geringe Aenderung verursachen; und daß dahero die Übereinstimmung der Rechnung mit der Erfahrung zu diesem Ende nicht ohne Behutsamkeit angeführet werden kann. Weil der Autor auf den Abgang der forttreibenden Kraft, welche durch das Zündloch und neben der Kugelschicht, nicht gesehen, und sich folglich aus diesem Grunde schon ein Scheid zwischen der Theorie und der Experientz äussern müßte, so könnte vielleicht wohl seyn, daß die allmähliche Entzündung des Pulvers diesen Scheid wieder zernichtete. Denn da die Kraft des Pulvers nicht allein in der erfolgten Ausdehnung abnimmt, worauf doch in der Rechnung allein gesehen worden, sondern auch wegen des Verlusts, welchen die eingeschlossene elastische Luft durch das Zündloch und den Spiel-Raum leidet, so muß die Verminderung der Kraft grösser seyn, als in der Theorie angenommen worden. Wenn sich nun das Pulver allmählig entzündet, so erhält dadurch die fortreibende Kraft einen beständigen Zuwachs, wodurch der vorige Abgang ersetzt wird; dergestalt, daß auf diese Art wiederum eben dieselbe Proportion im Abnehmen der Kraft stattfinden kann, welche in der Theorie angenommen worden. Auf diese Art könnte also diese Theorie, aller angeführten Unrichtigkeiten ungeachtet, mit der Experientz wiederum vereinigt werden, wenn man

des im ersten Augenblick entzündeten Pulvers um so viel grösser an. Denn, wenn nur ein Theil des Pulvers, so im ersten Anfang Feuer stark genug ist, eben die Wirkung hervor zu bringen, welche nach der Theorie von der ganzen Ladung herkommen sollte, so muß auch die elastische Kraft desselben Theils eben so groß seyn, als die, welche dem ganzen zugegeben worden. Wenn also die elastische Kraft der natürlichen Luft durch 1000 geteilt wird, so muß die elastische Kraft der aus der Entzündung des Pulvers erzeugten Luft so vielmahl grösser sein als 1000, so vielmahl der im ersten Anfang entzündete Theil des Pulvers kleiner ist als die ganze Ladung. Nach dieser Bedingung kann also die Theorie des Antoris mit der Experientz übereinstimmen, wann der Zuwachs der forttreibenden Gewalt, so dieselbe durch die plötzliche Entzündung des Pulvers erhält, dem Abgang, welcher wegen des Stoßes und Spielraums entsteht, immer beynahe gleich kommt, welche Voraussetzung vielleicht bey der Art des Pulvers, so der Autor gebraucht, ungefehr eingetroffen haben. Hiedurch aber leidet der erste Punkt des Verfassers, durch welchen er die elastische Kraft des Pulvers bestimmt, und 1000 mahl grösseren Druck der Atmosphär angesetzt hat, einen grossen Stoß, indem die elastische Kraft in diesem Fall, wann die Rechnungen mit der Experientz übereinstimmen, viel grösser seyn muß. Wenn sich also der Autor um seinen Satz, daß alles Pulver in einem Augenblick zugleich entzünde, auf die Überzeugung der hiernach gegründeten Rechnung mit der Experientz beruft, so forne, daß dadurch seine Meynung bekräftiget werde, daß dadurch die Theorie dieselbe umgestossen wird.

Damit wir aber dieser angeführten Experientz nicht allein blosser Gründe und Vernunft-Schlüsse entgegen setzen, so wollen wir auch Erfahrungen beynügen, wodurch augenscheinlich erhellet, daß die gänzliche Entzündung des Pulvers nicht in einem Augenblick vor sich gehe. Ich beruße mich hierbey auf viele Experimente, welche der sel. General GÖTTMANN zu St. Petersburg (1771) in Beyseyn verschiedener Mitglieder der dasigen Academie, unter welchen sich auch befunden, hat anstellen lassen. Unter andern wurde dazu ein Stück, dessen Seele $7\frac{7}{10}$ Englische Schuh lang war, gebraucht, und aus demselben mit verschiedenen Ladungen Vertical-Schüsse gethan. Man bemerkte jedesmahl die Zeit nach einem Pendulo, innerhalb welcher die Kugel nach dem Schuß wieder herunter fiel: und aus derselben hat der Herr BERNOULLI die

Geschwindigkeit berechnet, mit welcher die Kugel aus dem Stück
 worden.¹⁾ Ungeachtet nun derselbe hierzu die NEWTONIANISCHE Theorie
 der Resistenz der Luft gebranchet, so hindert doch solches zum gegen
 Vorhaben nichts. Er hat also gefunden, daß die Kugel in einem 1
 Raum, nachdem man 1, 4 und 8 Loth Pulver geladen, hätte 541, 130
 Schuh hoch steigen müssen. Hierauf wurde von dieser Canone ein 8
 gesägt, dessen Länge $1\frac{7}{10}$ Schuh, und folglich die Seele der Canone
 accurat 6 Schuh lang war. Nach dieser Verkürzung wurden wiederum
 vorigen Ladungen von 1, 4 und 8 Loth Pulver Vertical-Schüsse gethan,
 da fand sich, daß die Kugel in einem Luftleeren Raum nur auf 274,
 6604 Schuh hoch gestiegen seyn würde. Bey der Ladung von 8 Loth
 würde also die Kugel aus der ganzen Canone bey nahe 9 mahl höher
 seyn, als aus der abgekürzten: dahero die Geschwindigkeit, womit
 sie im ersten Fall ausgetrieben worden, ungefähr dreymahl grösser
 sey als im letztern. Nach des Hrn. ROBINS Theorie aber hätte dieser Unter-
 schied kaum zu merken seyn müssen. Hieraus ist also klar, daß vor der
 Ausladung der Canone sich noch eine gute und so gar die grösste Portion Pulver
 alsdann müsse entzündet haben, als die Kugel den letzten Schuh in
 der Canone durchlaufen. Eben dieser Schluß folgt auch aus den
 vorigen Ladungen, jedoch ist der Unterschied so groß nicht, und eben hieraus
 ist zu sehen, daß, je grösser die Ladung ist, je mehr Zeit erfordert werde, ehe
 der Pulver entzündet: welcher Umstand an sich selbst begreiflich genug

Die gezogenen Röhre, welche wie bekannt viel weiter schiessen
 gezogen, reichen uns auch eine sehr wichtige Probe dar, daß sich der
 Pulver nicht auf einmahl entzündet. Denn, sollte alles Pulver auf einmahl
 entzündet gerathen, so müßte nothwendig ein gezogenes Rohr bey weitem nicht
 so weit schiessen als ein ungezogenes. Man betrachte nur den grossen Widerstand,
 welchen eine Kugel in einem gezogenen Rohr zu überwinden hat, ohne
 zu sehen, daß zugleich der Kugel eine Bewegung um die Axe mitgetheilt
 wird, wozu auch eine Kraft erfordert wird, so wird man hieran
 geringsten Zweifel hegen können. Dennoch aber wird die Kugel aus
 einem gezogenen Rohr ungeachtet dieses grossen Widerstandes mit einer
 grossen Geschwindigkeit heraus geschossen, als aus einem gemeinen, wenn d

1) Die Resultate dieser Versuche findet man in der im Oktober 1727 der
 Akademie übergebenen Abhandlung D. BERNOULLI, auf die in der Anmerkung 1 p. 4
 worden ist, sowie in dessen *Hydrodynamica* p. 236 u. 237 F. R. S.

ände einerley sind. Es muß also in einem gezogenen Rohr nothwendig weit grössere Kraft vorhanden seyn, als in einem gemeinen, welche nicht einen grossen Widerstand zu überwinden, sondern auch noch dazu der Kugel schnellere Bewegung mitzutheilen hinlänglich ist. Die Gewalt aber rührt nicht allein vom Pulver her, und in beyden Fällen ist die Ladung einerley, daher keine andere Ursache übrig bleibt, als daß sich in dem gezogenen Rohr die ganze Ladung oder zum wenigsten der grösste Theil derselben entzündet, da in dem gemeinen Rohr nur ein geringer Theil Feuer fängt, ehe die Kugel heraus getrieben wird. Dieses letzte Argument scheint noch der Sache den grössten Nachdruck zu geben, und sogar nicht nur zu beweisen, daß sich das Pulver nicht auf einmal entzündet, sondern auch, daß sich gemeiniglich eine sehr kleine Portion des Pulvers entzündet, ehe die Kugel aus der Kanone heraus getrieben wird. Aus diesen Ursachen wird die oben erwähnte Meinung des Hrn. Prof. DAX. BERNOULLI je länger je wahrscheinlicher, daß die vom Pulver erzeugte Elastische Materie im ersten Moment eine Ausdehnungskraft habe, welche beynahe 10000 mahl grösser ist, als der Druck der Atmosphäre, ungeachtet unser Autor dieselbe nur 1000 mahl grösser angibt.

ACHTER SATZ

Geschwindigkeit, mit welcher sich eine Kugel in einer jeglichen Distanz von dem Stück bewegt, durch die Erfahrung zu bestimmen.

Die leichteste Art, um dieses zu bewerkstelligen, geschieht vornehmlich mittelst des Instruments, welches beygehende Figur (Fig. 2, p. 94) vorstellet, allwo $ABCD$ mit drey Füßen versehenes Gestell andeutet, damit solches allenthalben auf der Erde festgesetzt werden könne; dergleichen Maschinen zu Abwägung und Aufhebung schwerer Lasten gebräuchlich zu werden pflegen. An zweyen diesen Stützen B und C sind starke Arme R und S befestiget, auf welchen das Pendulum $EFGHIK$ mittelst des Querbalkens EF ruhet; der auf den Armen R und S dergestalt auflieget, daß sich der Körper K um denselben frey bewegen, und gleich einem Pendulo oscilliren kann. Der Körper dieses Penduli ist von Eisen gemacht, und hat unten eine gewisse Breite, welche in der 2ten Figur nicht zum Vorschein kommt,

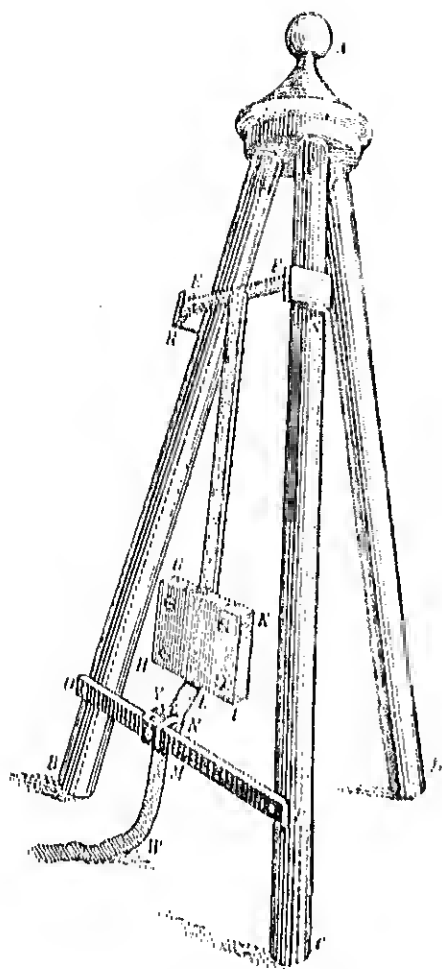


Fig. 2.

zusammen gedrückt worden. Ferner ist am Ende des Pendels ein schmales Band LN angeheftet, welches zwischen denselben stählernen Platten durchgezogen wird, und durch eine Oeffnung am unteren Ende des ebenen Instruments frey herabhängt.

Nachdem nun diese Maschine beschriebener unter Vorsetzung einer untersuche man sowohl das Gewicht des ganzen Pendels als auch der gravitatis, nebst dem Centro oscillationis desselben, damit die Differenz dieser zweyen Punkte von der Axe EF , um welche das Pendulum schwingt

bestimmt werden kann. Die Punkte O und P sind die Centra der Schwingung, welche das Pendulum ausführt. Die Punkte A und B sind die Punkte, an welchen das Instrument auf dem Boden steht. Die Punkte C und D sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte E und F sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte G und H sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte I und J sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte K und L sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte M und N sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte O und P sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte Q und R sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte S und T sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte U und V sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte W und X sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind. Die Punkte Y und Z sind die Punkte, an welchen die Pendelarme befestigt sind.

ist, bekannt werde. Hieraus wird man ferner bestimmen können, wie eine grosse Bewegung diesem Pendulo mitgetheilet werden muß, wenn auf dasselbe eine Kugel, deren Gewicht bekannt ist, mit einer gegebenen Geschwindigkeit in einem gegebenen Punkt aufstößt. Dahero, wenn das Pendulum vor dem Stoß still gestanden, so wird man anzeigen können, was vor einen grossen Schwung das Pendulum von einem solchen Stoß bekommen, und wie weit dasselbe von seinem Ruhestand gebracht werden müsse. Wenn also hinwiederum diese Entfernung des Penduli von seinem Ruhestand bekannt ist, welche von dem Anstoß einer Kugel, deren Schwere bekannt, in einem gegebenen Punkt verursacht worden, so läßt sich daraus die Geschwindigkeit, womit die Kugel darauf gestossen, bestimmen.

Derowegen, wenn eine Kugel von einer bekannten Schwere gegen das Pendulum anstößt, und die Grösse des Schwungs, welchen das Pendulum durch diesen Stoß empfängt, genau beobachtet wird, so kan man daraus die Geschwindigkeit, welche die Kugel bey dem Stoß gehabt, anzeigen.

Die Grösse des Schwungs aber, welcher in dem Pendulo von dem Stoß verursacht wird, kan sehr genau durch Hülf des Bandes LN gemessen werden. Man darf zu diesem Ende nur die beyden stählernen Schärpen VN , zwischen welchen das Band durchgeht, vermittelst der Schraube Z dergestalt spannen, daß das Band zwar frey und leicht, jedoch nicht ohne einen geringen Widerstand durchgezogen werden könne. Ehe nun das Pendulum in Bewegung gebracht wird, so ziehe man das Band so stark an, daß dasselbe zwischen dem Pendulo und VN gespannt, dennoch aber das Pendulum selbst dadurch nicht aus seinem Ruhestand gebracht werde; und stecke bey VN eine Stecknadel darein. Alsdenn lasse man eine Kugel an das Pendulum stossen, welches dadurch zurückgetrieben und einen Theil des Bandes bey VN durchziehen wird, aus welchem durchgezogenen Theil, dessen Länge von der Stecknadel an gemessen wird, man sofort den Bogen, welchen das Pendulum im ersten Schwung beschrieben, ausmessen kan.

Die Rechnung aber, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel aus der beobachteten Ausweichung des Penduli nach dem Stoß bestimmt wird, erfordert eine weitere Erklärung. Zu diesem Ende wollen wir nach demjenigen Pendulo, dessen wir uns bey unsern Experimenten bedienet haben, die Rechnung anstellen, welche dienen wird, um alle andero Fälle berechnen zu können.

Das Gewicht dieses ganzen Penduli, Eisen und Holz alles zusammen genommen, war 56 Pf. 3 Unzen. Sein Centrum gravitatis war von der Axe EF entfernt 52 Zoll, und dieses Pendulum machte 200 kleine Schwingungen in

16 ist, und die Länge der Sehne des Bogens, welchen das Centrum des Brets *GHIK* beschreibt, anzeigt. Hierauf findet man den Sinus versum des Bogens, dessen Sehne ist 16 Zoll, und der Radius 66 Zoll, gleich 1,93939. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper zu dieser Höhe zu steigen vermögend ist, oder welches einerley, welche ein Körper, so aus der Höhe von 1,93939 Zoll herunterfällt, erlangt, beträgt $3\frac{1}{4}$ Schuh in einer Secunde.

Um nun hieraus die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die Kugel auf das Centrum des Holzes gestossen, als das Pendulum in seinem daher verursachten Schwung das Band um $17\frac{1}{4}$ Zoll durch das obbeschriebene Instrument *NV* weiter durchgezogen, so hat man nichts mehr nöthig, als die gefundene Zahl von $3\frac{1}{4}$ Schuh mit 505 zu multipliciren. Denn das Product 1641 deutet an, wie viel Schuh die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit, welche sie bey dem Stoß gehabt, in einer Secunde nach einer gleichförmigen Bewegung durchlaufen würde. Denn wir haben gefunden, daß das Punct des Bretts, wo die Kugel angestossen, eine Geschwindigkeit habe von $3\frac{1}{4}$ Schuh in einer Secunde; wir haben aber auch vorher erwiesen, daß die Geschwindigkeit der Kugel 505 mahl grösser sein müsse. Wenn also eine Kugel, so $\frac{1}{12}$ Pfund wiegt, auf das Mittelpunct des hölzernen Brets *GHIK* geschossen wird, und dadurch das Band um $17\frac{1}{4}$ Zoll fortgezogen wird, so beträgt die Geschwindigkeit der Kugel 1641 Schuh in einer Secunde. Da nun die Länge des Bandes, welches durch das Instrument bey *NV* durchgezogen wird, ohne Fehler die Sehne des Bogens, welchen das unterste Ende des Penduli beschreibt, giebt, indem das Band dergestalt angemacht ist, daß der Unterscheid nicht merklich seyn kann; diese Sehnen aber, wie bekannt, mit den Geschwindigkeiten, welche dem Pendulo durch den Stoß mitgetheilet werden, einerley Verhältniß haben, so ist klar, daß die Theile des Bandes, so bey verschiedenen Stößen in *NV* durchgezogen werden, den Geschwindigkeiten der auflossenden Kugel proportional sind. Dahero verhält sich auch die Länge von $17\frac{1}{4}$ Zoll zur Länge des in einem gegebenen Fall durchgezogenen Bandes, wie 1641 Schuh zur Anzahl der Schuhen, welche die Kugel im gegebenen Fall mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde durchzulauen vermögend ist.

Hieraus ersieht man also überhaupt, wie durch Hülfe dieses Instruments die Geschwindigkeit einer jeglichen Kugel erkannt werden kann. Damit aber diejenigen, welche Lust haben, dergleichen Experimente selbst anzustellen, nun so viel weniger Schwierigkeiten antreffen mögen, so will ich hier noch einige

Handgriffe beyfügen, welche man dabey so wohl zu besserem Fortgange der Experimenten, als zur eigenen Sicherheit in Acht zu nehmen hat.

Ich muß also für das erste, damit man das hölzerne Bret *GHI* als ein unnöthiges Stück der Maschine ansehe, anzeigen, daß wenn eine voller Ladung geschossene Kugel unmittelbar gerade gegen das Eisen anläuft, so würde die Kugel durch den Schlag zersplittern, und diese mit solcher Heftigkeit zurück springen, daß sie in das umstehende Holz hinein fahren würden. Der damit verknüpften Gefahr nicht zu gedenken, würde auch das Pendulum die Geschwindigkeit der Kugel, wegen der Prellens, worauf die Rechnung nicht gerichtet ist, nicht richtig zu geben.

Das Gewicht des ganzen Penduli, und die Dicke des Brets, muß einiger massen nach der Grösse der Kugeln, welche gebraucht werden, gerichtet seyn. Das Pendulum, so hier beschrieben worden, kann mit Kugeln, welche unter drey biß vier Unzen wägen, sicher beygehalten werden, wenn nur für die schwersten die Dicke des Brets 7 bis 8 Zoll angewandt wird. Das Büchene Holz ist zu diesem Ende das tüchtigste.

Es ist auch gefährlich, auf der Seite des Penduli zu stehen, wenn das Bret nicht so dicke ist, daß die Kugel, ehe sie auf das Eisen kommt, den größten Theil ihrer Kraft verliert. Denn, wenn dieselbe mit einem grossen Gewalt auf das Eisen stößt, so dringen die Splitter von dem Eisen, welche durch das Holz nicht zurück springen können, zwischen dem Holz und Eisen durch, und fliegen noch ziemlich weit herum.

Weil man kein ander Mittel hat, das Holz auf dem Eisen zu befestigen, als durch Schrauben, davon die Köpfe auf dem Bret hervorstehen, so ist es geschehen, daß bißweilen eine Kugel auf eine solche Schraube zu laufen kommt, in welchem Fall die Splitter davon allenthalben herum geschleudert werden.

Wenn ferner in diesen Experimenten so wenig Pulver gebraucht wird, daß die davon der Kugel mitgetheilte Geschwindigkeit nicht über 500 Schuh in einer Secunde austrägt, so bleibt die Kugel im Holz stecken, sondern springt zurück, und das, wenn das Holz sehr hart ist, mit einer sehr grossen Geschwindigkeit. Ich habe diese rückprellende Geschwindigkeit niemahls mit Fleiß untersucht; ich habe aber öfters gesehen, daß eine Kugel von den umliegenden Körpern, worauf sie gefahren, ist, zurückgeworfen worden.

Um nun diese Gefahr zu vermeiden, wobey in Philosophischen Untersuchungen keine Ehre erlangt werden kann, so ist am sichersten, den Lauf, womit man schiessen will, auf ein starkes und schwehres Gestell zu befestigen, und denselben mit einer nicht allzugeschwind brennenden Zünd-Röhre abzufeuern. Der Lauf muß nach der ganzen Länge wohl befestiget werden; es kann auch kein Mußketen-Lauf, so nach den gewöhnlichen Dimensionen geschmiedet worden, diese hier erzählten Experimente, ohne zu bersten, lange aushalten, wie ich zu meinem Schaden mehrmahlen erfahren. Der Lauf, worauf ich mich am meisten habe verlassen können, und welchen ich zu diesem Ende ausdrücklich habe verfertigen lassen, ist hey nahe oben so stark als unten, und seine Dicke ist fast allenthalben dem Diameter seiner Höhlung gleich.

Man muß auch das Pulver zu diesen Experimenten auf das genaueste abwägen, und wohl acht haben, daß nichts davon im Laden vor der Kugel zurück bleibe; daher ein solcher Lauf eben, wie eine Canone, geladet werden muß. Der Vorschlag wird am füglichsten von Hanf genommen und muß allemahl gleich schwer seyn; immer aber so geringe, als nur möglich ist, um das Pulver in seinen gehörigen Platz einzuschränken. Wenn auch ein Raum zwischen der Kugel und dem Pulver ledig gelassen werden soll, so muß die Länge desselben sorgfältig abgemessen werden; indem darauf die Geschwindigkeit der Kugel, und die Stärke des Schusses, sehr viel beruhet; ungeachtet sonst weder die Kugel noch die Ladung verändert wird. Man muß auch den Lauf zum wenigsten so weit von dem Pendulo entfernen, daß die Gewalt der Flamme darauf nicht wirken kann, welches bey einem gemeinen Lauf, so mit $\frac{1}{2}$ Untze Pulver geladen wird, geschieht, wenn diese Entfernung nur über 16 biß 18 Schuh ist. Bey stärkeren Ladungen aber reicht die Gewalt der Flamme weiter, und habe ich gefunden, daß sich dieselbe über 25 Schuh weit erstrecket hat. Deswegen habe ich immer diese Distanz von 18 bis 25 Fuß erwehlet. Was ausser diesem noch mehr hierbey zu beobachten ist, solches wird sich füglicher in der Erzählung und Beschreibung der Experimente, welche ich angestellt, anbringen lassen, wozu ich mich also wende.

Wenn dieses Gewicht gefunden, so wird sich dasselbe zum Gewicht des Penduli verhalten, wie die Distanz des Centri gravitatis von der Axe, zur Distanz des Puncts L von der Axe; wie aus der Static bekannt ist. Wenn also das Gewicht des ganzen Penduli gesetzt wird $= P$, das Gewicht, so bey dieser Untersuchung in W angehängt werden muß, $= Q$, die Distanz des Puncts L von der Axe EF nemlich $DL = a$, und das Centrum gravitatis des ganzen Penduli in Q angenommen, und die Distanz $DQ = g$ genennet wird, so muß nach den Regeln der Statik sein $Q : P = g : a$, oder $Pg = Qa$; woraus gefunden wird $g = \frac{Qa}{P}$. Es sey ferner S das Centrum oscillationis des Penduli, und $DS = f$, so wird f die Länge eines einfachen Penduli andenten, welches mit dem vorgelegten seine Schwingungen in einerley Zeit verrichtet. Dahero um diese Distanz $DS = f$ zu finden, so muß man suchen, in wie langer Zeit das Pendulum eine Oscillation absolvire. Zu diesem Ende bringe man dieses Pendulum in einen kleinen Schwung, dergestalt, daß die Oscillationes nicht über 5 biß 6 Grad heyderseits ausweichen; weil dieselben sonst nicht alle von einerley Dauer seyn würden, und zehle nach einer guten Uhr, wie viel Oscillationen dieses Pendulum in 1, 2 oder 3 Minuten mache. Der Autor hat hierzu eine Zeit von 200 Schwingungen genommen, dahero wollen wir hier zum Exempel 3 Minuten oder 180" annehmen. Es sey nun n die Zahl der Oscillationen, welche das Pendulum in der Zeit von 3 Minuten verrichtet. Da nun ein einfaches Pendulum, so 3,16625 Rheinländische Schuh lang ist, durch seine Schwingungen accurat Secunden weiset, so würde dieses Pendulum in 3 Minuten 180 Schwingungen verrichten. Es sind aber die Zeiten, in welchen zwey einfache Pendula von verschiedener Länge ihre Oscillationen machen, wie die Quadrat-Wurzeln aus ihrer Länge. Derowegen, da ein Pendulum, so 3,16625 Schuh lang ist, eine Oscillation in 1", das gesuchte Pendulum aber, dessen Länge wir $= f$ setzen, eine Oscillation in $\frac{180}{n}$ " absolvirt, so wird seyn

$$1 : \frac{180}{n} = \sqrt{3,16625} : \sqrt{f},$$

und also

$$f = \frac{32400 \cdot 3,16625}{nn}$$

Rheinl. Schuh. Das ist

$$f = \frac{102586\frac{1}{2}}{nn}.$$

Solchergestalt wird also die Länge f leicht in Rheinländischen Schuhen go-

Maß, welches Maäß in Mechanischen Rechnungen vor andern Maäß
 in geraden Vorzug hat, weil ein frei herabfallender Körper in ein
 der 15625 tausendste Theile Rheinländischen Schubes beschreibt.
 15625 eine Quadrat-Zahl ist, deren Radix 125 in den Rechn
 leicht hergebracht wird. Aus dem Rheinländischen Maäß
 ergibt sich das Parisi-sche, oder das Englische leicht heraus gebracht.
 1000' Rheinländische Schuh einen Pariser Schuh und 0,970
 1 Schuh einen Englischen Schuh betragen. In dem Exempel
 machte das Pendulum in 253 Secunden 200 Oscillationen, folglich
 eine Oscillation in $\frac{253}{200}$, woraus diese Proportion entsteht.

$$1 : \frac{253}{200} = \sqrt{3,16625} : \sqrt{f},$$

daher wird

$$f = \frac{253 \cdot 253 \cdot 3,16625}{10000} = 5,0667$$

Schuh; oder nach Englischem Maäß wird

$$f = 5 \text{ Schuh } 2\frac{2}{3} \text{ Zoll} = 62\frac{2}{3} \text{ Zoll},$$

was der Autor gefunden.

ZWEYTE ANMERKUNG

Nachdem die Natur des Penduli auf diese Art untersucht worden, so ist man im Stande, damit die Experimente anzustellen, durch die Geschwindigkeit einer jeglichen Kugel zu bestimmen. (F

Es sey also das Gewicht des ganzen Penduli = P , die Länge l , Centrum gravitatis des Penduli in Q und $DQ = g$; das Centrum des Penduli in S und $DS = f$, welche Quantitäten auf die vorher Weise gefunden werden. Lasst uns nun setzen, daß eine Kugel P auf den Punkt F geschossen, und von diesem Stoß da hin in M fortgestossen worden, wovon die Sehne Ll durch das

1) Im Original 1,035.

Berichtigt von F. R. S.

Fig. 6.

$$= \frac{p \sqrt{v}}{p + \frac{fg}{hh} p} = \frac{h h p \sqrt{v}}{f g p + h h p},$$

mit welcher dasselbe in dem darauf folgenden Schwung zu einer Höhe

$$= \frac{h^4 p^3 v}{(fgP + hhp)^3}$$

steigen wird. Da nun die Sehne $LL=k$ durch die Erfahrung bekannt ist, so steigt das Punkt L in der That durch die Höhe

$$L_P = \frac{Ll \cdot Ll}{2DL} = \frac{k k}{2a};$$

folglich steigt das Punkt V durch eine Höhe, welche sich zu jener verhält, wie $DF = h$ zu $DL = a$, und ist also $= \frac{hkk}{2aa}$. Woraus diese Vergleichung entspringt

$$\frac{h^4 p^2 v}{(fgP + hlp)^2} = \frac{hkh}{2aa},$$

und wird also

$$v = \frac{k k (fgP + hhp)^2}{2 a a h^3 p p}$$

und

$$\sqrt{v} = \frac{k(fgP + hhp)}{ahp\sqrt{2h}} = \frac{fgP + hhp}{ahp} \cdot \frac{k}{\sqrt{2h}}$$

Hieraus wird nun die wahre Geschwindigkeit folgender Gestalt gefunden: ein frey herabfallender Körper in einer Secunde durch eine Höhe tausendsten Theilchen eines Rheinländischen Schuhs herab fällt, und dadurch erhaltenen Geschwindigkeit in einer Secunde einen Weg solcher Theilchen durchläuft, die Geschwindigkeiten aber, welche aus verschiedenen Höhen erlangt, den Quadrat-Wurzeln daraus proportional sind: so wird sich verhalten $\sqrt{15625} : \sqrt{v} = 31250$ zu dem Wege, welchen eine Kugel mit ihrer Geschwindigkeit, so aus der Höhe v entspringt, zu durchläuft. Dahero dieser Weg seyn wird

$$= \frac{31250\sqrt{v}}{\sqrt{15625}} = 250\sqrt{v}$$

tausendsten Theilchen eines Rheinl. Schuhs: wenn nemlich v in gleichen Theilchen ausgedruckt wird.

Weil nun $\frac{fgP + hhp}{ahp}$ eine blossе Zahl giebt, und es hierbey nur auf ankommt, was man sich bey den Buchstaben a, f, g, h, P und p eines Maasses bedienen, so hat man nur nöthig k und h , oder die Geschwindigkeit in solchen Theilchen auszudrücken; und alsdann wird die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde so viel tausendste Theilchen eines Schuhs, als diese Zahl

$$\frac{250(fgP + hhp)}{ahp} \cdot \frac{k}{\sqrt{2h}}$$

angezeigt, oder so viel Rheinl. Schuhe, als diese Zahl $\frac{fgP + hhp}{ahp} \cdot \frac{k}{4\sqrt{2h}}$ austragen. Zur Rechnung wird diese Form

$$\left(\frac{fg}{ah} \cdot \frac{P}{p} + \frac{h}{a} \right) \frac{k}{4\sqrt{2h}}$$

bequemer seyn, welche, wann der Bruch $\frac{k}{4\sqrt{2h}}$ in tausendsten Theilchen eines Rheinl. Schuhs ausgedrückt wird, anzeigt, wie viel Rheinl. Schuh die Kugel in einer Secunde durchläuft.

mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde durchzulaufen im Stande ist. In dem von dem Autore angeführten Exempel ist nun

$$P = 56 \frac{3}{16} \text{ u.}, \quad p = \frac{1}{12} \text{ u.}, \quad \text{folglich} \quad \frac{P}{p} = 674 \frac{1}{4},$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 71 \frac{1}{8} \text{ Zoll} \\ f = 62 \frac{2}{3} \text{ Zoll} \\ g = 52 \text{ Zoll} \\ h = 66 \text{ Zoll} \\ k = 17 \frac{1}{4} \text{ Zoll} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Engl.} \\ \\ \\ = 5335 \\ = 1395 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} a \\ f \\ g \\ h \\ k \end{array}} \right\} \text{tausendstel Rheinl. Sch.}$$

Also ist

$$\frac{fg}{ah} = \frac{62 \frac{2}{3} \cdot 52}{71 \frac{1}{8} \cdot 66} = \frac{3258 \frac{2}{3}}{4694 \frac{1}{4}}$$

und

$$\frac{fg}{ah} \cdot \frac{P}{p} = 468,053$$

$$\frac{h}{a} = 0,928$$

$$\frac{fg}{ah} \cdot \frac{P}{p} + \frac{h}{a} = 468,981.$$

Ferner ist $2h = 10670$, und die Rechnung wird folgender Gestalt durch die Logarithmos vollendet werden:

$$\begin{array}{r} l2h = 4,0281644 \\ l\sqrt{2}h = 2,0140822 \\ l4 = 0,6020600 \\ l4\sqrt{2}h = 2,6161422 \\ \text{von } lk = 3,1445742 \\ \hline 0,5284320 \\ \text{Addir } l\left(\frac{fg}{ah} \cdot \frac{P}{p} + \frac{h}{a}\right) = 2,6711552^1) \\ \hline 3,1995872^2) \end{array}$$

Die gehörige Zahl ist also

$$= 1583,388^3)$$

1) Im Original 2,6711544.

2) Im Original 3,1995864.

3) Im Original 1583,386.

Berichtigt von F. R. S.

nud weiset, daß die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit in einer Secunde 158 Rheinl. Schuh durchzulaufen vermögend ist. Da nun 970 Rheinl. Schuh 1000 Engl. Schuh betragen, so macht diese Geschwindigkeit 1632 Engl. Schuh in einer Secunde, welches von der Rechnung des Autoris nur um 9 Schuh differiret¹⁾, dergleichen Unterscheid in diesem Werk nicht zu achten ist. In der That muß auch die wahre Geschwindigkeit der Kugel etwas grösser seyn, als diese Rechnung anzeigt, weil die Resistenz der Luft verursacht, daß das Pendulum nicht so hoch aufgehoben wird, als solches kraft der eingedrückten Geschwindigkeit geschehen müßte. Wie viel aber diese Hindernisse austragen könne, wollen wir hernach untersuchen, wann wir den Grund dieser von dem Autore angegebenen Regel, um die Geschwindigkeit der Kugel zu berechnen, werden angezeigt haben.

DRITTE ANMERKUNG

Der Beweis der Regel, welche der Autor giebt, um die Geschwindigkeit der Kugel aus der Wirkung des Stosses zu berechnen, findet sich an so wenig Orten ausgeführt, daß derselbe den meisten Lesern völlig unbekannt seyn wird. Derowegen wird nicht undienlich seyn, diese sonst ziemlich dunkle Materie, so viel unser gegenwärtiges Vorhaben verstattet, zu erläutern. Dieselbe gehöret nun zu der Lehre von der Veränderung der Bewegung, welche durch den Stoß zweyer an einander stossenden Körper verursacht wird; wovon die Regeln, wann beyde Körper dergestalt gerade auf einander stossen, daß die Linie, welche auf den Ort, wo sich dieselben berühren, perpendicular gezogen wird, durch eines jeden Centrum gravitatis durchgehet, genugsam bekannt, und in den meisten mechanischen Büchern anzutreffen sind: die Körper mögen mit einer elastischen Kraft begabt seyn oder nicht. Wo aber dieser Umstand nicht statt findet, da läßt sich auch durch diese bekannten Regeln die Veränderung, so bey dem Stoß vorgehet, nicht bestimmen.

In dem gegenwärtigen Fall aber kommt noch dieses hinzu, daß der eine Körper, nemlich das Pendulum, worauf der Stoß geschieht, nicht frey, sondern um eine Axe beweglich ist, welcher Umstand bey dieser Unter-

1) Siehe p. 97. F. R. S.

suchung insonderheit in Erwägung gezogen werden muß. Um aber eine jede Veränderung, welche in einem um eine Axe beweglichen Körper vorgeht, zu bestimmen, so hat man auf das Momentum inertiae desselben zu sehen, welches erhalten wird, wann man ein jegliches Theilchen des Körpers durch das Quadrat seiner Distantz von der Axe multiplicirt, und alle diese Producte zusammen addirt: da nun wenn der Körper frey beweglich ist, seine Inertiam oder das Gewicht selbst zu nehmen pflegt. Ferner muß auch bey dieser Bewegung um eine Axe nicht die darauf wirkende Kraft selbst, sondern derselben Momentum in Betrachtung gezogen werden, welches entsteht, wenn man die Kraft durch die Perpendicular-Distantz ihrer Direction von der Axe multiplicirt. Dieses Momentum der Kraft durch das obige Momentum inertiae dividirt, giebt die absolute Vim acceleratricem der Bewegung um die Axe: und wenn dieser Bruch durch die Distantz eines beliebigen Punkts von der Axe multiplicirt wird, so kommt die Vis acceleratrix dieses Punkts heraus. Dahingegen bey einem frey beweglichen Körper die Kraft durch die Inertiam oder das Gewicht desselben dividirt, die Vim acceleratricem zugeben pflegt. Weil nun die Distantz des Centri oscillationis S von der Axe nemlich $DS = l$ heraus kommt, wenn man alle Theilchen des Penduli durch die Quadrate ihrer Distantzen von der Axe multiplicirt, und die Summe aller dieser Producten, das ist das Momentum inertiae, durch das Product des Gewichts des ganzen Penduli P in die Distanz des Centri gravitatis von der Axe $DQ = g$, nemlich durch Pg dividirt, so ist das Momentum inertiae $= P/g$, und wird folglich auf diese Art leicht gefunden. Man pflegt gemeinlich in Bestimmung der Veränderung, welche durch den Stoß zweyer Körper verursacht wird, nicht auf die Zeit zu sehen, in welcher dieselbe hervor gebracht wird, und viele scheinen in den Gedanken zu stehen, als wenn diese Veränderung plötzlich geschähe, und keine Zeit erfordere. Daß aber diese Meynung der Wahrheit entgegen sey, könnte durch viele Gründe dargethan werden, wann uns nicht der gegenwärtige Fall einen augenscheinlichen Beweis davon an die Hand gäbe: denn, da die Kugel ziemlich tief in das Holtz des Penduli hinein dringet, so wird niemand läugnen können, daß dazu nicht einige Zeit erfordert werde. Inzwischen ist doch diese Zeit sehr kurz, und man kann sicher annehmen, daß das Pendulum seine Stello nicht merklich verändere, indem der Stoß seine Wirkung hervor bringet. (Fig. 6, p. 108.)

Es sey also DL die natürliche Stello des Penduli, in welcher sich dasselbe befindet, ehe die Kugel dagegen geschossen wird; in derselben sey Q das Centrum gravitatis, S das Centrum oscillationis, und folglich $DQSL$

eine Vertical-Linie. Man nenne wie vorher das Gewicht des ganzen Penduli $= P$, die Linien $DL = a$, $DQ = g$, $DS = f$. In dieser Lage werde eine Kugel, deren Gewicht $= p$, nach der Horizontal-Direction TV gegen dem Pendulo geschossen, dergestalt, daß der erste Stoß im Punkt V geschehe. Es sey $DV = h$, und b die Höhe, aus welcher ein Körper durch den Fall eine der Kugel gleiche Geschwindigkeit bekommt; daher wir diese Geschwindigkeit durch \sqrt{b} andeuten, weil $\frac{1}{4}\sqrt{b}$ anzeigt, wie viel Rheinländische Schuhe die Kugel in einer Secunde durchlauffen würde, wann die Höhe b in tausendsten Theilchen eines Rheintl. Schueses ausgedruckt wird. Lasset uns nun setzen, daß nach Verfluß einer geringen Zeit $= t$ das Pendulum in die Stelle DI gebracht worden, und daß die Kugel schon in dem hölzernen Brett biß in u hinein gedrungen. Man nenne den kleinen Bogen $Vv = x$, und die Tiefe $vu = y$; ferner sey die Geschwindigkeit, welche des Penduli Punkt v schon erlanget, $= \sqrt{v}$, und die Geschwindigkeit der Kugel in u sey $= \sqrt{u}$. Da nun in der unendlich kleinen Zeit dt , das Punkt des Penduli v durch dx , die Kugel aber durch $dx + dy$ fortrücket, so ist aus den Regeln der Bewegung

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} = \frac{dx + dy}{\sqrt{u}}.$$

In diesem Moment wird die Kugel noch etwas tiefer in das Holtz hinein dringen, und weil das Holtz widersteht, so wird dadurch die Geschwindigkeit des Penduli vermehrt, die Geschwindigkeit der Kugel aber vermindert. Es sey nun V die widerstehende Kraft des Holtzes, so wird $\frac{V}{p}$ die Vis retardatrix der Kugel seyn, daher entspringt

$$du = - \frac{V}{p}(dx + dy).$$

Hernach in so fern diese Kraft V auf das Pendulum würket, so wird das Momentum derselben seyn $= Vh$. Da nun das Momentum inertiae des Penduli ist $= Pfg$, so wird die Vis acceleratrix des Penduli im Punkt v seyn $= \frac{Vh}{Pfg}$, folglich

$$dv = \frac{Vhdx}{Pfg}.$$

Jene Aequation durch diese dividirt gibt

$$\frac{du}{dv} = \frac{-Pfg(dx+dy)}{phh dx},$$

und weil

$$\frac{dx+dy}{dx} = \frac{V_u}{V_v},$$

so wird

$$\frac{du}{dv} = \frac{-Pfg V_u}{phh V_v}$$

oder

$$\frac{phh du}{V_u} + \frac{Pfg dv}{V_v} = 0,$$

welche Aequation integrirt giebt

$$phh V_u + Pfg V_v = phh V_b,$$

weil im Anfange des Stosses ist $v=0$ und $u=b$. Da nun die Wirkung des Stosses völlig aufhöret, wenn die Geschwindigkeit des Penduli im Punkt v der Geschwindigkeit der Kugel gleich worden, so wird, wenn V_s die Geschwindigkeit des Penduli in v nach vollendetem Stoß andeutet, seyn

$$phh V_s + Pfg V_s = phh V_b$$

oder

$$V_s = \frac{phh V_b}{Pfg + phh};$$

welche Expression mit derjenigen, welche der Autor gegeben, vollkommen übereinkommt, und also biß hieher die Richtigkeit seiner Regel beweiset. Weil nun V_s die Geschwindigkeit andeutet, welche dem Pendulo im Punkt V durch den Stoß mitgetheilet wird, so wird

$$\frac{V_s}{h} = \frac{ph V_b}{Pfg + phh}$$

die Geschwindigkeit des Schwungs absolute anzeigen; woraus erhellet, daß der Schwung sehr klein seyn werde, wenn die Distantz DF sehr klein angenommen wird: hinwiederum aber wird der Schwung sehr klein, wenn h allzugroß angenommen wird. Hieraus läßt sich also die Frage auflösen, in welchem

Punkt die Kugel mit ihrer Geschwindigkeit \sqrt{h} auf das Pendulum müsse, damit dasselbe davon den stärksten Schwung bekomme, aber finden, daß dieses geschehe, wenn

$$Pfg = phh, \quad \text{oder} \quad h = DV = \sqrt{\frac{Pfg}{p}}.$$

Dieses Punkt F ist also das sogenannte Centrum percussionis, und erhellet, daß dasselbe weder das Centrum gravitatis, noch das Centrum oscillationis sey; sondern ausser diesen Punkten noch die Verhältnisse dem Gewicht des Penduli, und dem Gewicht der Kugel erforderlich, also das Gewicht der Kugel p in Ansehung des Penduli P sehr klein wird das Centrum percussionis sehr tief hinab fallen. Man hat aber gegenwärtigen Fall nicht nöthig, auf das Centrum percussionis zu sehen, denn es ist vielmehr rathsam, dahin zu trachten, daß der dem Pendel gedruckte Schwung nicht allzugroß werde. Da wir aber jetzt die Distanz des Punkts F gefunden; so ist noch übrig zu suchen, wie hoch durch das Pendulum erhoben werden müsse. Weil nun bekannt ist, daß jedes Pendulum eben die Bewegung bekommt, als wenn das ganze Pendulum in dem Centro oscillationis vereinigt wäre, so müssen wir das Centrum oscillationis sehen, welches aber, da nunmehr die Kugel am Pendulo steckt, etwas verändert wird. Um dieses zu finden, so nehme man das Momentum inertiae, welches wegen der Kugel seyn wird $pgh + ph^2$, welches dividire man durch $Pg + ph$, so kommt die Distanz des Centrum oscillationis von der Axe

$$= \frac{Pfg + phh}{Pg + ph},$$

wobey wir die Grösse der Kugel aus der Acht lassen. Wie sich also h zu $\frac{Pfg + phh}{Pg + ph}$, also verhält sich die Geschwindigkeit des Penduli nemlich $Vs = \frac{ph\sqrt{h}}{Pfg + phh}$ zur Geschwindigkeit des Centrum oscillationis seyn wird

$$= \frac{ph\sqrt{h}}{Pg + ph}.$$

Dieses muß also im folgenden Schwung durch einen Bogen steigend Sinus versust ist

$$= \frac{ppbh}{(Pg + ph)^2}$$

die Sehne

$$= \frac{ph}{Pg+ph} \sqrt{\frac{2b(Pfg+phh)}{Pg+ph}}$$

hero die Sehne des Bogens, welchen das Punkt L beschreiben wird, seyn muß

$$= \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}$$

nun diese Sehne durch das Experiment gefunden und $=k$ gesetzt worden
so wird

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}$$

folglich

$$\sqrt{b} = \frac{k\sqrt{(Pg+ph)(Pfg+phh)}}{pah\sqrt{2}}$$

er bedeutet b , was wir oben v genouuet haben, nemlich die Höhe, aus
eleber die Geschwindigkeit der Kugel durch den Fall erzeugt wird. Weil
so nach des Autoris Regel heraus gebracht worden

$$\sqrt{b} = \frac{k(Pfg+phh)}{pah\sqrt{2h}},$$

sieht nun, daß dieselbe nicht richtig ist. Der Autor hat sich darinn ver-
en, daß er geglaubt, die Bewegung des Penduli geschehe eben, als wenn
s guntze Gewicht, welches er gefunden, im Punkt P vereinigt wäre, da-
ch dieses nur vom Centro oscillationis gilt. Um also die vom Autore ge-
undene Geschwindigkeit der Wahrheit gemäß einzurichten, so muß man die-
be noch durch $\sqrt{\frac{Pgh+phh}{Pfg+phh}}$ multipliciren. Daher wenn h grösser ist als
so findet der Autor die Geschwindigkeit der Kugel zu klein; zu groß aber,
enn h kleiner als f . Der Unterscheid wird aber gemeiniglich so klein seyn,
ß man denselben leicht aus der Acht lassen kann. Dem da p in Ansehung
s P und der Unterscheid zwischen f und h sehr klein ist, so muß die vom
utore gefundene Geschwindigkeit noch mit $1 + \frac{h-f}{2f}$ multipliciret werden,
elches in seinem Exempel

$$1 + \frac{3\frac{1}{8}}{2 \cdot 62\frac{2}{3}} = 1 + \frac{6}{188}$$

beträgt: folglich müssen zu der oben gefundenen Geschwindigkeit
Engl. Schuh in einer Secunde noch 43 Schuh addirt werden, daß
kommt 1675 Engl. Schuh in einer Secunde; welcher Unterschied
noch ziemlich merklich ist.

Weil p in Ansehung des P über die maassen klein ist, so wird b

$$1 \cdot Pg + ph)(Pfg + phh) = Pg \sqrt{f} + \frac{1}{2} ph \sqrt{f} + \frac{1}{2} phh : \sqrt{f} = Pfg +$$

folglich

$$\sqrt{b} = \frac{Pgk \sqrt{f}}{pah \sqrt{2}} + \frac{k(f+h)}{2a \sqrt{2} f} = \frac{k}{a} \left(\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f} \right) \sqrt{\frac{f}{2}}.$$

Man setze also die blosse Zahl

$$\frac{k}{a} \left(\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f} \right) = n,$$

und exprimiere f in tausendsten Theilchen eines Rheinl. Schuhes,
Kugel mit der Geschwindigkeit, womit sie auf das Pendulum
einer Secunde $\frac{n}{1000} \sqrt{\frac{f}{2}}$ Rheinl. Schuhe durchlaufen können. Da
von dem Autore angeführten Exempel ist:

$$l = 17 \frac{1}{4}, \quad a = 71 \frac{1}{8}, \quad P = 56 \frac{3}{16} \text{ lb}, \quad p = \frac{1}{12} \text{ lb}, \quad g = 52, \quad h = 66$$

so ist

$$\frac{k}{a} = 0.24253, \quad \frac{P}{p} = 674.25, \quad \frac{g}{h} = 0.788, \quad \frac{Pg}{ph} = 531.309, \quad \frac{f+h}{2f}$$

$$\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f} = 532.341,$$

folglich

$$n = 129,109 \quad \text{und} \quad \frac{n}{1} = 32,277;$$

ferner ist

$$f = 62 \frac{2}{3} \text{ Zoll} \quad \text{und} \quad \frac{f}{2} = 2532,78^1)$$

dahero

$$\sqrt{\frac{f}{2}} = 50,326 \quad \text{und} \quad \frac{n}{1} \sqrt{\frac{f}{2}} = 1624,37.$$

1. f ist in englischem Maß und $\frac{f}{2}$ in Tausendsteln des rheinländischen Se
im Original 2532,75. F. R. S.

o würde die Kugel in einer Secunde 1624 Rheinl. Schuh, oder fast 1675
gl. Schuh haben zurück legen können.

Hierbey wird auch nicht undienlich seyn zu untersuchen, wie weit die
Kugel in das Brett hinein dringt. Denn da die widerstehende Gewalt des
Holzes V beynahe allenthalben einerley ist, so entsteht aus der Aequation

$$du = -\frac{V}{p}(dx + dy)$$

nach die Integration

$$u = b - \frac{V}{p}(x + y)$$

also

$$x + y = \frac{p(b - u)}{V};$$

andere Aequation aber

$$dv = \frac{Vhh dx}{Pfg}$$

ist:

$$v = \frac{Vhhx}{Pfg},$$

oder

$$x = \frac{Pfgv}{Vhh}.$$

nach geendigtem Stoß aber wird

$$v = u = \frac{p^2 h^2 b}{(Pfg + phh)^2} = s$$

also die Tiefe vu

$$= y = \frac{pb}{V} = \frac{s}{Vh^2}(Pfg + phh) = \frac{pb}{V} = \frac{p^2 h^2 b}{V(Pfg + phh)} = \frac{Ppbfg}{V(Pfg + phh)}. \quad 1)$$

Man ersiehlet, daß je grösser die Distanz DU angenommen wird, je we-
niger die Kugel hinein dringe. Eben diese Tiefe vu wird auch verringert, je
weniger das Momentum inertiae des Penduli Pfg ist. Da nun das Pendulum
eine gehörige Stärke haben muß, so ist diese Verringerung nicht anders in
unserer Gewalt, als daß man das Pendulum so lang, und unten so leicht
mache, als immer möglich ist, und dann die Kugel gegen das unterste Ende

1) Im Original $\dots \frac{pb}{V} = s(Pfg + phh) = \dots$

Berichtigt von F. R. S.

desselben loschiesse. Wenn man dieses beobachtet, so wird man viel ein solches Pendulum zu Stande bringen können, wodurch man nicht nur Pistolen- und Mülketen-Kugeln, wie der Autor gethan, sondern auch Caponen-Kugeln die Geschwindigkeit zu bestimmen im Stande seyn wird.

VIERTE ANMERKUNG

Die Regel, welche der Autor giebt, um die Geschwindigkeit einer Kugel aus der Stärke des Stosses zu finden, hat also nur alsdann ihre Richtigkeit, wenn die Kugel gegen das Centrum oscillationis des Penduli geschossen wird. Geschieht aber der Schuß entweder tiefer oder höher, so wird im erstern nach des Autors Regel die Geschwindigkeit der Kugel zu klein, im letztern aber zu groß herans gebracht. Es scheint aber, daß in den meisten von dem Autore angestellten Experimenten der Schuß unter dem Centro oscillationis geschehen, und daher müssen die von ihm bestimmten Geschwindigkeiten zu klein seyn.

Es kommt aber hier noch ein anderer Umstand zu betrachten vor, welcher von dem Autore übergangen worden, und gleichfalls verursacht, daß die Geschwindigkeit grösser wird, als die bißherige Rechnung ausweist. Dieser Umstand ist die Resistenz der Luft, davon die Wirkung darin besteht, daß das Pendulum von dem Stoß nicht so weit von seiner natürlichen Lage weggetrieben wird, als geschehen würde, wenn kein Widerstand vorhanden wäre. Da nun in der Rechnung angenommen worden, daß das Pendulum nach dem Stoß so hoch steige, als wenn keine Hinderniß wäre, ist klar, daß die wahre Länge der Sehne ll (Fig. 5), aus welcher die Geschwindigkeit der Kugel bestimmt werden muß, größer ist, als das Experiment anzeigt, weswegen folglich auch die Geschwindigkeit der Kugel um eben so viel vermehrt werden muß. Ungeachtet aber dieser Unterscheid sehr gering ist, indem bey dem ersten Schwung die von der Luft verursachte Verminderung der Bewegung gemeinlich nicht sehr merklich ist, so wollen wir doch die Wirkung der Luft einigermassen untersuchen, damit wir völlig versichert seyn können, ob man dieselbe ohne Fehler aus der Acht lassen könne oder nicht? Wir wollen zu diesem Ende die hintere Fläche des Penduli, auf welcher die Resistenz der Luft geschieht, in irgend einer Stelle während den

gen betrachten. Es sey also die Geschwindigkeit, womit das unterste Punkt L sich um die Axe EF (Fig. 7) bewegt, $= Vv$ oder gleich derjenigen Geschwindigkeit, welche ein Körper, so durch die Höhe x herunter fällt, erlangt; und die Entfernung dieses untersten Punktes L von der Axe EF wie wir schon vorher gesetzt, $DL = a$. Man ziehe ferner auf der Fläche dieses Penduli nach Begebenheit eine Horizontal-Linie MPM , und nenne die Entfernung $= x$; so wird die Geschwindigkeit eines jeglichen Punktes in dieser Linie seyn $\frac{x}{a}Vv$; und folglich die Geschwindigkeit, aus welcher diese Geschwindigkeit erzeugt wird, $= \frac{x}{a}Vv$. Der Widerstand der Luft gegen diese Linie MPM ist also eben so groß, als wenn eine Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{x^2}{aa}$, darauf drückte. Wenn wir nun die Breite $MM = b$ setzen, und die Linie mm unendlich klein mit MM parallel ziehen, so wird der Raum $mmM = bdx$, und der Druck, den derselbe von der Luft empfindet,

$$= \frac{bv}{aa} x^2 dx.$$

Da aber hier nicht sowohl der Druck selbst, als dessen Moment in Betrachtung kommt, so wird das Moment

$$= \frac{bv}{aa} x^3 dx,$$

von dem das Integralk ist

$$= \frac{bv}{aa} \left(\frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{4} DO^4 \right).$$

Setze also $DO = c$, und mache $x = a$, so kommt das Momentum der Resistenz, welche die Fläche $GHJK$ empfindet,

$$= \frac{bv}{4aa} (a^4 - c^4).$$

Die Resistenz des schmalen Theils DO kann, in Ansehung der gefundenen, als wegen der kleinen Fläche DO , theils wegen des noch mehr verringerten Moments, aus den Augen gesetzt werden. Das Moment der Resistenz ist gleich $\frac{b(a^4 - c^4)}{4aa} v$; um dieses gehörig auszudrücken, so rechne man das

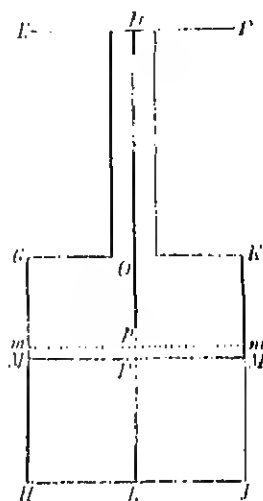


Fig. 7.

Gewicht der Luft, welche den Raum $\frac{b(a^2 - c^2)}{4aa}$, oder das Gewicht des
welches den Raum $\frac{b(a^2 - c^2)}{4aa}$ ausfüllt, aus, und setze dieses Gewicht
wird das Moment der Resistenz der Luft seyn $= Rv$.

Lasst uns nun setzen, das Pendulum sey in seinem Hinaufsteig
Stelle Dl (Fig. 5) gekommen und der Winkel LDl sey $= \varphi$.
geschwindigkeit des Punkts l sey, wie oben gesetzt worden, $= Vv$, die
digkeit aber des Punkts L im Anfange des Schwungs sey $= Vi$.
nun das Pendulum Dl aus dieser Stelle noch weiter von DL entf
steht ihm sowohl seine Schwehre, als die Resistenz der Luft im V
dieser ist das Momentum, wie wir gefunden $= Rv$, wenn nemlich
wicht R auf gemeldte Art bestimmt worden. Die Schwehre aber
duli, welche $= P$, wirkt, als wenn sie ganz im Centro gravitatis
trirt wäre, und da die Distantz $Dq = DQ = g$, so wird das Momen
 $= Pg \sin. \varphi$. Das Momentum der Materie aber des ganzen Pendul
wir oben gesehen, $= Pfg$. Dahero die vermindemde Kraft der Bew
solute ist

$$= \frac{Pg \sin. \varphi + Rv}{Pfg},$$

im Punkt l aber wird diese Kraft

$$= \frac{Pag \sin. \varphi + Rva}{Pfg}.$$

Indem also das Punkt l durch das Elementum des Bogens Ll , w
 $ad\varphi$, fortgeht, so wird seyn

$$dv = - \frac{Pa^2 g d\varphi \sin. \varphi}{Pfg} - \frac{Ra^2 v d\varphi}{f} = - \frac{a^2 d\varphi \sin. \varphi}{f} - \frac{Ra^2 v d\varphi}{Pfg}$$

oder

$$dv + \frac{Ra^2 v d\varphi}{Pfg} = - \frac{a^2 d\varphi \sin. \varphi}{f}.$$

Um diese Aequation integrabel zu machen, so multiplicire man die
 $e^{Raa\varphi/Pfg}$, wo e die Zahl bedeutet, deren Logarithmus hyperbolicus
man nenne um der Kürze willen $\frac{Ra^2}{Pfg} = m$, und multiplicire mit $e^{m\varphi}$,

$$e^{m\varphi}(dv + mvd\varphi) = - \frac{a^2}{f} e^{m\varphi} d\varphi \sin. \varphi,$$

von das Integrals ist

$$e^{mq}v = -\frac{aa^2}{f} \int \dot{e}^{mq} d\varphi \sin. \varphi.$$

und $\int d\varphi \sin. \varphi = \cos. \varphi$, so ist

$$-\int \dot{e}^{mq} d\varphi \sin. \varphi = e^{mq} \cos. \varphi - m \int \dot{e}^{mq} d\varphi \cos. \varphi.$$

und weil $\int d\varphi \cos. \varphi = \sin. \varphi$, so wird seyn

$$\int \dot{e}^{mq} d\varphi \cos. \varphi = e^{mq} \sin. \varphi - m \int \dot{e}^{mq} d\varphi \sin. \varphi,$$

also

$$\int \dot{e}^{mq} d\varphi \sin. \varphi = e^{mq} (\cos. \varphi - m \sin. \varphi) + mm \int \dot{e}^{mq} d\varphi \sin. \varphi.$$

hieraus entspringt

$$-\int \dot{e}^{mq} d\varphi \sin. \varphi = \frac{e^{mq} (\cos. \varphi - m \sin. \varphi)}{1 + mm}.$$

hier erhalten wir diese Acquisition:

$$e^{mq}v = \frac{e^{mq}aa(\cos. \varphi - m \sin. \varphi)}{(1 + mm)f} + \text{Const.}$$

so Constans muß aus dem Anfango der Bewegung, welcher bekannt angenommen worden, bestimmt werden. Denn, wenn man setzt $\varphi = 0$, so wird $v = i$, und also bekommt man

$$i = \frac{aa}{(1 + mm)f} + \text{Const.},$$

gleich

$$\text{Const.} = i - \frac{aa}{(1 + mm)f}.$$

erwegen ist

$$e^{mq}v = i - \frac{aa - e^{mq}aa(\cos. \varphi - m \sin. \varphi)}{(1 + mm)f}.$$

Wenn wir nun setzen, daß Dt die höchste Stelle anzeige, zu welcher das Adhnam im ersten Schwung gelangen kann, und wo dasselbe wiederum herunter zu fallen beginnt, so wird daselbst $v = 0$, und also

$$(1 + mm)fi = aa - e^{mq}aa(\cos. \varphi - m \sin. \varphi).$$

$$\sin. \frac{1}{2} \varphi = \frac{k}{2a}, \quad \cos. \frac{1}{2} \varphi = \sqrt{\left(1 - \frac{kk}{4aa}\right)}$$

und weiter

$$\cos. \varphi = 1 - \frac{kk}{2aa} \quad \text{und} \quad \sin. \varphi = \frac{k}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{kk}{4aa}\right)};$$

folglich

$$(1 + mm)fi = aa - e^{m\varphi} aa \left(1 - \frac{kk}{2aa} - \frac{mk}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{kk}{4aa}\right)}\right)$$

oder

$$(1 + mm)fi = aa - e^{m\varphi} \left(aa - \frac{1}{2}kk - \frac{1}{2}mk\sqrt{(4aa - kk)}\right)$$

Wenn aber die Resistenz völlig verschwände, so würde $m = 0$ die Sehne fi etwas grösser, als k . Lässt uns also setzen, die Sehne $fi = s$, so kommt heraus $fi = \frac{ss}{2}$. Solchergestalt kann man die unbekannten Buchstaben i aus der Rechnung bringen, da dann

$$(1 + mm)ss = 2aa - e^{m\varphi} (2aa - kk - mk\sqrt{(4aa - kk)})$$

aus welcher man die wahre Länge der Sehne s , welche statt fi wenn keine Resistenz da wäre, und welche man in der Rechnung der beobachteten Sehne k gebrauchen muß, finden kann. Denn a , k und $m = \frac{Raa}{Ffj}$ sind bekannt, und φ ist der Winkel, dessen Hälfte zum Sinus wenn der Sinus totus¹⁾ = 1 angenommen wird. Diese Rechnung kann auf zweyerley Art erleichtert werden. Erstlich weil die Resistenz r sehr klein ist, so wird m ein so kleiner Bruch, daß man für $e^{m\varphi}$ $1 + m\varphi$, indem die höheren Dignitäten²⁾ des m ohne Fehler weglassen können. Dahero wird

$$(1 + mm)ss = kk - 2maa\varphi + mkk\varphi + mk\sqrt{(4aa - kk)}$$

oder

$$ss = kk - 2maa\varphi + mkk\varphi + mk\sqrt{(4aa - kk)}.$$

Zweytens ist auch gemeinlich in dergleichen Experimenten der V

1) Sinus totus ist sin. 90°. F. R. S.

2) Das Wort Dignität bedeutet Potenz. F. R. S.

n wenig Graden, und daher der Sinus des halben Winkels q dem Bogen
Abst. beynahe gleich. Daher wird

$$\frac{1}{2} q = \frac{k}{2a} + \frac{k^3}{48a^3} \quad \text{und} \quad q = \frac{k}{a} + \frac{k^3}{24a^3}$$

und also

$$ss = kk - 2mak = \frac{mk^3}{12a} + \frac{mk^5}{a} + mk\sqrt{4aa - kk}.$$

weil aber k in Ansehung des $2a$ so sehr klein, so ist

$$\sqrt{4aa - kk} = 2a - \frac{kk}{4a},$$

und folglich

$$ss = kk + \frac{2mk^3}{3a} \quad \text{oder} \quad s = k + \frac{mkk}{3a},$$

weilen wir die höheren Dignitäten von k sicher weg lassen können. In der
beschriebenen Rechnung müssen wir also an statt der Sehne k diesen jetzt-
gefundenen Werth $k + \frac{mkk}{3a}$ gebrauchen; und da die Geschwindigkeit der Kugel
der Sehne k selbst proportional ist, so erhält man die wahre Geschwindig-
keit der Kugel, wenn man die gefundene Geschwindigkeit noch mit $1 + \frac{mk}{3a}$
multipliciret, und auf diese Art kann man diese Correction, so oft dieselbe
nöthig ist, leicht ausstellen.

Wir wollen die Probe an dem von dem Autore angeführten Exempel
machen. Derselbe beschreibt zwar nicht, wie groß sein Brett, welches er auf
das Pendulum geschraubt, gewesen, es scheint aber, daß dasselbe zum
wenigsten 2 Schuh lang, und eben so breit gewesen. Da nun die gantze
Länge $DL = a = 71\frac{1}{8}$ Zoll, so wird in Schuhen seyn $a = 5,927$, also $c = 3,927$,
und $b = 2$ Schuh. Daher ist

$$a^4 = 1234,07$$

$$c^4 = 237,82$$

$$a^4 - c^4 = 996,25$$

und

$$b(a^4 - c^4) = 1992,50$$

folglich

$$\frac{b(a^4 - c^4)}{3456aa} = 0,01641.$$

Dieser Raum halt also $\frac{1641}{100000}$ Cubische Schuh. Da nun ein Cub. Wasser ungefehr 70 # wiegt, so wird das Gewicht $R = 1,14$ Pund $P = 16,487$ # und gleichfalls in Schuhen $f = 5,222$ und $g =$ wird

$$m = \frac{Rau}{Pfg} = 0,03174,$$

und da $l = 1,437$ Schuh, so bekommt man:

$$\frac{mk}{3a} = 0,002566^1),$$

das ist beynahe

$$\frac{mk}{3a} = \frac{1}{400}$$

Bewegen ist die durch obige Methode gefundene Geschwindigkeit zu klein. Da wir nun gefunden²⁾, daß die Kugel in einer Secunde 1679 Schuh fort gegangen, so trägt diese Correction nicht mehr aus, dergestalt, daß die Kugel in einer Secunde 1679 Schuh können. Der Autor hat nun für diesen Fall nur 1641 Schuh, doch nach seiner eigenen Regel nur 1632 hätten heraus kommen, aber seine Regel selbst unrichtig, so war aus diesem Grunde seine Geschwindigkeit um 43 Schuh zu klein. Welcher Fehler also in Resistenz der Luft um 4 Schuh vermehret wird, dergestalt, daß die Regel in diesem Exempel die Geschwindigkeit der Kugel in um 47 Schuh zu klein angiebt, welcher Unterscheid nach 4 Gründen allzgroß ist, als daß man denselben aus der Acht laßt. Wir haben aber allhier die Resistenz noch gewiß zu klein angenommen, dabey auch nicht auf die Reibung der Axe gesehen, welche auch zu tragen würde: dergestalt, daß man sicher behaupten kann, womit das Experiment angestellt worden, in einer Secunde 21650 Englische Schuhe durchlaufen haben würde.

1 In Original 0,002666. Berichtigt von F. R. S.

2) Siehe p. 112. F. R. S.

NEUNTER SATZ

Die wirklichen Geschwindigkeiten, womit Kugeln von unterschiedener Art aus Schieß-Gewehren getrieben werden, mit der Theorie zu vergleichen.

Wie man die Geschwindigkeit, mit welcher eine Kugel wirklich fortgetrieben wird, durch die Erfahrung bestimmen soll, ist in dem vorigen Satz weitläufig erklärt worden; und wie man die Geschwindigkeit aus der Kraft des Pulvers, und der Beschaffenheit des Gewehres, nach unserer Theorie ausrechnen soll, solches ist in dem sechsten Satz gleichfalls vollständig gewiesen worden. Dahero wollen wir hier diese beyden Geschwindigkeiten, welche die Theorie und die Experienz anzeigt, gegen einander halten, und dadurch darthun, wie genau die Theorie mit den wirklichen Bewegungen der Kugeln übereinstimme, ungeachtet dieselbe auf solche Sätze gegründet worden, welche mit diesen Experimenten keineswegs vorknüpft sind.

Die ersten Experimente, welche ich hier beschreiben werde, sind mit einem Lauf, so mit demjenigen, welcher in dem Exempel des 6ten Satzes gebräuchet worden, einerley Ausmessungen hatte, angestellt worden. Die Kugel hielte $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, die Länge des gantzen Laufs war 45 Zoll, und die Pulver-Kammer $2\frac{5}{8}$ Zoll lang; welche, da der Lauf im Diameter ungefähr um $\frac{1}{30}$ weiler war, als der Diameter der Kugel, accurat 12 Drachmas Pulver einschliessen konnte.

Das Gewicht der Kugel, so gebräuchet worden, war $\frac{1}{12}$ *℥* Avoir du poise, und folglich einerley mit dem Exempel des siebenten Satzes; das Brett am Pendulo aber war in gegenwärtigem Fall um 4 *℥* leichter, als in gemeldtem Exempel. Aus diesen Umständen läßt sich nun erstlich nach der Theorie die Geschwindigkeit der Kugel, und aus dieser ferner die Sehne *ld* des Bogens, welchen das Pendulum nach dem Stoß beschreiben muß, ausrechnen: welche, wenn die Theorie richtig ist, mit der Länge, so das Band im Experiment anzeigt, völlig einerley seyn muß. Wie genau aber diese Uebereinstimmung in unsern Experimenten eintreffe, erhellet aus folgender Tabelle.

No.	Gewicht des Pulvers in Drachm.	Sehne des beschriebenen Bogens auf dem Band gemessen Zoll	Eben dieselbe nach der Theorie Zoll	Fehler der Theorie Zoll
1	12	18,7	19,0	+ ,3
2	12	19,6	19,0	- ,6
3	6	13,6	13,4	- ,2

Die nächstfolgenden Experimente sind mit eben diesem Lauf an den; allein das Bret am Pendulo war jetzt etwas schwehrer, Exempel des 7ten Satzes. Hier ist auch nicht immer der gantze der Kugel mit Pulver angefüllet worden. Dahero in der felger die Länge des Raums hinter der Kugel *AF* (Fig. 1) besonders bom

No.	Raum hinter der Kugel <i>AF</i> (Fig. 1) in Zoll	Gewicht des Pulvers in Drachm.	Sehne des Bogens auf dem Band gemessen Zoll	Eben dieselbe sollte nach der Theorie seyn Zoll	Fe
4	$2\frac{5}{8}$	6	11,9	12,1	-
5	$2\frac{5}{8}$	6	12,2	12,1	-
6	$1\frac{1}{4}$	6	13,2	13,6	-
7	$1\frac{1}{4}$	6	13,9	13,6	-
8	$2\frac{5}{8}$	12	16,7	17,2	+
9	$2\frac{5}{8}$	12	17,5	17,2	-
10	$2\frac{5}{8}$	12	16,9	16,8	-
11	$2\frac{5}{8}$	12	17,0	16,8	-
12	$2\frac{5}{8}$	6	11,7	11,5	-
13	$2\frac{5}{8}$	6	11,1	11,5	+
14	$2\frac{5}{8}$	12	16,7	16,3	-

Die letzten fünf aus der Theorie entsprungenen Zahlen sind vielen Kugeln, welche schon im Bret steckten, corrigiret worden;

wicht, weil inzwischen viele andere Experimente angestellt worden, schon über 2 *℔* angewachsen war. Um dieser Ursache willen, da das Gewicht des Penduli vermehrt worden, so muß die Weite des durch den Stoß verursachten Schwungs nach Proportion vermindert werden.

Die folgenden Experimente sind mit einem andern Lauf, der mit dem vorigen einerley Caliber hatte, aber nur 12,375 Zoll lang war, angestellt worden. Um nun diesen von dem vorigen zu unterscheiden, so wollen wir die Experimente, so mit dem ersten Lauf angestellt worden, mit dem Buchstaben *A*, diejenigen aber, wo wir diesen kürzern gebraucht, mit dem Buchstaben *C* bezeichnen. Das Brett, so auf das Pendulum geschraubt worden, war anfänglich etwas leichter, als dasjenige, welches bey dem Exempel des siebenten Satzes gebraucht und beschrieben worden.

No.		Raum <i>AA'</i> (Fig. 1)	Gewicht des Pulvers	Sehme des Bogens auf dem Band gemessen	Eben dieselbe nach der Theorie	Fehler der Theorie
		Zoll	Drachm.	Zoll	Zoll	Zoll
15	<i>C</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	12,7	12,8	+ ,1
16	<i>C</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	12,6	12,8	+ ,2
17	<i>C</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	12,1	12,8	+ ,4
18	<i>A</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	17,0	17,3	+ ,3
19	<i>A</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	17,2	17,2	0
20	<i>A</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	17,1	17,2	+ ,1
21	<i>A</i>	2 $\frac{6}{8}$	12	17,2	17,2	0
22	<i>A</i>	2 $\frac{6}{8}$	6	12,4	12,2	- ,2

In einigen von den folgenden Versuchen ist ein dritter Lauf gebraucht worden, dessen Caliber mit den beyden vorigen einerley, die Länge aber nur 24,312 Zoll war. Diesen Lauf wollen wir mit dem Buchstaben *B* von den andern unterscheiden. Das Brett, so auf das Pendulum befestigt worden, war anfänglich nur um etwas wenig schworer, als das in dem siebenten Satz. Weil nun dasselbe durch die vielen Versuche merklich am Gewicht zugenommen, so habe ich auch die aus der Theorie entsprungenen Zahlen gehöriger massen vermindert.

N		Raum hinter der Kugel AF (Fig. 1)	Gewicht des Pulvers	Schne des Bogens auf dem Band gemessen	Eben dieselbe nach der Theorie
		Zoll	Drachm.	Zoll	Zoll
23	A	$2\frac{2}{3}$	12	17,1	17,2
24	A	$2\frac{2}{3}$	9	15,2	15,0
25	A	$2\frac{2}{3}$	9	15,1	15,0
26	C	$2\frac{2}{3}$	12	11,5	12,8
27	C	$2\frac{2}{3}$	12	11,5	12,8
28	C	$2\frac{2}{3}$	6	8,7	9
29	C	$2\frac{2}{3}$	12	12,3	12,6
30	B	$2\frac{2}{3}$	12	14,1	14,4
31	B	$2\frac{2}{3}$	12	14,1	14,4
32	B	$2\frac{2}{3}$	6	10,3	10,5
33	A	$1\frac{1}{4}$	8	14,7	14,5
34	A	4	12	15,7	16,3

Der Fehler in dem 26 und 27sten Experiment, als welcher ist, als bey irgend einem andern Experiment, so ich angestellt, ich unthunnaße, von einem Versehen in der Abwägung des Pulvers, weil der Lauf, (welcher in der That vorher an einem feuchten etwas dampfig angelaufen war; welcher Umstand, wie ich durch erfahren befunden, der Gewalt des Pulvers sehr merklich Abbruch thut.

Die folgenden Experimente sind mit einem weit schwächeren gemacht worden. Das Gewicht desselben war 97 $\frac{1}{2}$, sein Centrum war 55,625 Zoll von der Axe entfernt, und 200 kleine Schwielen selbst geschahen in einer Zeit von $255\frac{1}{4}$ Secunden: daher die oscillationis von der Axe 63,9 Zoll entfernt gewesen seyn muß. Dies ist auch bißweilen ein anderer Lauf, so nur 7,06 Zoll lang Caliber 0,83 hielt, gebraucht worden, in welchen die Kugel so gieng, daß kein Spielraum übrig blieb; das Gewicht der Kugel 12 Drachm. Dieser Lauf soll mit dem Buchstaben D angedeutet werden.

1) In EULERS Übersetzung $255\frac{1}{4}$, dagegen im englischen Original $255\frac{1}{2}$.

No.		Raum hinter der Kugel AP (Fig. 1)	Gewicht des Pulvers	Sehne des Bogens auf dem Band gemessen	Eben dieselbe nach der Theorie	Fehler der Theorie
		Zoll	Drachm.	Zoll	Zoll	Zoll
35	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,2	9,2	0
36	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,5	9,2	—,3
37	A	$5\frac{1}{4}$	24	11,7	11,3	—,4
38	A	$7\frac{7}{8}$	36	13,2	12,6	—,6
39	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,3	9,1	—,2
40	A	$1\frac{3}{4}$	8	7,6	8,1	+,5
41	C	$2\frac{5}{8}$	12	6,1	6,5	+,5
42	C	$2\frac{5}{8}$	12	6,5	6,6	+,1
43	B	$2\frac{5}{8}$	12	8,0	8,2	+,2
44	B	$2\frac{5}{8}$	12	8,3	8,2	—,1
45	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,5	9,1	—,4
46	A	$2\frac{5}{8}$	12	9,1	9,1	0
47	A	$2\frac{5}{8}$	6	7,2	6,5	—,7
48	A	$2\frac{5}{8}$	6	6,7	6,5	—,2
49	C	$2\frac{5}{8}$	12	6,8	6,7	—,1
50	C	$2\frac{5}{8}$	12	7,6	6,7	—,8
51	C	$2\frac{5}{8}$	6	4,7	4,8	+,1
52	C	$2\frac{5}{8}$	6	5,0	4,8	—,2
53	D	$2\frac{1}{4}$	12	7,0	7,2	+,2
54	D	$2\frac{5}{8}$	12	7,1	6,8	—,3
55	D	$2\frac{5}{8}$	6	4,7	4,8	+,1
56	D	$2\frac{5}{8}$	6	4,8	4,8	0
57	A	$2\frac{1}{10}$	6	8,1	6,5	+,1
58	A	$2\frac{1}{10}$	6	6,1	6,5	+,1
59	A	$2\frac{1}{10}$	6	6,6	6,5	—,1
60	A	$2\frac{1}{10}$	6	6,7	6,5	—,2
61	A	$2\frac{1}{10}$	12	9,0	9,1	+,1

Der Fehler in dem 50sten Experiment, so in dem 49sten ist, wurde ohne Zweifel von dem Wind verursacht: denn das unmittelbar vorher auf eben die Art und mit einer gleichen angestellt worden, weicht nur sehr wenig von der Theorie ab. Ich schloß bey dem 38ten Experiment über die Theorie kaum zum Stoß der Flammen gegen das Pendulum her, welcher Umstand starken Ladung deutlich bemerkt werden konnte.

Diese Theorie wird auch ferner durch solche Experimente Pulver zur Ladung genommen worden, bekräftiget. Wir haben genommen, daß das Pulver, wenn es sich entzündet, mit einem Hitze zeglühet Eisen einerley Grad der Hitze bekomme. Nach bemerkt, daß bey einer kleinen Quantität Pulver die seyn mußte: folglich wird in diesen Fällen die Kraft, des Pulver die vorige Regel anzeigt.

Die- en Abgang der Gewalt bei kleinen Ladungen wurde wirklich in vielen Experimenten wahrgenommen. Laßt Ende hier das Exempel des 7ten Satzes erwegen, wo man die Geschwindigkeit der Kugel beyläufig 1670 Schuh in einer Sekunde sollte, und eben diese Geschwindigkeit wird auch durch die gefunden, wenn man zwischen den gefundenen Zahlen ein Mittel nimmt. Wenn man nun eben diesen Lauf, mit eben dem Pulver, die Kugel darin beybehält, anstatt aber 12 Drachm. Pulver, so an demselben Orte genommen worden, nur eine Drachm. Ladung, so nach den daselbst angenommenen Grund-Sätzen, daß, wenn die Ladung kleiner, die Geschwindigkeit nach Proportion eben so groß wäre, als in der größeren Ladung, so die Geschwindigkeit der Kugel, welche mit der kleinen Ladung geschossen wird, sich zu der Geschwindigkeit, welche durch die große Ladung hervor gebracht wird, verhalten müßte, wie die Quadrat-Quantität des Pulvers in den beyden Ladungen, das ist, wie 12 zu 1, so müßte die Geschwindigkeit, welche nur durch 1 Drachm. Pulver hervor gebracht wird, ungefähr 482 Schuh in 1" betragen. Ich habe aber durch 6 Versuche, welche alle sehr wenig von einander unterschieden, daß die wirkliche Geschwindigkeit, welche die Kugel mit der Ladung von 1 Dr. bekommt, sich kaum auf 400 Schuh in 1" beläuft. Woraus klar ist, daß die Ausdehnungs-Kraft von einer Dr. Ladung, die selbe Feuer fängt, kleiner ist, als in unserer Theorie ange-

Gleichergestalt, wenn in eben diesem Exempel 3 Dr. Pulver geladen werden, so habe ich durch viele Experimente die wirkliche Geschwindigkeit der Kugel nicht grösser, als 720 bis 740 Schuh in 1" befunden; da dieselbe doch nach der Theorie, wenn aus 3 Dr. Pulver eine eben so starke Elasticität erzeugt würde, als aus 12 Dr., in einer Secunde 835 Schuh seyn müßte. Hieraus folgt also, daß bey der Entzündung von 3 Dr. Pulver die Elasticität, und folglich auch die Hitze geringer seyn müße, als wenn 12 Dr. angezündet werden, wie die Theorie erfordert.

Diese geringeren Grade der Elasticität des Pulvers, wenn wenig zugleich entzündet wird, verhalten sich zu demjenigen Grad, welchen wir für grössere Quantitäten oben fest gesetzt, wie die Quadrata der Geschwindigkeiten, welche der Kugel in eben demselben Lauf eingedrückt werden. Hieraus folgt, daß die Elasticität bey der Entzündung einer Drachm. sich zur Elasticität bey der Entzündung 12 Drachm. unter einerley Umständen verhalte, wie 2 zu 3, und daß die Elasticität bey der Entzündung 3 Drach. sich zur Elasticität bey der Entzündung 12 Drach. verhalte, beynahe wie 3 zu 4; wenn man nemlich annimmt, daß diese geringern Elasticitäten auch gleichförmig in allen Theilen der Ausdehnung abnehmen. Allein, dieser Umstand findet hier nach aller Wahrscheinlichkeit nicht statt. Denn da das Abnehmen der Elasticität von der Verminderung der Hitze herkommt, so scheint der Wahrheit vielmehr genäß zu seyn, daß in der Entzündung geringerer Quantitäten, die Hitze nicht nur anfänglich kleiner ist, sondern auch gleichfalls hernach immer mehr abnimmt, indem die Kugel durch den Lauf fort getrieben wird, und daß folglich dieser von der Hitze verursachte Zuwachs der Elasticität um so vielmehr abnehme, je länger die Wirkung des Pulvers auf die Kugel dauert; welcher Umstand nicht Platz findet, wenn die Quantität Pulver nach dem Lauf, durch welchen dasselbe seine Gewalt ausübt, wohl proportionirt wird.

ZUSATZ

Solcher Gestalt haben wir also unsere Theorie durch die deutlichsten Proben bestätigt, welche in der Uebereinstimmung mit einer zahlreichen Menge von Experimenten, so unter allen verschiedenen Umständen, welche die Natur der Sache darreicht, angestellt worden, bestehen. Hierbey ist nun noch nöthig zu erinnern, daß diese Experimente meistens gemacht und aufgezeichnet worden sind, ehe wir einige von den Rechnungen, wodurch dieselben mit der Theorie verglichen worden, angestellt haben: ob ich gleich

schon vorher von der Wahrheit dieser Theorie, so wie dieselbe
tragen, überzugen gewesen, ehe ich diese Versuche unternom-

Die Verschiedenheit dieser Experimente, und die so ge-
stimmung derselben mit der Theorie, lassen uns also an der
selben im geringsten nicht mehr zweifeln. Denn wir haben
des entzündeten Pulvers so wohl auf Kugeln von verschiedene
in Längen von verschiedener Länge, nemlich von 7 Zoll biß
suchet. Wir haben auch die Ladung des Pulvers am Gewicht
biß auf 36 Drachm. verändert, und haben auch dieselben auf
angebracht, dergestalt, daß dieselbe bißweilen den ganzen Ra-
Kugel angefüllt, bißweilen aber nur einen Theil dieses Raums
Und wir haben bey allen diesen verschiedenen Umständen be-
sere Theorie immer die wahre Geschwindigkeit, mit welcher
ans getrieben worden, angezeigt hat. Wenn auch, wie be-
Ladungen geschieht, einige Ausnahme von der allgemeinen Re-
fest gesetzet, gemacht werden muß, so war dieselbe immer so
solches die Theorie erforderte. Diese Theorie, welche so ge-
führung in so verschiedenen Versuchen übereinstimmt, muß a-
auf die wahre und eigentliche Bestimmung der Gewalt und
Pulvers gegründet seyn, weil sonst keine solche genaue Ue-
Platz haben könnte.

In dieser Theorie, wie dieselbe hier fest gesetzet worden
hauptet, daß ungefähr $\frac{3}{10}$ von der Materie des Pulvers durch
Entzündung in eine fortdauernde subtile und flüssige Materie vo-
deren Elasticität in Ansehung ihrer Hitze und Dichte mit der
Luft unter gleichen Umständen einerley sey. Es wird ferner
daß die ganze Gewalt, welche das Pulver in seinen heftigst-
ausübet, in nichts anders, als in der Ausdehnungs-Kraft die-
zeugten Materie besteho: und diese Grundsätze setzen uns, w-
haben, in Stand, die Geschwindigkeit der Kugeln, welche au-
Feuer-Röhren geschossen werden, zu bestimmen, und sind in
heiten, wo es auf die Bestimmung der Gewalt des Pulvers a-
hinreichend. Ob aber diese subtile flüssige Materie, welche a-
dung des Pulvers entsteht, eine wahre und wirkliche Luft, o-
bares Wesen sey, wollen wir hier nicht ausmachen, weil diese
serem gegenwärtigen Vorhaben auf keinerley Art in einiger Ver-

aus dieser Theorie können nun viel Schlüsse von der größten Wichtigkeit dem Practischen Theil der Artillerie hergeleitet werden. Hieraus läßt sich nämlich die Dicke eines Stückes, damit dasselbe um die Gewalt des Pulvers auszuhalten die gehörige Stärke besitze, leicht bestimmen, indem die Quantität des Pulvers leicht bekannt ist. Ferner erhellet hieraus auch, wie wenig die Anschläge einiger neuern Scribenten gegründet seyn, welche verneynen, daß besondere Formen der Pulver-Kammer in Stücken und Mörsern einen Vortheil zu ziehen; denn alle ihre Anschläge beruhen in diesem auf gantz unrichtigen Begriffen, welche sie von der Wirkung des entzündten Pulvers hegeoten. Wir lernen auch aus dieser Theorie, daß es nöthig ist, unter der Kugel einen gleich grossen Raum in der Canone zu lassen, damit durch einerley Ladung die Kugel mit einerley Geschwindigkeit herausgeschossen werden solle; indem aus unseren Gründen erhellet, daß eben die Quantität Pulver einen grössern oder kleinern Grad der Kraft bezeuget, nachdem der Raum, worin dasselbe eingeschlossen wird, kleiner oder größer ist. Der Hand-Griff, dessen ich mich, um hierinne zu einer Gewißheit gelangen, bedienet, war, daß ich an den Setzkolben einige Zeichen anbrachte; und dieses ist ein Vortheil, welcher nicht aus der Acht zu lassen, wenn die Canone unter einer Elevation abgefeuert wird, welches insonderheit denjenigen Schüssen zu merken ist, welche von den Franzosen Batterieschüsse genant werden.

aus der fortdaurenden Wirkung des Pulvers, und der Art der Auswirkung, wie dieselbe in der Theorie beschrieben ist, nebst der Länge des Kanons, kann einer von den fürnehmsten Umständen, welche zu einer guten Direction der Artillerie erfordert werden, in sein völliges Licht gesetzt werden. Die Practici kommen darinn überein, daß man keinen gewissen Schuß thun kann, wenn das Stück nicht auf einem festen Grund und Boden steht. Denn wenn sich der Boden durch die erste Gewalt des Pulvers erschüttern läßt, so wird das Stück nothwendig in seiner Richtung vorrücket, und folglich der Schuß ungewiß werden. Diesem Uebel vorzuborgen, so pflegt man gemeinlich einen festen Grund, worauf die Canone ruhet, rückwärts auf eine ziemliche Tiefe zu machen, so, daß das Stück nicht nur im ersten Anfang der Bewegung, sondern auch in währendem Zurückstossen, meistens immer unversetzt bleibe. Es ist aber genugsam klar, daß wenn die Kugel einmal aus dem Stück heraus gefahren, ihre Bewegung nicht weiter durch die Erschütterung desselben oder des Grundes vorrücket werden könne. Durch eine leichte

Rechnung aber findet man, daß die Kugel aus einem Stück, we-
lang, und mit einer Ladung von 16 μ Pulver eine 24 Pfündige K-
völlig herans getrieben wird, ehe das Stück um einen halben Zo-
Dahero, wenn der Grund nur bey dem Anfang des Zurückstosse
eine genügsame Festigkeit hat, so ist es gleich viel, ob der üb-
Grunds die gehörige Festigkeit habe oder nicht: indem die Ers-
dasselbige, nachdem es durch den ersten $\frac{1}{2}$ Zoll zurück gegangen
möchte, keinen weitem Einfluß auf die Bewegung der Kugel.
Hieraus wird man also leicht eine weit bequemere und vorthe-
den Grund der Batterien zu befestigen, ausfindig machen, und
flüßige Arbeit vermeiden können.

Aus dieser Theorie erhellet auch, wie gröblich diejenige
fehlet haben, welche die Gewalt des Pulvers, oder doch zum we-
merklichen Theil derselben, bloß allein der Wirkung der Luft,
in den Pulver-Körnern, theils in den Zwischen-Räumen beftund-
zuschreiben wollen. Dieselben vermeyneten, ob sie sich gleich
deutlich hierüber erkläret hatten, daß sich diese Luft in ihrem
Zustande der Elasticität befinde, und den Zuwachs der Kraft bey
der Hitze bey der Entzündung erhalte. Allein, aus demjeni-
oben in dem fünften Satz über die Vermehrung der Elasticität
welche durch die Hitze verursacht wird, durch die Erfahr-
haben, können wir sicher schliessen, daß die Hitze der Entzün-
sticität der Luft nicht über fünfmal vermehren könne: folglich
diesem Grund entstehende Kraft nicht mehr, als den zwölften Theil
lichen Kraft, so das Pulver ausübet, betragen.

Nachdem wir also den Beweis unserer Theorie überhaupt
bracht haben, so wollen wir zur Untersuchung einiger andern
Umstände hierüber fortschreiten, welche, ob sie gleich aus den
führten Grund-Sätzen gantz natürlich folgen, und leicht erkläret
dennoch wegen ihrer Neuigkeit, und sonderbaren Beschaffen-
ständlichere Erläuterung verdienen.

ERSTE ANMERKUNG

In diesem Satz hält der Autor die nach seiner Theorie berechnete Geschwindigkeit der Kugel, und diejenige, welche die im vorigen Satz beschriebene Maschine zu erkennen giebt, gegen einander, und findet durchgehends eine so genaue Uebereinstimmung, dergleichen man von einer falschen Theorie kaum erwarten könnte. Um nun hierüber eine fleißigere Untersuchung anzustellen, so wollen wir erstlich die zu diesem Ende gemachten Versuche, und die daraus hergeleiteten Schlüsse nach demjenigen, was wir bey dem vorigen Satz angemerkt haben, in Erwägung ziehen. Wir haben aber dasselbst gewiesen, daß die von dem Autore gebrauchte Regel, um aus der vermittelst des Bandes gemessenen Länge der Sehne LL (Fig. 5) die Geschwindigkeit der Kugel zu bestimmen, unrichtig, und nur in diesem Fall der Wahrheit gemäß sey, wenn die Kugel gegen das Centrum oscillationis des Penduli selbst geschossen wird. Denn wenn man das Gewicht des Penduli durch P , das Gewicht der Kugel durch p , ausdrückt, und setzet die Länge des gantzen Penduli von der Axe biß zum Band, $DL = a$, die Entfernung des Centri gravitatis von der Axe $DQ = g$, die Entfernung des Centri oscillationis von der Axe $DS = f$, die Entfernung des Punkts L , wo die Kugel anstößt, von der Axe $DF = h$, und endlich die Länge der Sehne, welche nach dem Stoß das Band anzeigt, $LL = k$, so wird nach des Autors Regel die Geschwindigkeit der Kugel durch diese Formel

$$\frac{k}{a} \left(\frac{Pg}{ph} + \frac{h}{f} \right) \sqrt{\frac{f}{2h}}$$

ausgedruckt; in der That aber sollte an statt derselben diese gesetzt werden

$$\frac{k}{a} \left(\frac{Pg}{ph} + \frac{f+h}{2f} \right) \sqrt{\frac{f}{2}},$$

als welche wir oben für den Fall, da p gegen P sehr klein ist, heraus gebracht haben. In beyden ist zwar nicht auf den Widerstand der Luft gesehen worden; wir können aber denselben, indem er nur etliche wenige Seinh austrägt, sicher aus den Augen setzen. Allein, die Unrichtigkeit der vom Autore gebrauchten Regel kann öfters einen merklichen Unterschied in der Grösse der Geschwindigkeit der Kugel verursachen; wie bey dem vorher berechneten Exempel geschehn, da die vom Autore gefundene Geschwindigkeit

aus diesem Grunde um 43 Schuh zu klein heraus gekommen, we-
den 40sten Theil der ganzen Geschwindigkeit austrägt. Dies
kommt daher, daß in diesem Versuche die Kugel unter dem
tionis S gegen das Pendulum geschossen worden, und je grösser
zwischen dem Centro oscillationis und dem Punct V , wo die
ist, um so viel mehr wird auch die nach des Autoris Regel ang
nung von der Wahrheit abweichen. Weilen in beyden Formul
täten $\frac{h}{f}$ und $\frac{f+h}{2f}$ in Ansehung der erstern Quantität $\frac{Pg}{ph}$ sehr k
wird sich fast immer die nach des Autoris Regel gefundene Ge
zu der wahren verhalten, wie \sqrt{f} zu \sqrt{h} . Je mehr also h von f
ist, je grösser wird auch der Fehler seyn. Da nun der Autor,
nen Experimenten erhellet, ziemlich viel Kugeln gegen ein Bre
und doch nimmer zwey an einerley Stelle haben anstossen kö
klar, daß der Unterscheid zwischen f und h bald grösser bald kle

In dem gegenwärtigen Fall war $f = 62\frac{2}{3}$ Zoll, und die gant
Penduli $71\frac{1}{8}$ Zoll. Wenn also bey einem Experiment, wie leicht zu
die Distanz $DP = h$ gewesen wäre 69 Zoll, so würde sich die
gefundene Geschwindigkeit zur wahren verhalten haben, wie \sqrt{f}
das ist bey nahe 20 zu 21, und würde also der Fehler den zwanz
austragen, um welchen die gefundene Geschwindigkeit zu klein
Wenn das Centrum gravitatis ungefehr mitten ins Brett gefallen
dasselbe von der Axe 52 Zoll weit entfernt gewesen, so wäre zu
daß auch bißweilen Kugeln gegen dasselbe und auch noch höher
nur 45 Zoll weit von der Axe geschossen worden. In diesen Fa
die vom Autore gefundene Geschwindigkeit der Kugel zu groß
wenn die Distanz DP nur $= 45$ Zoll wäre, so müßte sich die ge
schwindigkeit zur wahren verhalten, wie $\sqrt{62\frac{2}{3}}$ zu $\sqrt{45}$, das ist, w
Dahero würde dieselbe mehr als um den sechsten Theil zu groß s
nun in allen diesen Experimenten der Autor nicht bemerkt, wie
Punctum V , wo die Kugel aufgestossen, von der Axe des Pendul
gewesen, so ist auch nicht möglich zu sagen, wie groß bey einem
Fehler sey. Wenn die gefundene Geschwindigkeit ungefehr 1700
einer Secunde austrägt, so könnte es seyn, daß diese Zahl in oini
um 85 Schuh zu klein, in andern aber um 262¹⁾ Schuh zu groß w

1) Im Original 283.

da der Autor nicht die wirkliche Geschwindigkeit selbst, sondern nur die Länge der Sehne $LI = k$, als welcher die Geschwindigkeit proportional ist, aufgezeichnet; wenn dieselbe 16 Zoll groß ist, so konnte der Fehler in diesem Maß 0,8 Zoll, wenn die Kugel zu unterst an das Bret geschossen wird, und gar 2,5¹⁾ Zoll, wenn dieselbe zuoberst geschossen worden, austragen. In dieser Ungewißheit wäre also aus der Uebereinstimmung der Experimenten mit der Theorie nicht viel zum Vortheil dieser letztern zu schliessen.

Es erhellet auch nicht aus der Beschreibung dieser Experimente, daß der Autor sehr sorgfältig in Ausmessung der Distanz $DF = h$ gewesen; denn er bringt für gleiche Fälle, da mit gleicher Ladung aus eben demselben Lauf mehrmalen geschossen worden, immer einerley Länge für die Sehne $LI = k$ heraus; da doch kaum zu glauben ist, daß die Kugel bey allen diesen verschiedenen Schüssen in einerley Höhe auf das Bret angeslossen. Denn wenn er auch ja beständig auf eben denselben Punct hätte schiessen können, so hätte er doch solches nicht thun dürfen, damit nicht eine Kugel auf die andere stiesse; folglich mußte er mit Fleiß immer auf verschiedene Punkte des Brets schiessen, und da die Kugel $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hatte, so mußte immer eine von der andern zum wenigsten 1 Zoll entfernt seyn. Er sagt auch nicht, und es ist auch nicht zu vermuthen, daß alle Kugeln in eine Horizontal-Linie des Brets gegangen, und also alle von der Axe gleich weit entfernt gewesen; wenn aber eine nur um einen Zoll höher oder niedriger das Bret getroffen, so mußte die Sehne LI schon um 0,1 Zoll grösser oder kleiner angesetzt werden, wenn nemlich die Länge der ganzen Sehne über 10 Zoll ist; ein Unterschied von zwey Zollen würde in der Sehne 0,2 Zoll, von 3 Zollen 0,3 Zoll und so fort austragen. Dieser Fehler würde nun von der Unrichtigkeit der Regel des Autoris entspringen, in so fern dieselbe von der Wahrheit abweicht. Wenn aber auch gleich dieselbe richtig wäre, so mußte man doch in Ausmessung der Distanz $DF = h$ um so viel mehr Fleiß anwenden. Denn da nach dem Autore die Geschwindigkeit der Kugel bey nahe ist wie $\frac{k}{a} \cdot \frac{Vfg}{ph\sqrt{2h}}$, das ist unter einerley Umständen, wie $\frac{1}{h\sqrt{h}}$, so sieht man wohl, daß ein geringer Unterschied in dieser Distanz h nicht aus der Acht gelassen werden könne. Laßt uns setzen, daß wenn $h = 66$ Zoll gewesen, die Sehne $k = 16$ Zoll betragen; so folgt, daß wenn unter oben diesen Umständen die Distanz h nur um 1 Zoll grösser oder kleiner wäre, die Sehne k schon

1) Im Original 2,6.

Berichtigt von F. R. S.

um $\frac{1}{2}$ Zoll grösser oder kleiner würde. Da wir nun dergleichen Unterschied in der berechneten Länge der Sehne für gleich starke Schüsse antreffen, so müssen entweder dieselben alle auf eine Horizontal-Linie liegen, oder der Autor hat auf die verschiedenen Entfernungen des Punktes C von der Axe in seiner Rechnung nicht gesehen; weil nun nicht wahrscheinlich ist, so müßte man das letztere zugeben. Wir wollen die Ehre dieser Experimenten zu retten, lieber glauben, daß wenn alle Schüsse auf eine Horizontal-Linie am Bret gegangen, der Unterschied doch nicht mehr als einen Zoll ausgetragen; in welchem Fall gleichviel Fehler von $\frac{1}{2}$ Zoll von dem Autore nach seiner grossen Accuratheit hätte übergehen werden sollen; als welcher Umstand viel mehr anstreift Vermehrung des Gewichts des Penduli durch die schon darin gegebenen Kugeln, worauf doch der Autor so sorgfältig Acht giebt, und nach der berechneten Länge der Sehne vermindert.

Es findet sich aber in der Beschreibung der Maschine ein Umstand, aus hierüber eine hinlängliche Erläuterung geben kann. Denn, wo seine Regel vorträgt, nach welcher er die Geschwindigkeit der Kugel da nennt er das Punct, gegen welches die Kugel geschossen wird, das Punct des Brets, und richtet auf dasselbe seine Rechnung dergestalt, daß gehend aus demselben alle Fälle durch die Regel Detri berechnet. Welche befunden, daß, wenn die Länge der Sehne nach dem Band 17 $\frac{1}{4}$ Zoll ist, die Geschwindigkeit der Kugel 1641 Schuh in einer Secunde, so giebt er für einen jeglichen andern Fall, da eine gleich schwere Kugel oben dieses Brett geschossen wird, diese Regel: Wie sich verhalten 17 $\frac{1}{4}$ der im vorgelegten Fall gefundenen Länge der Sehne, also verhalten 1641 Schuh zu dem Wege, welchen die Kugel in einer Secunde durch zu thun vermögend ist. Dieser Regel scheint sich nun der Autor besständig bedient zu haben, nachdem er einmal für einen Fall die Geschwindigkeit nach seinen Sätzen ausgerechnet hatte. Wenn sich die Sache so verhält, so müssen die meisten Rechnungen ein doppelter Fehler stecken. Denn erstlich ist die angenommene Zahl 1641, wie wir gewiesen haben, zu klein, und sollte für 1675 gesetzt werden. Hiernach aber kann die Bedingung, daß alle Schüsse das Mittel-Punct des Brets, oder 66 Zoll weit von der Axe geschossen, nicht stattfinden. Denn in der letzten angeführten Liste von Experimenten sind 27 Schüsse, so in ein Brett gegangen. Weil nun von denselben je zwei zum wenigsten um einen Zoll von einander entfernt seyn müssen,

es Bretts nicht viel über einen Schuh betragen, so können nicht alle auf horizontal-Linie in das Brett gegangen seyn; folglich müssen einige davon nicht zum wenigsten um einen Zoll höher oder tiefer getroffen haben, und allen Umständen ist zu vermuthen, daß dieser Unterschied öfters 2, 3 und 4 Zoll ausgetragen, welcher also in der berechneten Länge der Sehne zu einem Unterschied von einem ganzen Zoll hätte verursachen müssen. Der Umstand von dem Mittel-Punct des Bretts, welches von der Axe entfernt gewesen, weist aus auch die Grösse des Bretts, welche dem Autor nicht ausdrücklich angezeigt worden. Dann da der unterste des Penduli $71\frac{1}{8}$ Zoll von der Axe entfernt gewesen, so war die Distanz zur Mitte des Bretts 6 Zoll zum untersten Ende ungefähr 5 Zoll, und folglich ganze Länge desselben 10 Zoll. Wenn nun die Breite, wie es scheint, ungefähr gleich gewesen, so war die Oberfläche desselben nur 1 Quadrat- und nicht 4, wie wir oben bey Anrechnung des Widerstands der Luft annehmen haben. Derowegen ist die daselbst berechnete Resistenz vier- zu groß, und da dieselbe in der Geschwindigkeit der Kugel 4 Schuh gegeben, so würde die wahre Resistenz mehr nicht als 1 Schuh gegeben, dahero man um so vielmehr bey diesen Experimenten den Widerstand ganz weglassen kann. Da auch nun dieser Ursache willen kein Schuß als um 5 Zoll höher oder tiefer, als das Mittel-Punct in das Brett gehen, so kann auch der Fehler, so sich in des Autoris Regel befindet, sich über den zwanzigsten Theil der ganzen Geschwindigkeit belaufen.

Der Autor hat auch in dem Verfolg seiner Experimenten auf die Kugeln, schon allherit in dem Brett stecken, gesehen, welcher Umstand, obgleich nicht aus der Acht zu lassen, dennoch so viel nicht ausläßt, als angemeldet. Dadurch wird erstlich das Gewicht des Penduli P grösser, denn da die Kugeln ziemlich weit unter dem Centro gravitatis in das Brett gehen, so wird auch dadurch das Centrum gravitatis selbst, oder die Länge verändert, und endlich leidet dadurch auch das Centrum oscillationis eine Veränderung. Wenn wir setzen, daß die Geschwindigkeit der Kugel im Fall aus einer Höhe b erhalten werde, so haben wir, wenn noch die Kugel im Brett steckt, diese Aequation

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg + ph)(Pfg + phh)}}.$$

Uns nun setzen, daß das Gewicht der Kugeln, we

der Distantz k von der Axe in das Brett geschossen worden, s an statt Pg , wodurch das Momentum der Schwere angedschrieben werden $Pg + qh$, und an statt Pfg , wodurch das Materie ausgedrückt wird, muß geschrieben werden $Pfg + qh$ in diesem Fall

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg + ph + qh)(Pfg + phh + qhh)}}$$

Unter gleichen Umständen verhält sich also jene Sehne zu die

$$\sqrt{\frac{(Pg + ph + qh)(Pfg + phh + qhh)}{(Pg + ph)(Pfg + phh)}}^1)$$

zu 1, das ist beynahe wie $1 + \frac{qh(f+h)}{2Pfg}$ zu 1, wann nur P in A noch sehr groß ist. Wenn nun in dem schon oben berechneten wird $P = 56 \text{ u}$, $f = 62\frac{2}{3}$, $g = 52$ und $h = 66$, und wir setzen, d der Kugeln, welche schon im Brett sind, ein Pfund ans mache, und daher wird sich die Sehne, wenn das Brett noch neu auf verhalten zu der Sehne, welche unter gleichen Umständen, n 1 u Kugeln im Brett stecken, entsteht, wie $1 + \frac{1}{43}$ zu 1, das muß wegen der schon im Brett steckenden Kugeln um ihren vermindert werden, welche Verringerung auch der Antor wohl nommen.

ZWEYTE ANMERKUNG

Auf die in der vorigen Anmerkung beschriebene Art muß a der Sehne $Ll = k$ ausgerechnet werden, wenn die Geschwindigkeit welche gegen das Brett geschossen wird, schon als bekannt angenommen kann. Denn, wenn b die Höhe ist, aus welcher ein fallender Körper Kugel einerley Geschwindigkeit erhält, so wird, wie wir oben g

$$k = \frac{pah\sqrt{2b}}{\sqrt{(Pg + ph)(Pfg + phh)}}$$

1) Im Original $\sqrt{\frac{(Pg + ph)(Pfg + phh)}{(Pg + ph + qh)(Pfg + phh + qhh)}}$

Berichtigt von F

welche Länge, wie wir schon bemercket, öfters ziemlich von derjenigen, welche der Autor nach seiner Art gefunden, unterschieden seyn kann. Der Autor bestimmet aber ferner die Geschwindigkeit der Kugel, oder die Höhe b , nach der von ihm anfanglich gegebenen Methode aus der Quantität der Ladung, der Länge des Laufs, und dem Raum hinter der Kugel, worüber schon vorher verschiedene Anmerkungen gemacht worden. Lasset uns nun, um die Buchstaben nicht unter einander zu verwirren, die Länge des Laufs, woraus die Kugel geschossen wird, setzen $= \alpha$, die Länge des Raums hinter der Kugel $= \beta$, die Länge der Höhlung so mit Pulver angefüllt worden $= \gamma$, den Diameter der Kugel $= c$, und die Zahl n soll anzeigen, wie vielmahl die Materie, woraus die Kugel besteht, schwerer ist, als das Wasser; so findet man hieraus die Höhe b , aus welcher die Geschwindigkeit der Kugel durch den Fall erlangt wird, also in Rheinländischen Schuhn ausgedrückt

$$b = \frac{110521,08 \gamma}{nc} l^{\frac{\alpha}{\beta}}, \quad 1)$$

wo man für $l^{\frac{\alpha}{\beta}}$ den gewöhnlichen Logarithmum des Bruchs $\frac{\alpha}{\beta}$ zu nehmen hat. Will man aber diese Länge b in Englischen Zollen mit dem Autore ausdrücken, weil 0,97 Rheinl. Schuh 12 Englische Zoll geben, so hat man

$$b = \frac{1367308 \gamma}{nc} l^{\frac{\alpha}{\beta}}$$

Engl. Zolle, folglich

$$2b = \frac{2734616 \gamma}{nc} l^{\frac{\alpha}{\beta}},$$

und also

$$\sqrt{2b} = 1654 \sqrt{\frac{\gamma}{nc}} l^{\frac{\alpha}{\beta}};$$

dahero bekommt man die Länge der Sehne k also:

$$k = 1654 p a h \sqrt{\frac{\gamma l(\alpha: \beta)}{nc(p\gamma + ph)(Pf\gamma + phh)}},$$

wenn man nemlich weder den Gegendruck, noch die Resistenz der Luft, so lange sich die Kugel im Lauf befindet, in Betrachtung zieht. Wir haben aber in dieser Rechnungs-Formul mit dem Autore angenommen, daß sich alles Pulver plötzlich entzündet, und dadurch eine solche subtile Materie er-

1) Diese Gleichung folgt aus der zweiten Gleichung p. 79 für $m = 1000$. P. R. S.

Kugel wurde, deren Elasticität, so lange dieselbe nicht in
 den Boden des Pulver eingenommen hatte, eingeschränkt.
 Es ist also, als die Elasticität der ordentlichen Luft, oder, we-
 nigstens, der Luft der Atmosphäre. Es ist aber schon oben schon
 bemerkt worden, daß sich das Pulver unmöglich so plötzlich en-
 zünden mag, als die Elasticität der obgenannten subtilen Mat-
 terie einmal größer seyn müsse, als der Druck der Luft, wenn
 es Wirkung hervor bringen soll. Was demnach die so ge-
 nannten oben Versuche mit des Autoris Theorie betrifft, unge-
 achtet der Länge der Sehne *LI*, welche der Verfasser mit
 angegeben, ziemlich viel anzusetzen ist, so erhellt doch daraus,
 daß aus der Theorie gefundenen Geschwindigkeiten von der Ex-
 perientz abzuweichen, obgleich die Uebereinstimmung bey weitem
 größer, als der Autor glaubet, weil die berechnete Länge der Seh-
 nen um einen ganzen Zoll unrichtig seyn kann. Wenn also
 die berechnete Geschwindigkeit der Kugel der Wahrheit gänzlich ge-
 rade noch dadurch noch nicht die Meynung des Verfassers von
 des Pulvers befestiget; indem eben dieselbe Geschwindigkeit der
 Kugel weichen könnte, wenn die Kraft des Pulvers weit größe-
 re Zeit erlaubt ihre Wirkung auszuüben gesetzt würde. Da-
 her zu Behauptung seiner Meynung diejenigen Experimente
 angeführt, welche längen Läufe gemacht worden, und dennoch mit d-
 er Theorie übereinstimmen, welches, seiner Meynung nach, nicht gesche-
 hen, als Pulver nur nach und nach entzündete, indem sich in
 dem Lauf ein weit geringerer Theil entzündet würde, als die Ku-
 gel fortwird, als in dem kürzern. Wir haben aber oben¹⁾ schon
 darauf geantwortet, und auch andere Erfahrungen, aus welchen
 erhellt, dagegen angeführt. Wir wollen also althier nur so
 viel anführen, daß das Pulver, welches der Autor gebraucht, so ge-
 rade der meiste Theil davon entzündet hat, ehe die Kugel aus
 dem Lauf heraus gefahren. Es können auch hernach die unrich-
 tigen Sehnen eine so genaue Uebereinstimmung mit der Experientz
 erhalten nicht erscheinen dürfte, wenn man dieselben nach den
 Berechnen wollte. Endlich kann auch das Herausdringen der
 Kugel durch den Spielraum und das Zündloch wiederum einige
 Uebereinstimmung mit der Experientz herstellen, wie in den

1) Siehe die Vierte Anmerkung zum Siebenten Satz. F. R. S.

mit mehrerem angezeigt worden. Man erkennet aber aus dieser Uebersetzung doch so viel, daß wenn gleich die erste Elasticität des Pulvers geringer ist, als der Autor angenommen, dennoch dieselbe in den meisten Fällen eine stärkere Wirkung hervorbringe, als der Autor nach seiner Rechnungen, und daß folglich die allmähliche Entzündung des Pulvers, und die andern Hindernisse, welche oben angeführt worden, die Geschwindigkeit der Kugel bey nahe um eben so viel vermindern, als dieselbe durch die grössere Elasticität vermehrt werden sollte. So oft sich also diese Gleichheit einfindet, kann man auch die von dem Autore gegebene Regel, um aus der Ladung die Geschwindigkeit der Kugel zu bestimmen, sicher gebrauchen. Es können jedoch solche Umstände vorkommen, da entweder die grössere Elasticität des Pulvers, oder die obgemeldeten Hindernisse die Oberhand behalten, in welchem Falle folglich die Geschwindigkeit der Kugel entweder grösser oder kleiner seyn wird, als die von dem Autore gegebene Regel anzeigt. Ein solcher Fall findet sich, wenn die Ladung des Pulvers allzu geringe ist, allwo, wie der Autor wohl bemerkt, die Hitze der Entzündung, und folglich die Elasticität der subtilen Materie nicht so groß seyn kann, als in der Rechnungs-Formel angenommen wird. In dieser ist der Buchstabe $m = 1000$ genommen worden, welcher sich für die grösseren Ladungen sehr wohl schickt; bey sehr kleinen Ladungen aber muß derselbe kleiner gesetzt werden. Wenn wir nun anstatt m für eine geringere Ladung μ der gehörige Werth des Buchstabens m lässt sich diese Zahl μ für einen jeglichen Fall aus dem Unterscheid zwischen der Länge der Sehne, so nach der Rechnung gefunden, und durch das Experiment angezeigt wird, leicht bestimmen. Denn da, wenn $m = 1000$, die Sehne gefunden worden

$$k = 1654 pah \sqrt[3]{\frac{\mu^2 t(u; p)}{nc(Pg + ph)(Pf + phh)'}}$$

wenn m nicht 1000, sondern gleich ist μ , die Sehne seyn

$$= 1654 pah \sqrt[3]{\frac{\mu^2 t(u; p)}{1000 nc(Pg + ph)(Pf + phh)'}}$$

ähnlich die übrigen Umstände einerley sind. Dahero verhält sich bey gleichen Ladungen die gerechnete Sehne zu der observirten wie $\sqrt[3]{1000}$ und folglich ist 1000 zu μ wie das Quadrat der gerechneten Sehne, zum Quadrat der observirten, oder wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Da nun in dem von dem Autore angeführten Exempelpulver geladen worden, die Geschwindigkeit nach der Rechnung 482 Schuh in einer Secunde, dieselbe aber nur 400 Schuh wahr sind, so war in diesem Fall 1000 zu μ , wie 482² zu 400², und

$$\mu = \frac{160000000}{482 \cdot 482} = 688.$$

Wenn also nur ein Drachma Pulver angezündet wird, so ist stehende Hitze um so viel kleiner, als wenn eine grosse Quantum genommen wird, daß die erste Elasticität nur 688 mahl grösser Druck der Atmosphäre.

Im folgenden Experiment, da drey Drachm. Pulver geladen 1000 : $\mu = 835^2 : 730^2$ und also

$$\mu = \frac{582900000}{835 \cdot 835} = 764,$$

daß also in diesem Fall auch wegen der geringern Hitze die Elasticität des Pulvers nur 764 mahl grösser ist, als der Druck der Atmosphäre.

Der Autor findet im erstern Fall aus eben diesem Grunde die Elasticitäten, wenn 1 Drach. oder 12 Drach. angezündet werden, welche Verhältniß mit unserer 688 zu 1000, sehr genau zutreffen. Der andern Fall aber hat er wie 3 zu 4 an statt 764 zu 1000, zwischen welchem Unterscheid auch sehr geringe ist. Weil nun der Unterscheid zwischen den Zahlen 688, 764 und 1000, welche die Elasticität bey Entzündung von 12 Drach. Pulver vorstellen, ziemlich merklich ist, so hat man sich verwundert, daß sich bey den Ladungen von 6 bis 36 Drach. kein merklicher Unterscheid geäussert, und daß diese so verschiedene Fälle mit der Elasticität genau haben übereinstimmen können. Vielleicht mag die oben angeführte Richtigkeit in Berechnung der Sehne des aufsteigenden Bogens die Ursache seyn; und da die Hitze der Flamme, wie der Autor behauptet, grösser ist, je mehr Pulver sich auf einmahl entzündet, so stehen wir vermuthen, daß auch die Elasticität bey der Ladung von 36 Drach. noch grösser seyn wird, als bey 6 Drachm. gewesen, und dass dieselbe bey einer weit grösseren Quantität Pulver geladen wird, noch grösser seyn wird. Dahero die von dem Autore gegebene Regel, die Geschwindigkeit aus der Kraft des Pulvers zu berechnen, allem Ansehen nach nicht mehr so genau zutreffen würde, ohne auf die übrigen

sehen, wodurch die Wirkung des Pulvers, wie oben erwiesen worden, keinen geringen Abbruch leidet. Es läßt sich aber anjetzo noch nichts vollständiges hierinne bestimmen, weil die von dem Autore berechneten Schmen von der Wahrheit ziemlich stark abweichen können, diejenigen Umstände aber nicht bemerkt worden, welche zur Verbesserung nöthig sind. Dahero zu wünschen wäre, daß sich jemand finden möchte, welcher mit eben dem Fleiß, und auf eben die Weise, wie der Autor gethan, alle dergleichen Experimente wiederholte, bey einem jeglichen aber auch die Entfernung des Puncts am Brett, wo die Kugel hinein gefahren, von der Axe sorgfältig mässe, und darnach den hier angezeigten wahren Regeln die Länge der Schme berechne.

DRITTE ANMERKUNG

Der Nutzen, welchen man aus der Erkänntniß der Gewalt des Pulvers, und der Geschwindigkeit der Kugel in der Artillerie ziehen kann, muß nothwendig von grosser Wichtigkeit seyn. Denn, wenn man diese Punkte genau bestimmen kann, so weiß man auch, wie stark und fest sowohl die Canonen und Mörser, als die übrige dazu gehörige Geräthschaft seyn muß, und hat also nicht zu befürchten, daß man die Stücke entweder zu stark, oder zu schwach mache: wodurch im ersteren Fall alle unnöthige Unkosten vermieden, im andern aber allem Schaden und Gefahr vorgebengt wird. Eben diejenige Gewalt, womit die Kugel fortgetrieben wird, wirket auch eben so stark auf die innern Wände der Canone, und wenn dieselben die gehörige Stärke nicht haben, um dieser Gewalt zu widerstehen, so muß die Canone zerbrechen. Die gröste Gewalt, welche die Canone auszustehen hat, äussert sich also im ersten Augenblick, wenn sich das Pulver entzündet, ehe noch die Kugel merklich von ihrer Stelle getrieben wird, welches folglich in dem Raum *ODEG* (Fig. 1) geschieht, allwo die Wände der Canone so stark gedrückt werden, als der Boden einer aufrecht stehenden und mit Wasser angefüllten Röhre, deren Höhe 32000 Schuh ist, wenn wir nemlich mit dem Autore setzen, daß die Elasticität der durch die Entzündung des Pulvers erzeugten subtilen Materie im ersten Augenblick 1000 mal grösser sei, als der Druck der Atmosphäre, welche einer Wasser-Säule von 32 Schuten gleichet. Diese so sehr grosse Kraft erstreckt sich aber nicht auf die ganze Canone, sondern nur auf den hintersten Theil derselben *ODEG*, welcher mit Pulver angefüllt worden; weswegen auch

dieser Theil eine solche Stärke, als zu Aushaltung dieser Kraft haben muß. Die vordern Theile der Canone leiden nicht eher, als biß die Kugel dahin fortgestossen worden, und alsdenn ist die Gewalt kleiner, als vom Anfang. Wenn die Kugel schon biß worden, so verhält sich die ausdehnende Kraft im Raum AM zu AF zu AM , und gleicht also einer Wasser-Säule, so 32600 Fuß hoch ist, woraus erhellet, daß die Gewalt, welche die vordern Theile auszustehen haben, immer kleiner werde. Dahero auch die vordern Theil nicht nöthig hat, so stark zu seyn, als hinten, würde also überflüssig seyn, wenn man die Canonen vorne so stark machen wolte, als hinten. Um aber deutlicher zu sehen, wie jedgleichen Ori die Dicke der Canone verhalten müsse, damit sie nicht zu stark, noch zu schwach sey, so müssen wir die Art, in welcher die Canone dieser Gewalt widersteht, in Betrachtung ziehen. Da die Canone aus mehreren Theilen besteht, welche keine Festigkeit hätte, wenn sie nicht durch denselben unter einander zusammen verbunden sind, so würden sie durch der ersten Gewalt von einander zertrennet und zerstreuet werden. Wir erkennen, daß die Befestigung der Theile des Metalls der Gewalt widerstehen müsse. Diese Festigkeit läßt sich aber, wegen der Gleichheit, so sich in der Verknüpfung der Theile befindet, so leicht berechnen, indem dieselben durch den Guß an einem Ort öfters zusammen getrieben werden, als an den andern; dahero die Stärke

seyn muß, als irgend eine Theile eine solche Gleichheit in allen Theilen ist, anzeigt.

Dem ungeachtet wird es nöthig seyn, allhier einen Begriff von der Abhängung der Theilchen des Metalls von dem entstehenden Widerstand gegen den Pulvers zu ertheilen, ob sich gleich nicht so genau bestimmen läßt. Wir wollen (Fig. 8) einen Durchschnitt der Canone so auf die Axe desselben perpendicular vorstellen, allwo die

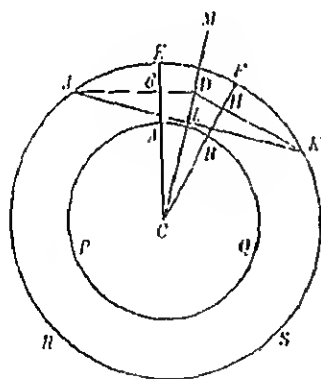


Fig. 8.

$ABQP$ die Seele der Canone, da die ausdehnende Gewalt dort am stärksten wirkt, und der Zwischen-Raum zwischen den beyden Circuln das Pulver soll. Die ausdehnende Kraft des Pulvers würket nun allenthalben

auf den innern Umfang des Cirkels $ABQP$, und suchet denselben entweder zu erweitern, oder gar zu zersprengen. Wir wollen aber nur ein Stück des Metalls $AEE'B$, welches durch zwey aus dem Centro C gezogene Radios CE und CF abgeschnitten wird, in Betrachtung ziehen. Es sey der innere Radius $AC = BC = a$, und der Winkel $ACB = 2\varphi$, so wird der Bogen AB , auf welchen die Kraft des Pulvers würket, gleich seyn $2a\varphi$, und folglich die Kraft selbst diesem Bogen proportional, welche wir also $= 2ma\varphi$ setzen wollen. Die mittlere Direction dieser Kraft wird nun durch das Centrum C gehen, und den Winkel ACB in zwey gleiche Theile zerschneiden. Es sey demnach CDM diese Direction, nach welcher das Stück $AEE'B$ von der Kraft $2ma\varphi$ ¹⁾ gelassen wird. Wenn also dieses Stück nicht mit dem übrigen Metall befestiget wäre, so würde dasselbe wirklich nach der Direction DM weggestossen werden. Die Befestigung dieses Stücks aber geschieht nach den Linien AE und BF , als in welchen dasselbe mit dem übrigen Metall zusammen hängt, und da diese Befestigung in allen Punkten gleich statt findet, so kann dieselbe als eine Kraft angesehen werden, welche das Stück $AEE'B$ beyderselts an den übrigen Theilen in AE und BF andrückt, und deren Direction beyderselts auf die Mitte in den Punkten G und H perpendicular ist. Wenn wir also die Dicke des Metalls $AE = BF = b$ setzen, so wird beyderselts die zusammenhängende Kraft dieser Dicke b proportional seyn, welche wir also $= nb$ nennen wollen. Man verlängere diese beyden Kräfte-Directionen GI und HK , laß sie im Punkt D auf der Linie CM zusammen kommen; und da werden wir dieses Punkt D ansehen können, als wenn auf dasselbe drey Kräfte würkten, erstlich nach der Direction DM die Kraft $= 2ma\varphi$, hernach nach den Directionen DJ und DK beyderselts eine Kraft $= nb$; und diese beyden Kräfte müssen so groß oder grösser seyn, als zur Zernichtung der ersten erfordert wird. Wir wollen also diese beyden Kräfte zertheilen nach der Direction DC , und nach solchen, welche auf die Linie CD perpendicular sind, und sich untereinander aufheben. Weil nun die Dreyecke CDG und CDH in G und H rechte Winkel haben, so wird sich verhalten DJ oder DK zu DL wie CD zu DG , das ist wie der Sinus totus 1 zum Sinu des Winkels DGC , $\sin. \varphi$. Dahero wird aus

1) Weil der Druck der Pulvergase überall radial wirkt, so ist die Komponente in der Richtung CM des auf den Sektor $2a\varphi$ wirkenden Druckes nicht $2ma\varphi$, sondern $2ma \sin. \varphi$, worauf schon HERR BROWN in seiner im Vorwort angeführten englischen Uebersetzung der Anmerkungen EULERs aufmerksam gemacht hat. Auf eine Berichtigung des Textes wird jedoch verzichtet, weil die vorliegende Betrachtung über die Festigkeit des Geschützrohres ohnehin auf einer irrthümlichen Anschauung von der Beanspruchung des Rohrmetalls durch den Gasdruck beruht. P. R. S.

beyden Kräften DM und DK nach der Direction DC diese Kraft her $2nb \sin. q$, welche, wenn sie kleiner wäre, als die Kraft $2mag$, das Stück $AFFB$ der Gewalt nicht widerstehen können, sondern nation DM aus der Canone weggerissen werden. Damit also die schehe, so muß die Kraft $2nb \sin. q$ so groß oder grösser seyn, als $2mag$, folglich muß $nb \sin. q > mag$, und dieses muß statt finden. ACB mag so groß angenommen werden, als man will; es wird das Verhältniß $nb \sin. q$ zu mag am kleinsten, wenn der Winkel $ACB = 180^\circ$, oder $q = 90^\circ$, in welchem Fall ist $\sin. q = 1$ und $q = 1,5708$, und muß auch nb grösser sein als $1,570796ma$. Hieraus erhellet, daß die sprengende Gewalt am grössten werde, wenn das Stück $AFFB$ den Umfang gleich genommen wird, und daß also die Canonen der Gegen einander überstehenden Orten zu zerbersten am meisten seyn. Wenn nun dieses nicht geschehen soll, so muß nb grösser als $1,570796ma$, oder in kleinen Zahlen muß nb grösser sein als $\frac{11}{7}m$. In diesen Expressionen wird der Buchstabe m durch die ausdehnende Kraft und der Buchstabe n aus der Festigkeit des Metalls bestimmt. Wenn zu verschiedenen Canonen einerley Metall genommen wird, so muß die Dicke des Metalls dem Caliber, oder dem Diameter der Kugel proportional seyn. Und da in einer Canone die ausdehnende Gewalt des Pulvers vielmehr abnimmt, je weiter die Kugel vorwärts getrieben wird, so muß die Dicke der Canone in dem Orte M verhalten zur Dicke des Bodens in AF , wie sich verhält die Länge AF zur Länge AM . Aus diesem könnte also das Mund-Stück einer Canone ohne Gefahr viel schwächer werden, als zu geschehen pflegt, wenn nemlich die Theorie des Pulvers die Richtigkeit hätte, und sich alles Pulver auf einmahl entzündete. Doch im Fall, wenn AM noch so groß als AF angenommen wird, würde es nicht seyn, wenn die Canone in M nur halb so dick wäre, als im Boden-Stück bey AF , aber hätte man dennoch auf die stärkste Ladung zu sehen, die gebraucht werden könnte. Allein, wenn man annimmt, daß sich das Pulver auf einmahl entzündet, so wird wegen des neu entzündeten Pulvers die Gewalt in AM zur Gewalt in AF eine grössere Verhältniß haben, als AM zu AF , und aus diesem Grund muß die Dicke der Canone im Vorderen Ende seyn, als nach der vorigen Regel, welches auch durch die Erfahrung bestätigt wird. Und eben dadurch wird auch die Meynung nicht wenig be-

1) Die nachfolgenden Bezeichnungen beziehen sich auf Figur 1 p. 70

sich das Pulver nicht alles auf einmal entzündet. Weil sich aber diese allmähliche Entzündung nicht bestimmen läßt, und nach den verschiedenen Arten des Pulvers sehr unterschieden ist, so kann man auch durch die bloße Theorie die beste Proportion der Dicke einer Canone nicht heraus bringen, sondern die vielfältige Erfahrung scheint zu diesem Ende das einzige Mittel an die Hand zu geben. Wenn man aber des Antoris Theorie folgen wollte, so würde sich diese Sache sehr leicht ausmachen lassen: es würden aber dergleichen Canonen nicht lange der Gewalt des Pulvers widerstehen können, indem das Mundstück gewiß zu schwach seyn würde, wenn auch das Bodenstück seine gehörige Stärke hätte.

Da nun aus diesem Grunde nicht wohl ein Mittel zu erfinden, das Gewicht der Canonen ohne Gefahr zu vermindern, so thut man am besten, wenn man sich zu Erhaltung dieses Endzwecks an die Verbesserung der Materie, woraus die Canonen gegossen werden, hält. Der größte Vortheil würde also darinne bestehen, wenn man eine Materie ausfindig machen könnte, deren Theile weit stärker untereinander verbunden wären, als in der gewöhnlichen, in welcher Untersuchung man sich noch den besten Fortgang versprechen könnte. Es könnten vielleicht auch noch in dem Guß verschiedene Vortheile entdeckt werden, wodurch die Materie eine um so viel grössere Festigkeit erhielte, wohin ohne Zweifel diejenige Erfindung mit zu rechnen, da einige angefangen haben, die Canonen maßiv und ohne Kern zu gessen, und erst nach dem Guß die Hölzung darein zu bohren. Denn auf diese Art wird das Metall nicht nur weit dichter, sondern man ist auch im Stande, die Seele accurat in der Mitte gerade durchzu bohren, welchen Umstand man bey dem Gessen nicht sowohl in der Gewalt hat. Endlich würde auch eine geringe Zähigkeit in der Materie zu den Canonen keinen geringen Vortheil schaffén. Denn, es kommt hier nicht nur auf die Kraft, wodurch die Theilchen der Materie untereinander verbunden sind, an, als welche in einem spröden und zähen Körper einerley seyn kann, sondern ob, nachdem die Theilchen im geringsten von einander getrieben worden, der Körper sogleich zerbreche, oder sich wiederum in seinen vorigen Stand zu versetzen vermögend sey. Hierinne bestehet nemlich der Unterschied zwischen spröden und zähen Materien, daß jene, so bald die Theilchen untereinander zerrüttet werden, auch so gleich zerbrechen, diese aber, ungeachtet in ihren Theilchen eine gleiche Zerrüttung vorgegangen, dennoch dadurch das Band der Festigkeit noch nicht aufgelöset wird. Wenn also die Materie, welche zu den Canonen gebraucht wird, einen etwas grössern Grad der Zähigkeit hätte, so würde man dieselben ohne Gefahr leichter machen

können. Denn eben dieses war die Ursache, daß man vor Zeiten Canonen, welche am Gewicht mit den metallenen nicht zu verfast eben so starke Schüsse hat thun können, ungeachtet die dauerhaft waren. Inzwischen ist doch aus diesem Umstand so vdaß in diesem Punct, was die Materie der Canonen betrifft, nVerbesserung gehoffet werden könne.

Von der ausdehnenden Kraft des Pulvers kommt auch deder Schieß-Gewehre und der Canonen her. Denn diese Kraft tdes Laufs eben so stark rückwärts, als die Kugel vorwärts; wenn das ganze Stück nicht schwächer seyn sollte, als die Kugel. Das Stück mit eben der Geschwindigkeit zurück, als die Kugel herankommt. Je schwächer aber ein Körper ist, um so viel kleiner ist auch die Bewegung, welche demselben von eben derselben Kraft eingedrückt wird. So vielmahl eine Canone samt der Lafette¹⁾ schwächer ist, als die Kugel, die daraus geschossen wird, eben so vielmahl langsamer wird auch die Bewegung der Canone seyn, als der Kugel; folglich wird sich der Raum, den die Canone zurückfährt, indem die Kugel zur Canone herauskommt, nur um die Länge der Canone weniger dem Raum hinter der Kugel gleich sein. Das Gewicht der Kugel zum Gewicht der gantzen Canone. So vielmahl eine halbe Carthaune, so eine 24pfündige Kugel schießt, 10 Schuh lang ist, weil das Gewicht derselben ungefehr 64 Centner, oder 6400 Pfund beträgt, muß diese Canone, indem die Kugel daraus herausgetrieben wird, nur um den Raum von $\frac{24}{6100} \cdot 10$ Schuh, das ist nur $\frac{8}{80}$ Schuh, oder nicht gar einen halben Zoll zurückfahren. Wenn demnach der Grund, worauf die Canone steht, ist, daß dieselbe darauf um $\frac{1}{2}$ Zoll, ohne erschüttert zu werden, stehen kann, so ist der Schuß gewiß, wenn gleich der Grund weit weniger Festigkeit hätte. Daß aber gleichwohl die Canone, nachdem sie heraus geschossen worden, und also die zurücktreibende Kraft gehört hat, noch weiter zurück geht, kommt von der derselben gedrückten Bewegung her, womit dieselbe zurück zu weichen beginnt, biß durch den Widerstand diese Bewegung völlig gehindert wird. Wegen hat die Anmerkung des Verfassers, betreffend die Festigkeit, worauf die Canonen gepflantzet werden, ihre völlige Richtigkeit dadurch viel unnöthige Arbeit erspahret werden.

1) Lafette bedeutet Lafete. F. R. S.

VIERTE ANMERKUNG

Der Autor zieht auch noch aus seiner Theorie diesen Schluß, daß alle Vorschläge, welche auf eine sonderbare Figur der Pulver-Kammer in den Canonen gerichtet sind, nicht den geringsten Vortheil bringen können. Dieser Schluß hat seine völlige Richtigkeit, wenn sich nach der Meynung des Autocis alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzündet. Denn in diesem Fall ist auch die erste Gewalt desselben einerley, der Raum, worinne das Pulver eingeschlossen ist, mag eine Figur haben, wie man immer will, wenn nur derselbe ganze Raum mit Pulver angefüllt ist. Und wenn auch nur ein Theil desselben mit Pulver angefüllt ist, so wird die Gewalt um so viel kleiner, als dieser Theil kleiner ist, als der ganze Raum hinter der Kugel; dahero auch in diesem Fall die Grösse der Gewalt nicht auf der Figur des Raums beruhet. Wenn aber die Kugel schon wirklich fortgetrieben wird, so verhält sich die fortreibende Gewalt zur ersten Gewalt, wie der Raum, den das Pulver anfänglich eingenommen, zu eben diesem Raum nebst demjenigen, durch welchen die Kugel schon fortgetrieben worden: und also hat auch hier die Figur des Pulver-Raums auf die fortreibende Gewalt keinen Einfluß. Aus diesem Grunde ist es also gleichgültig, was man der hintersten Höhlung der Canonen für eine Figur geben will, und weil alle Figuren in Ansehung der fortreibenden Gewalt einerley Wirkung haben, so erwahlet man billig diejenige, welche nach den übrigen Umständen die bequemste ist. Wenn man also aus andern Ursachen nichts an der gewöhnlichen Figur der Canonen zu verändern nöthig findet, so könnte man auch aus diesem Grunde dieselbe sicher beybehalten, und alle Vorschläge, welche auf eine Veränderung abzielen, ohne fernere Untersuchung, als verwerflich ansehen.

Dieses gründet sich aber, wie schon gemeldet, auf die Meynung des Verfassers, daß sich alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzündet. Da wir aber schon oben sehr wichtige Gründe gegen diese Meynung angeführt haben, so kan man auch die Vorschläge, welche auf eine vorthoilhaftere Figur der Pulver-Kammer gerichtet sind, nicht mehr so platterdings verwerfen. Die Sache wird also auf diese Frage ankommen, ob die Figur des Raums, darinne das Pulver eingeschlossen ist, etwas zu einer schnellern oder langsamern Entzündung des Pulvers beytragen könne, oder nicht? Denn, wenn diese Frage mit Ja beantwortet werden kann, so ist kein Zweifel übrig, daß diejenige Figur, in welcher sich das Pulver am schnellsten entzündet, nicht die beste

und vortheilhafteste seyn sollte. Denn je plötzlicher sich alles Pulver grösser und je länger fortdaurend ist auch die Gewalt, welche ansetzt, dahero auch derselben eine um so viel schnellere Bewegung eintritt.

Daß aber die Figur des Raums nicht wenig zu einer plötzlichen Wirkung beytragen könne, ist leicht darzuthun. Man darf sich eine lange und enge Röhre, in welcher das Pulver eingeschlossen ist, am Ende angezündet wird, vorstellen. Denn in diesem Fall wird die Zündung nicht so geschwinde bis zum andern Ende der Röhre als wenn die Röhre kürzer wäre. Jedermann wird auch leicht begreifen, daß, wenn man das Boden-Stück einer Canone in eine solche Röhre verwandeln sollte, die Kugel mit einer weit geringeren Geschwindigkeit heraus getrieben werden würde, wenn man so starke Ladung gebrauchte. Hieraus ist nun leicht abzunehmen, daß Pulver um so viel geschwinder entzündet, je weniger alle Körner einander entfernt sind. Da nun die Kugelrunde Figur unter allen einen gleichen Raum einschliessen, diese Eigenschaft hat, daß der kleinste Theil am kleinsten, und alle Theile unter sich am nächsten beieinander sind, so ist auch kein Zweifel, daß sich das Pulver nicht in einem andern am geschwindesten entzünden sollte. Es wäre dahero wohl möglich, ob man nicht auf eine bequeme Art die Höhlung des Boden-Stückes einer Canone hinter der Kugel entweder vollkommen oder doch beynahe vollkommen ausfüllen könnte: denn auf diese Art würde man keinen geringen Zuwachs an der Geschwindigkeit, womit die Kugel fortgetrieben wird, erhalten. Es würde auch um so viel stärker seyn, wenn man das Pulver nicht an diesem Orte dieses Raums anzünden könnte: als von welchem Ort sich das Pulver rings herum am schnellsten zu allen Extremitäten ausbreiten würde. Es werden sich zwar, allem Ansehen nach, viele Schwierigkeiten der Ausführung dieses Vorschlags unmöglich zu machen scheinen, dürfte aber doch vielleicht ein tüchtiger und erfahrener Practicus ausfinden können, alle diese Schwierigkeiten zu heben, und den Vorschlag mit Vortheil ins Werk zu richten. Inzwischen ist zu wünschen, daß der künftige kriegliche Endzweck genug, die Umstände angezeigt zu haben, die eine vortheilhaftere Einrichtung der Pulver-Kammer insonderheit bedürften, woraus man alle dahin abzielende Vorschläge leicht wird beurtheilen können. Man hat aber hierbey zu bemerken, daß je mehr man die Menge des Pulvers auf diese Art zu vermehren im Stande seyn wird, desto mehr wird die Canone an diesem Orte auch um soviel stärker gemacht werden können.

ZEHNTER SATZ

Die Veränderungen, welchen die Gewalt des Pulvers nach dem verschiedenen Zustande der Atmosphäre unterworfen ist, zu bestimmen.

In allen Experimenten, welche ich bisher untersucht, habe ich noch nicht bemerken können, daß die verschiedene Schwere der Atmosphäre die geringste Veränderung in der Kraft des Pulvers verursache, ungeachtet ich viel hundert Schüsse bey ganz verschiedenen Witterungen angestellt habe. Insonderheit habe ich öfters die Versuche, welche in dem heissesten Sommer um Mittag gemacht worden, mit denjenigen, so ich des Morgens und Abends, als es noch ziemlich kühl war, angestellt, gegen einander gehalten, zwischen denselben aber nimmer den geringsten Unterschied wahrgenommen. Eine gleiche Bewandniß hatte es auch mit den Versuchen, welche bey Nacht und im Winter angestellt worden, obgleich zu diesen verschiedenen Zeiten die Dichte der Luft sehr verschieden gewesen. Und in der That, nachdem wir gesehen, daß diejenige subtile Materie, darinne die Gewalt des Pulvers besteht, sowohl in der Luft, als in einem Luft-leeren Raum, in gleicher Menge erzeugt werde, so ist hieraus genugsam klar, daß diese Gewalt von einer grösseren oder kleineren Dichte der Luft unmöglich einige Veränderung leiden könne.

Ob aber gleich die Dichte der Luft keinen Einfluß auf die Gewalt des Pulvers hat, so verursacht doch die Feuchtigkeit derselben um so viel grössere Veränderungen. Denn ich habe befunden, daß eben diejenige Ladung, welche bey drucknem Wetter die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1700 Fuß in einer Secunde fortgetrieben, bey feuchtem Wetter eben derselben Kugel kaum eine Geschwindigkeit von 12 biß 1300 Schuh in einer Secunde mitzutheilen vermögend gewesen; ja noch weniger, wenn das Pulver von einer schlechten Art, oder nicht wohl verwahrt gewesen.

Diese Verringerung der Gewalt in feuchtem Pulver ist auch, wie aus meinen Versuchen erhellet, sehr unbeständig und veränderlich: dergestalt, daß je zwey Schüsse, welche mit einorley Quantität Pulver, so aus eben demselben Faß genommen worden, gethan werden, immer wohl 10 mahl mehr von einander unterschieden sind, als wenn das Pulver druckem ist. Inzwischen habe ich doch, dieser grossen Ungewißheit ungeachtet, so viel deutlich wahrnehmen

können, daß diese von der Feuchtigkeit der Luft herrührende der Gewalt des Pulvers in kleinen Ladungen weit stärker ist, wenn auch in beyden Fällen die Feuchtigkeit einerley ist. Einstand, welcher das feuchte Pulver begleitet, bestehet in einer s Unreinigkeit, welche in dem Stücke nach dem Schuß zurück bleibt weit grösser ist, als diejenige, so von einer gleichen Ladung vers herrühret.

Alle diese Wirkungen können nun sehr leicht erkläret werden nur bedenket, daß das Pulver von der Luft die Feuchtigkeit an sich zieht. Denn da das Pulver, wenn dasselbe allzufench ist, die Entzündung leicht verlieret, so folget daraus, daß ein geringerer Grad der Feuer derselbe auch die Entzündung nicht völlig hemmet, dennoch bestehende Gewalt vermindern müsse. Derowegen wird in dieser kleinere Quantität von dieser subtilen elastischen Materie er daher auch einen geringeren Grad der Hitze und eine weit se dehnungs-Kraft hervorbringt. Folglich wird die Wirkung des vers um zweyerley Ursachen willen geschwächet, je nach dem U tigkeit, welche das Pulver an sich gezogen.

Das schlechte Pulver hält gemeinlich, weil der Salpeter gereiniget worden, noch etwas von gemeinem Saltz in sich. Die meine Saltz die Feuchtigkeit weit stärker an sich zieht, als d ist leicht zu begreifen, daß bey feuchtem Wetter das schlechte Feuchtigkeit annehmen müsse, als das gute, daher dasselbe a mehr von seiner Kraft verlieret.

Die Unbeständigkeit, welche sich in den Wirkungen des vers äussert, ruhret, wie ich vermuthe, von den verschiedenen Trockne her, zu welcher dasselbe in dem Stücke gebracht v nach dem ersten und zweyten Schuß der Lauf schon etwas so verlieret sich auch desto eher ein Theil der Feuchtigkeit, w behaftet gewesen, durch die Ausdünstung, wenn nemlich dass in dem Lauf gelassen wird. Weil nun sowohl die Erhitzung des als die Zeit, so lange das Pulver darinne verbleibt, sehr unge sind, so hat man sich nicht zu verwundern, daß die Ausdünstun ruhrende Gewalt des Pulvers eben so wenig zu einiger Gew werden könne. Hiebey ist noch zu erinnern, daß öfters in d Wetter die Stärke des Pulvers bey dem ersten Schuß durch die k

und vielleicht durch einige Feuchtigkeit, welche sich darinne zusammen gezogen, sehr merklich vermindert worden.

Daß ferner eine kleine Quantität Pulver bey einerley Grad der Feuchtigkeit mehr von seiner Kraft verlieret, als eine grössere, kommt ausser Zweifel von dem geringeren Grad der Hitze her, womit die Entzündung kleinerer Ladungen, wie schon oben bemerkt worden, begleitet wird. Denn eben derselbe Grad der Feuchtigkeit thut einem schwächern Feuer einen grösseren Abbruch, als einem heftigern.

Die Unreinigkeit, welche, nachdem man mit feuchtem Pulver geschossen, in dem Stück zurück bleibt, wie wir schon bemerkt haben, muß gleichfalls von der Verringerung der Gewalt der Flammen bey der Entzündung herkommen. Denn, wenn das Pulver von einer guten Art ist, daß sich dasselbe plötzlich und mit Heftigkeit entzündet, so muß der grösste Theil desselben zu Asche verbrannt werden, welche in Gestalt eines graulichten Staubes auf allen Körpern, welche sich vor der Mündung einer Canone befinden, zu erkennen ist. Die in dem Stück zurückbleibende Unreinigkeit aber kommt von denjenigen Theilchen des Pulvers her, welche entweder wegen der unvollkommenen Vermischung, oder wegen der Kälte der Wände, an welchen sie anliegen, nicht gänzlich verbrannt werden können. Da nun das feuchte Pulver nach der Menge der damit vermischten Feuchtigkeit keine so heftige Flamme giebt, so muß in diesem Fall nur ein geringer Theil des Pulvers gänzlich verzehret und zu Asche verbrannt werden: folglich bleibt ein grosser Theil unverbrannt zurück, und verursacht die Unreinigkeit, welche in der Canone nach dem Schuß wahrgenommen wird.

ZUSATZ

Es ist in der Ausführung dieses Satzes als eine unstreitige Sache angenommen worden, daß das Pulver bey feuchtem Wetter die Feuchtigkeit aus der Luft an sich ziehe. Es ist also noch übrig, die Quantität der Feuchtigkeit, welche das Pulver zu sich zu nehmen vermögend ist, zu bestimmen, welche Frage wir uns bemühen wollen, aus unseren eigenen Versuchen zu erörtern.

Ich habe ein wenig sehr gutes Pulver auf ein weisses Papier, welches mit viel kleinen Löchern durchstochen worden, gestreuet, und das Papier über den Dampf von heissen Wasser gehalten: da ich denn befunden, daß in einer halben Minute das Pulver um den $\frac{1}{50}$ Theil am Gewichte zugenommen.

Auf eine gleiche Art habe ich ein anderes Experiment angestellt. Das Pulver aber länger in den Dampf gehalten, und hernach befunden, daß das Gewicht desselben um den $\frac{1}{24}$ Theil vermehret worden. In diesem Experiment waren schon einige Körner zusammen gebacken, ungeachtet ihre Form nicht verändert worden.

Um nun hierüber zu einer Gewißheit zu gelangen, ob die Feuchtigkeit der Luft das Gewicht des Pulvers gleichfalls zu vermehren vermag, so nahm ich umgekehrt eine Unze Pulver, welches einige Zeit in einem Gefaß, wo täglich eingeheizet worden, gelegen, und fand, nachdem ich das Pulver dem Feuer gänzlich ausgetrocknet hatte, daß solches noch einen Abgang von $\frac{1}{100}$ am Gewichte erlitten hatte. Nachdem ich hierauf das Pulver in ein Gefaß dem Gemach von dem Feuer weiter entfernt hatte, so hat dasselbe in nur als 2 Stunden schon wiederum den dritten Theil des erlittenen Abganges anlangt.

Da nun die Luft öfters viel feuchter ist, als bey dem letzten Experiment, und über dieses auch noch die offene Luft viel mehr Feuchtigkeit in sich hält, als in einem geschlossenen Gemach, wo Feuer gemacht wird, so kann man nicht zweifeln, daß nicht öfters der zwanzigste oder dreißigste Theil des Gewichtes des besten Pulvers pures Wasser seyn sollte, welches also sehr wohl als die Ursache aller vorerwehnten unbeständigen Wirkungen des Pulvers angesehen werden kann.

Inzwischen habe ich doch nimmer merken können, daß die Feuchtigkeit, welche das Pulver aus der Luft zu sich genommen hatte, die Gewalt desselben im geringsten vermindert hätte, nachdem nemlich solches wiederum getrocknet worden. Der Leser wird bey den in dem vorhergehenden Satz angeführten Experimenten wahrgenommen haben, wie genau diejenigen, welche mit sehr starken Ladungen, und unter einerley Umständen gemacht worden, mit einander übereinstimmen. In diesen Experimenten, ungeachtet dieselben zu verschiedenen Zeiten innerhalb den drey Sommer-Monathen gemacht worden, so also die Trockne des Wetters allen hier gemeldeten Ungleichheiten vorzuziehen. Wenn man aber mit eben demselben Pulver im Winter bey feuchter Luft die Proben anstellt, so habe ich befunden, daß wenn man dasselbe Pulver im Sommer, ohne es vorher zu trocknen, gebraucht, die Wirkung desselben sehr unbeständig und weit schwächer heraus kommen. Wenn man aber jede Ladung unmittelbar vor dem Gebrauch wohl trocknet, so habe ich den geringsten Abgang an der Kraft desselben beobachten können.

Wirkungen waren auch mit denjenigen, welche den Sommer vorher gefunden worden, vollkommen einerley. Wenn aber das Pulver unbehutsamer Weise dem grösten Dunst ausgesetzt wird, oder wenn dasselbe allzuviel gemeines Saltz in sich enthält, so kann vielleicht die eingezogene Feuchtigkeit vermögend seyn, einen Theil von dem Salpeter völlig aufzulösen, welches ein Schade seyn würde, der durch keine Trocknung wiederum ersetzt werden könnte. Wenn man aber nur eine mäßige Sorgfalt in Bewahrung des Pulvers beobachtet, und wenn der Salpeter, woraus dasselbe besteht, von dem gemeinen Saltz wohl gereinigt worden, so kan dasselbe seine Gewalt viel länger behalten, als man insgemein dafür hält. Also habe ich gehört, daß Pulver, welches wohl verwahret gewesen, nach Verfließung von 50 Jahren keinen Abgang an seiner Gewalt erlitten.

Man hat aber bey Trocknung des feuchten Pulvers nöthig, behutsam damit umzugehen. Denn es ist ein solcher Grad der Hitze, welcher, ob er gleich nicht hinreicht, das Pulver zu entzünden, dennoch den Schwefel zerschmelzet, und dadurch die gehörige Zusammensetzung zerstöret. Ja es giebt über dieses noch einen solchen Grad der Hitze, wodurch der Schwefel Feuer fängt und nach und nach wegbrennt, ohne daß das Pulver selbst davon entzündet werde. Dieses kann ein jeder durch eigene Erfahrung leicht probiren. Man darf zu diesem Ende nur ein Stück Eisen roth glühend werden lassen, und indem dasselbe wiederum erkaltet, nach und nach darauf einige Körner Pulver werfen; auf diese Art wird man finden, daß nach einer gewissen Zeit die einzelnen Körner, welche man darauf fallen läßt, sich nicht mehr entzünden, sondern nur mit einer blauen Flamme, ohne verzehret zu werden, brennen. Es geschieht auch zuweilen, daß, wenn die Körner auf diese Art zu brennen aufgefangen, dieselben doch endlich völlig entzündet werden, welches sich gemeinlich ereignet, wenn einige Körner nahe beysammen zu liegen kommen. Denn obgleich die Flamme eines jeglichen Korus insbesondere nicht hinreichend ist, dasselbe zu entzünden, so entsteht doch aus der Vereinigung zweyer oder mehr dergleichen Flammen eine solche Hitze, wodurch dieselben Körner endlich völlig entzündet werden. Wenn man nun diesen Grad der Hitze an dem Eisen genau trifft, und dasselbe mit Pulver-Körnern bestreuet, so wird dasselbe mit einer blauen Flamme überzogen, welche öfters eine ziemliche Zeit dauret, ehe die gänzliche Entzündung des Pulvers erfolgt. Wenn ich aber diese Körner noch vor der Entzündung weggenommen und untersucht habe, so habe ich weder in ihrer Farbe, noch in ihrem Zustande, einige Veränderung wahrnehmen können. Da aber auf diese Art die Körner, wenn der Schwefel daraus

wegschmelzt. die Kraft des Pulvers verloren, so ist klar, daß bey dem trucknen durch eine allzugrosse Hitze seiner Kraft beraubt könne.

Aus dem grossen Unterscheid, welcher sich zwischen dem trucknen Pulver in Ansehung der in diesem Satz gemeldten Wirkung erhellet zur Genüge, wie ungewiß und unbeständig alle diejenigen Anwendungen der Artillerie seyn müssen, wo man auf diesen Umstand Acht hat, und wie wenig man auf solche Experimenten bauen kann, dieser Ungleichheit unterworfen sind.

Ehe ich diesen Artikel schliesse, muß ich eines Einfalls Erwähnung thun, welchen ich einmahl über diese Materie gehabt. Da das Wasser, wenn es in Dünste aufgelöst wird, eine zehn mal grössere Elasticität hat, wie man dafür hält, haben soll, so fiel ich auf die Gedanken, ob nicht die von dem Pulver angezogene Feuchtigkeit ein Verhältnis haben könnte, daß dieselbe bey der Entzündung in Dünste übergeht, und also die Gewalt des Pulvers durch den Zuwachs dieser neulich so viel mehr vermehrt werden könnte, als die Verringerung an der Flamme austrüge. In der Meynung, daß dieses bißweilen geschehen könne, wurde ich durch einige Experimente eines neuen Pulvers kräftiget, welcher anführet, daß die Schüsse, welche aus einer gleichen Ladungen geschehen, des Morgens, als es noch kühl war, nicht so weit gingen, als bey der Tages-Hitze. Denn ich sah wohl, daß die Dichte der Luft, wodurch derselbe diese Begebenheit erleidet, die Ursache hiervon unmöglich seyn könnte. Nachdem ich aber die Sache näher untersucht hatte, so habe ich nimmer finden können, in welchem Grad der Feuchtigkeit die Gewalt des Pulvers zu vermehren vermögen würde. Denn aus allen den häufigen Versuchen, welche zu diesem Ende angestellt, habe ich niemahls bemerken können, daß die mittlere Grösse merklich übertroffen hätte, ausgenommen in sehr kalten Meuten; oben diese Vermehrung aber kam, wie ich zu vermuthen Grund habe, vielmehr von einer Verrückung der Maschine her. Wenn die Elasticität der wässerichten Dünste so groß ist, als man dafür hält (welches gleichwohl noch keine ausgemachte Sache ist), so ist es leicht seyn, daß daher einige Verstärkung bey Entzündung einer grossen Menge Pulvers verursacht würde.

ANMERKUNG

In diesem Satz wird von dem Verfasser ein sehr wichtiger Umstand berührt, weswegen das Pulver zu einer Zeit eine weit geringere Gewalt ausübet, als zu einer andern. Derselbe beruhet auf der Menge der Feuchtigkeit, welche das Pulver aus der Luft an sich gezogen. Hierbey kommen nun zwey Umstände vor, erstlich wie viel Feuchtigkeit das Pulver in einem jeglichen Fall in sich enthalte, und zweytens nun wie viel die Gewalt desselben von einem jeglichen Grad der damit vermischten Feuchtigkeit vermindert werde. Das erstere läßt sich durch das Gewicht erkennen. Denn wenn man erstlich eine gewisse Quantität Pulver vollkommen trockenel und genau abwägt, hernach aber bey einer jeden Veränderung der Luft das Gewicht derselben Quantität wiederum sorgfältig bemerket, so muß der Zuwachs des Gewichts immer anzeigen, wie viel Feuchtigkeit in dem Pulver enthalten ist. Weil die Feuchtigkeit der Luft durch das Hygrometer ziemlich genau bestimmt werden kann, so könnte man über diesen Umstand nützliche Versuche aufstellen, wenn man bey einem jeglichen verschiedenen Grad, den das Hygrometer weiset, eine gewisse Quantität Pulver abwägen sollte. Auf diese Art würde man erkennen, wie viel Feuchtigkeit das Pulver in einem jeglichen Zustand der Luft, welcher durch das Hygrometer angezeigt wird, in sich enthalte. Man müßte aber bey einer jeden Veränderung, so in der Luft vorgeht, das Pulver eine geraume Zeit der Luft ausgesetzt lassen, damit dasselbe immer eben den Grad der Feuchtigkeit an sich nehmen könnte, welche die Luft hat. Denn es ist leicht zu erachten, daß wenn die Feuchtigkeit der Luft abnimmt, diejenige, welche sich schon vorher in das Pulver gezogen, nicht so bald wiederum durch die Ausdünstung davon gehen könnte. Es würden sich auch bey der wirklichen Ausstellung solcher Versuche, allem Ansehen nach, noch mehr Schwierigkeiten einfinden, dennoch aber würden dieselben nicht hindern, daß dergleichen Experimente keinen sehr grossen Nutzen haben sollten. Da auch, wie der Autor bemerket, das schlechte Pulver weit mehr als das gute von der Feuchtigkeit der Luft an sich ziehet, so könnte man auch auf diese Art die Güte des Pulvers untersuchen: indem dasjenige unstreitig das beste ist, welches am wenigsten Feuchtigkeit zu sich nimmt.

Wenn man nun auf diese Art gefunden hat, wie viel Feuchtigkeit das Pulver zu einer jeden Zeit in sich enthält, so kann man nach der von dem Autore erfundenen Methode leicht untersuchen, um wie viel dadurch die Ge-

walt verringert wird; und solchergestalt würde man im Stande seyn, die Wirkung des Pulvers bloß allein aus der Theorie weit genauer zu be-
 messen, als bisher möglich gewesen. Der Verfasser führet hier, um die Vermuthung des feuchten Pulvers darzuthun, ein merkwürdiges Exempel an, daß eine Kugel von feuchtem Pulver nur eine Geschwindigkeit von 1200 Schuh in einer Secunde mitgetheilet worden, da unter eben denselben Umständen von trockenem Pulver die Geschwindigkeit der Kugel 1700 Schuh in einer Secunde ausgemessen ist. bestimmt zwar nicht, wie viel Feuchtigkeit in diesem Fall mit dem Pulver vermischt gewesen; wenn wir aber annehmen, daß die Feuchtigkeit den sechsten Theil des ganzen Gewichts betragen, so könnte man sagen, daß der Pulver mit dem dreyßigsten Theil Wasser vermischt wird, seine Gewalt $\frac{1}{17}$ vermindert werde. Wenn nun ferner, welches zwar nicht zu ver-
 muthen ist, der Abgang der Gewalt des Pulvers immer der damit vermischten Feuchtigkeit proportional wäre, so könnte man hieraus finden, um wie viel die Gewalt des Pulvers durch eine jegliche andere Menge Feuchtigkeit, so dann vermischt ist, vermindert werde.

Denn laßt uns setzen, daß die mit dem Pulver gemischte Feuchtigkeit den $\frac{1}{11}$ Theil des Gewichts austrage, so müßte sich $\frac{1}{11}$ zu $\frac{1}{17}$ verhalten, und zu dem gesuchten Verlust der Gewalt des Pulvers, welches $\frac{1}{17}$ ist, $= \frac{160}{17}$ oder beynahe $= \frac{9}{1}$ seyn würde. Wenn also nur der hundertste Theil Feuchtigkeit mit dem Pulver vermischt ist, so müste die Kraft des Pulvers den $\frac{1}{11}$ Theil abnehmen, welcher Verlust gleichwohl weit grösser ist, als die von dem Autore angeführten Experimente anzeigen. Denn der Autor berichtet, solches Pulver, welches lange Zeit in einem warmen Orte gelegen, dennoch bey der Trocknung noch den $\frac{1}{100}$ Theil von seiner Gewalt verlohren, so muß sich vermuthlich öfters ein eben so grosse Verloren bey dem Pulver, womit die vorhergemeldeten Experimente gemacht worden, befunden haben, welche doch diesem ungeachtet mit des Autors Vermuthung ziemlich genau überein zu kommen scheinen. Dahero zu schließen, daß wenn nur der hundertste Theil Feuchtigkeit mit dem Pulver vermischt ist, seine Gewalt dadurch nicht merklich vermindert werde.

Man siehet aus demjenigen, was bisher angeführet worden, daß die verschiedene Schwere und Dichtigkeit der Luft in der Wirkung des Pulvers keine merkliche Veränderung verursachen könne. Man kann sich denken, daß, da eine schwere Luft stärker gegen die Kugel, als eine leichte, von dem Pulver durch den Lauf heraus getrieben wird, drückt,

die Geschwindigkeit im erstern Fall mehr vermindert werden müßte, im letztern. Allein, da wir oben gewiesen haben, daß kein merklicher Unterschied in der Geschwindigkeit der Kugel heraus kommt, wenn man auch den Druck der Luft völlig aus der Acht läßt, so kann die verschiedene Dichtigkeit desselben um so viel weniger einen merklichen Unterschied ver-

ELFTER SATZ

Die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die aus der Entzündung des Pulvers entstehende Flamme durch ihre eigene Ausdehnungs-Kraft fortgetrieben wird, wenn eine Kugel noch ein anderer Körper vor das Pulver in dem Stück geladen wird.

Wenn das ganze Wesen des Pulvers in eine subtile elastische Materie verwandelt würde, so könnte man aus der Ausdehnung derselben, welche oben bestimmt worden, und ihrer Dichtigkeit, welche bekannt ist, den Grad der Geschwindigkeit, womit sich dieselbe ausbreiten anfangt, leicht bestimmen, und daraus ferner die darauf folgende Bewegung derselben durch die Seele des Stücks heraus bringen. Nachdem wir dargethan haben, daß diese subtile elastische Materie, worinn die Theile des Pulvers bestehen, nur ungefähr $\frac{8}{10}$ von der ganzen Substantz des Pulvers beträgt, so bleiben die übrigen $\frac{7}{10}$ nach der Entzündung mit der subtilen elastischen Materie vermischt, und müssen daher durch ihre Schwere die Bewegung derselben hemmen. Ueber dieses sind auch diese zwey verschiedenen Materien, worinn sich das Pulver auflöst, nicht so genau mit einander vereinigt, daß dieselben einerley Bewegung theilhaftig werden, sondern die gröbern Theile müssen weit langsamer fortgetrieben werden, als die feineren, ja viele von denselben bleiben so gar in dem Lauf zurück, wie aus der Erfahrung, welche sich in den Schieß-Gewehren, nachdem dieselben öfters entzündet worden, befindet, leicht abzunehmen ist.

Die Ungleichheit, welcher die ausdehnende Bewegung der Flamme unterliegt, nöthiget uns, um dieselbe genau zu bestimmen, unsere Aufmerksamkeit auf die Richtung zu nehmen, und darauf allein unsere Untersuchung zu gründen.

Die Experimente, welche zu diesem Ende angestellt worden zweyerley Art: die ersten wurden gemacht mit dem Lauf, welcher mit dem Buchstaben A bemerkt haben. Derselbe wurde mit Pulver, nebst einem leichten Pfropf von Hanf, geladen; und nach einer Mündung 19 Zoll von dem Mittel-Punkt des in dem siebenten Sa-
 beren Penduli entfernt worden, so wurde dasselbe in dieser Lage los-
 und bemerkt, daß das Pendulum von der Gewalt der blossen Flamme
 einen Bogen zurück getreten, dessen Sehne 13,7 Zoll betragen. Wenn
 annehmen, daß die ganze Substantz des Pulvers auf das Pendulum
 und daß alle Theile mit einerley Geschwindigkeit gegangen, so folg-
 Geschwindigkeit ungefehr 2650 Schuh in einer Secunde hätte austr-
 dieses ist also die kleinste Geschwindigkeit, welche man dem Pul-
 Ausdehnung zuschreiben kann. Wenn wir aber setzen, daß die su-
 schen Theile eine weit grössere Geschwindigkeit in dieser Ausdehnung
 als die größern, welches ohne Zweifel der Wahrheit gemäß ist,
 vorher gefundene gemeine Geschwindigkeit, in Ansehung der su-
 des Pulvers vermehrt, in Ansehung der größern aber vermindert
 auch, allem Ansehen nach, ein merklicher Theil der Geschwindigkeit
 die Flamme durch den Raum von 19 Zollen durchgedrungen, ver-
 gangen, so habe ich hierüber die folgenden Experimente angest-
 dieser Schwierigkeit nicht unterworfen sind.

Ich befestigte den mit dem Buchstaben A bemerkten Lauf d-
 das Pendulum, daß die Axe desselben horizontal und zugleich p-
 auf die Fläche des Bretts war, oder, welches einerley, daß derselbe
 der Schwingungen des Penduli zu liegen kam. Das Punkt, wo
 Laufs das Pendulum berührte, war 6 Zoll über dem Mittelpunk-
 und das Gewicht des Laufs nebst dem Eisen, welches zur Befestigu-
 worden, war $11\frac{1}{2}$ Pfund. In dieser Lage wurde der Lauf mit
 Pulver ohne Kugel und Pfropf geladen, und das Pulver nur all-
 Ladestock zusammen gedrückt. Nachdem nun der Schuß gesche-
 das Pendulum durch einen Bogen hinauf, dessen Sehne von 10 Zoll
 worden. Wenn man nun diese Wirkung auf einen gleich starken
 das Mittel-Punkt des Penduli reducirt, und dasjenige, was das
 Laufs dazu beygetragen, abzieht, so wird man finden, daß dasselbe
 Bogen, dessen Sehne 14,4 Zoll, gestiegen seyn würde.

1) Siehe p. 123. F. R. S.

Eben dieses Experiment ist zum andern mahl wiederhohlet worden, und wurde die Sehne des Bogens, durch welchen das Pendulum gestiegen, von 12 Zoll befunden, welche auf obige Art reducirt 14,6 Zoll geben.

Um den Unterscheid in der Geschwindigkeit zu untersuchen, welcher sich in verschiedenen Theilen der Flamme befindet, habe ich den vorigen wiederum mit 12 Drachm. Pulver geladen, und dasselbe mit einem Pfropf beschloß, so 1 Drachm. wog, zusammen getrieben. Ich stellte mir nun vor, dieser Vorschlag, weil derselbe so leicht war, augenblicklich eben denjenigen der Geschwindigkeit erlangen würde, mit welchem sich der subtile Theil des Pulvers vor sich allein, wann kein Vorschlag vorhanden gewesen wäre, zu bewegen vermag: und auf diese Art fand ich, daß die Sehne des aufsteigenden Bogens wirklich auf 12 Zoll vermehret worden, welche nach der Reduction auf das Mittel-Punkt des Penduli 17,3 Zoll austragen. Da in den beyden erstern Experimenten die mittlere Länge der Sehne war 12 Zoll, so hat in dem gegenwärtigen Fall, da die Gewalt durch den Zusatz von 1 Drachm. Materie, so sich mit dem geschwindesten Theil der Flamme bewegt, vermehret worden, die Sehne des aufsteigenden Bogens um 1/3 Zoll zugenommen. Folglich war die Geschwindigkeit, welche dieser Drachm. Pulver eingeprägt worden, von 7000 Schuh in einer Secunde.

Man könnte vielleicht gegen diese Bestimmung einwenden, daß die Verlangsamung des Bogens, durch welchen das Pendulum in diesem Fall zurück geht, nicht allein von der dem Vorschlag mitgetheilten Bewegung hergeleitet werden, sondern daß die nähere Einschränkung des Pulvers, wodurch ein Theil davon entzündet worden, nicht wenig zu dieser Vermehrung beitragen. Allein, wenn es wahr wäre, daß sich nicht alles Pulver, sondern nur ein Theil davon entzündete, wenn kein Vorschlag gebraucht wird, so würde man nicht wahrnehmen, daß, wenn man verschiedene Quantitäten Pulver ohne Vorschlag loßbrennet, alsdenn die Sehne des aufsteigenden Bogens nach eben dem Verhältniß zu- und abnehme, als die Quantität des Pulvers vermehret oder vermindert worden. Welches Verhältniß doch, wie ich durch viele Vorversuche befunden, ziemlich genau eintritt. Denn, als ich 9 Drachm. Pulver geladen, so fand ich die Sehne des aufsteigenden Bogens von 7,3 Zoll, welche einer Ladung von 12 Drachm. 10 bis 10,1 Zoll lang gewesen. Als ich nur 3 Drachm. zur Ladung genommen, so wurde diese Sehne nur 2 Zoll, die Länge zwar um $\frac{1}{2}$ Zoll kleiner ist, als obgedachte Verhältniß erfordert: können aber hiervon zwei andere wichtige Ursachen angezeigt werden.

Es findet sich aber hier eine noch viel stärkere Probe, daß sich Pulver zeitweilen einmal entzündet, wenn auch kein Vorschlag vor die Laufkugel steht. Dasselbe beruht hierauf, daß der Theil der Bewegung, welchen die Kugel erleidet, welcher von der Ausdehnung des Pulvers allein herrühret, nicht anders ist, wenn eine Kugel vor das Pulver geladen wird, als wenn man eine solche Quantität allein loßbrennet, ohne daß dieselbe mittelst eines Vorschlags zusammen gehalten worden. Wir haben gesehen, daß die Sehne des Bogens, welche das Pendulum von der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers aufgestossen worden, 10 oder 10,1 Zoll gewesen: als ich aber denselben auf die gewöhnliche Art mit Vorschlag und Kugel geladen, so habe ich die Länge des gedachten Bogens einmahl $22\frac{1}{4}$, ein andermahl $22\frac{7}{8}$ Zoll lang gefunden: zwischen $22\frac{1}{4}$ die Mittel-Zahl ist. Wenn wir nun setzen, daß die Kugel, welche dem Vorschlag an eben dem Ort, wo der Lauf gegen das Pendulum festgesetzt worden, aufgestossen, und das mit eben derselben Geschwindigkeit, welche dieselbe bey der Mündung des Laufs erhalten hätte, so mittelst der Kugel das Pendulum durch einen Bogen, dessen Sehne ungefähr 12,3 Zoll, beschrieb, welches aus dem Gewichte des Penduli, dem Gewichte der Kugel, ihrer Geschwindigkeit, nebst dem Ort, wo dieselbe aufgestossen, nach den angeführten Experimenten und Regeln abzunehmen ist. Wenn diese Zahl 12,3 von der vorher gefundenen $22\frac{1}{4}$ abzieht, so muß 10,26 beynähe die Sehne des Bogens anzeigen, durch welchen das Pendulum von der Kraft des Pulvers allein gestossen worden, wenn man die Kugel geladen. Diese Zahl 10,26 ist nicht merklich unterschieden von der, wodurch die Sehne des aufsteigenden Bogens ausgedrückt worden, als dieselbe Quantität Pulver ohne Kugel und Vorschlag gegen das Pendulum gelohret hatten.

Daß also diese Geschwindigkeit von 7000 Schuh in einer Secunde, die wir für den wirkenden Theil der Flamme herausgebracht, nicht zu hoch erhalten, geht ganz deutlich aus dem 38sten Experiment, welches oben angeführt worden. Denn in demselben wurde die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 2400 Schuh in einer Secunde herans getrieben. Wenn sich nun die Flamme nicht mit einer weit grösseren Geschwindigkeit ausgebreitet hätte, so würde man eine merkliche Verminderung ihrer Gewalt auf diese so schnelle Bewegung der Kugel wahrnehmen müssen, welches doch nicht geschehen. Folglich ist in diesem Fall der Grad der Geschwindigkeit, womit sich das Pulver von der Kugel wirklich ausgebreitet, ohne einen merklichen Theil seine

en, weit kleiner seyn, als derjenige, womit sich das Pulver allein, wenn Kugel daselbst gewesen wäre, ausgedehnet haben würde.

und in eben dieser erstannlichen Geschwindigkeit, womit sich die Flamme um entzündeten Pulver ausbreitet, besteht hauptsächlich die so ganz ordentliche Gewalt derselben, wodurch sie alle andere sowohl alte als Erfindungen, welche immer zum Behuf des Kriegs-Wesens gemacht worden so weit übertrifft. Wenn man zwar nur auf die Grösse der Bewegung, welche den geworfenen Körpern eingedruckt wird, und welche man aus dem Gewicht derselben mit der Geschwindigkeit multiplicirt zu schätzen pflegt, so kann man gestehen, daß viele Kriegs-Maschinen der Alten eine weit grössere Wirkung hervor zu bringen vermögend gewesen, als unsere heut zu Tage den schwersten Canonen und Mörser. Allein die entsetzliche Geschwindigkeit, womit man anjetzo die Körper vermittelst des Pulvers fortzutreiben im Stande ist, kann mit jenen in keine Vergleichung gebracht werden. Die Ursache von diesem Unterscheid besteht hierinne, daß zwar die Alten die wirkende Gewalt theils durch Gewichte, theils durch Federn und verdrehte Stangen, nach Belieben vermehren konnten, allein eine jegliche Vermehrung der Kraft vermehrte zugleich die Materie, welche damit in Bewegung gesetzt werden mußte, dergestalt, daß wenn die Gewalt verstärket wurde, zugleich auch die Masse der Theile der Maschine, welche die Bewegung geben sollten, am Ge-
wichte zunahm. Dahero dann nothwendig folgte, daß die Wirkung der Gewalt nicht allein auf die Bewegung der fortzutreibenden Körper angewandt werden konnte, sondern der gröste Theil derselben mußte auf die Bewegung der Theile der Maschine selbst, mit welchen die Kraft verknüpft war, verwendet werden, um dieselben in Stand zu setzen, dem Körper, welcher fortzutreiben worden sollte, nachzufolgen, und denselben immer weiter fortzustossen, bis sich der Raum ihrer Wirksamkeit erstreckte. Aus diesem Grunde ist es nun, daß, obgleich diese alten Maschinen ungeheure Gewichte fortzubringen konnten, dennoch die Geschwindigkeit derselben sehr geringe war, in Vergleichung derjenigen, welche anjetzo durch die Gewalt des Pulvers den Kugeln und andern Körpern eingedruckt werden können. Dahero in allen Gelegenheiten, wo es auf eine sehr schnelle Bewegung ankommt, unsere jetzigen Maschinen einen sehr grossen Vortheil vor den alten erhalten. Wo aber keine schnelle Bewegung erfordert wird, da könnten auch noch heut zu Tage die alten Maschinen mit nicht geringem Vortheil gebraucht werden. Dahero verdienen auch noch alle Aufmersamkeit bey den Kriegsverständigen verdienen,

welche eine unangenehme Färbigkeit besitzen, einen jegenen
fession nach seinem wahren und eigentlichen Werth in Erwe
und sich nicht an die Vorurtheile der Zeit, in welcher sie leb

Aus den in diesem Satze gegebenen Bestimmungen läßt s
walt der Potarden erklären, indem ihre Wirkung bloß allein a
Flamme beruhet. Hieraus erhellet auch, daß eine Quantität Pu
einer solchen Maschine, wenn dieselbe wohl zugerüstet worde
grosse Wirkung hervor bringen könne, als eine Kugel, welch
schwer ist, und sich mit einer Geschwindigkeit von 14 bis 150
Secunde bewegt.

ERSTE ANMERKUNG

Wir haben schon oben bemerkt, daß die Geschwindigk
Kugel von dem Pulver eingedruckt wird, nicht allein von desselb
kraft herkomme, sondern daß auch die Geschwindigkeit selb
die Flamme der Kugel nachfolget, in Betrachtung gezogen
Denn es ist klar, daß, so groß auch immer die Gewalt des Pulv
wird, der Kugel dennoch von demselben kein grösserer Grad
keit eingedruckt werden könne, als derjenige ist, womit sich
Pulvers selbst, wenn keine Kugel vorhanden wäre, ausbreiten
Grad der Geschwindigkeit kan nun der Kugel nimmernmehr
den, indem das Pulver nur in so ferne auf die Kugel wirkt,
langsamer fortgehet, als die Flamme selbst fortgehen würde,
in demselben Augenblick zernichtet würde. Da nun die Ku
ihrer Schwehre, der Bewegung widerstehet, und auch über dies
ausserlichen Widerstand antrifft, so ist leicht zu erachten, daß
den Grad der Geschwindigkeit, womit sich die Flamme selbs
reichen könne. Hierans sieht man auch ferner, daß der höch
geschwindigkeit, welcher einer Kugel von dem Pulver mitgethe
beständig um soviel kleiner seyn müsse, als derjenige ist, welchen
erreichen kann, je schwerer die Kugel selbst, und je grösser der An
stand ist. Um dieser Ursache willen ist also die Frage, welch
in dem gegenwärtigen Satze aufwirft, von der grössten Wichtig
dieselbe erörtert worden, die wahre Geschwindigkeit der Kug

des Pulvers unmöglich bestimmt werden kann. Der Autor sieht zwar die Auflösung dieser Frage an sich selbst betrachtet, als sehr leicht an, und findet nur in den ungleichen Theilen, worin das Pulver durch die Entzündung aufgelöst wird, eine so grosse Schwierigkeit, daß er die Theorie völlig bey Seite setzt, und seine Zuflucht bloß allein zu den Experimenten nimmt. Ungachtet wir nun an der Geschicklichkeit des Verfassers, dergleichen Fragen aufzulösen, keinesweges zweifeln, so glauben wir doch, daß derselbe bey dieser Frage, wenn auch der gemeldete Umstand nicht da wäre, nicht wenig Schwierigkeit gefunden haben würde. Denn diese Frage erfordert die tiefste Einsicht in die Natur, und die Gesetze der Bewegung flüssiger Körper; und es ist noch nicht lange, daß man sich im Stande befindet, dergleichen Aufgaben durch Hülfe der Rechnung auszuführen.

Wir haben diese wichtige Erweiterung der mathematischen Wissenschaften den beyden weit berühmten Männern JOHANNI und DANIEL BERNOULLI zu danken, von welchen der letztere diese Materie zuerst in seinem unvergleichlichen Werke von der Hydrodynamie abgehandelt, und das ganze Werk meistens auf die Erhaltung der sogenannten lebendigen Kräfte gegründet. Sein Herr Vater, der Hr. Prof. JOH. BERNOULLI in Basel hat hierauf die Natur dieser Bewegungen aus den ersten Grundsätzen der Mechanik auf eine sehr sinnreiche Art erklärt, welche Abhandlung sich sowohl in dem IX. Theil der Werke der Kayserl. Academie in St. Petersburg¹⁾, als der vor einigen Jahren in Lansanne herausgekommenen Sammlung aller Werke dieses grossen Manns, befindet. Da nun diese wichtigen Erfindungen unserm Verfasser, als er sein Werk geschrieben, noch unbekant gewesen, so ist auch schwer zu glauben, daß er mit der Auflösung dieser Frage so leicht würde haben zurechte kommen können; ungeschachtet er dieselbe für sehr leicht zu halten scheint. Die gröste Schwierigkeit besteht aber gar nicht darinn, daß die ungleichen Theile, worin das Pulver durch die Entzündung aufgelöst wird, auch in eine ungleiche Bewegung gesetzt werden: sondern wenn auch diese Ungleichheit nicht vorhanden wäre, so würde doch die Bestimmung der verschiedenen Kräfte, welche auf alle Theilchen insbesondere wirken, noch weit schwerer fallen. Insonderheit aber wenn man betrachtet, daß in einem jeglichen Zustand, worinn sich die aus dem Pulver erzeugte Luft während der Ausdehnung befindet, nicht alle Theile einen gleichen Grad der Elasticität, und folglich auch nicht einen gleichen Grad der Dichtigkeit, haben können; so er-

1) Siehe die Anmerkung 3 p. 6. F. R. S.

eignen sich in der Anrechnung so viel Schwierigkeiten, daß auch die obgemeldeten Methoden der Herren BERNOMAI kaum hinreichend sind, sie zu überwinden. Denn da, wie wir schon oben erinnert haben, die Bewegung jedes Theilchens, so lange die Ausbreitung dauret, beständig vorwärts so muß auch ein jegliches Theilchen von hinten stärker, als von vorne gedrückt werden: folglich muß die elastische Kraft hinten immer größer, als vorne. Wenn also eine Kugel vor dem Pulver befindlich ist, so wird dieselbe nach der Entzündung immer nur von der kleinsten Kraft, die die Theile der Flamme begabet sind, fortgestossen werden, weil da die hinteren Theile mit ihrer Elasticität wirken. Weil aber die Theile der aus dem Pulver erzeugten elastischen Materie so sehr subtil sind, so wird also eine sehr geringe Kraft erfordert, um dieselben in Bewegung zu setzen, so kann auch die Ungleichheit in der Elasticität nicht mehr in Betrachtung gesetzt werden, dahero wir uns nicht viel von der Wahrheit entfernen werden, wenn wir annehmen, daß in einem jeden Augenblick die Elasticität durch die Theile der subtilen Materie gleich vertheilet sey. Auf diese Art fallen aber die größtentheils Schwierigkeiten weg, und die Frage kann nach den obgemeldeten Methoden in eine einfache Gestalt aufgelöset werden.

Weil man die aus dem Pulver durch die Entzündung erzeugte elastische Materie als eine sehr stark zusammengepreßte Luft ansehen will, wollen wir setzen, daß im ersten Augenblick nach der Entzündung in

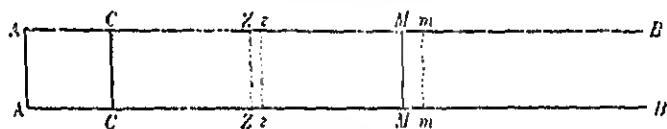


Fig. 9.

dem Cylinder $A A B B$ (Fig. 9) der Raum $A A C C$ mit dergleichen zusammengepreßter Luft erfüllet gewesen. Es sey nun die Länge dieses gantzen Cylinders $= c c$, und die Länge $A C = b$; die in diesem Raum zusammengepreßte Luft aber sey m mahl dichter, als die natürliche Luft. Wird auch nach der gemeinen Regel die Elasticität derselben m mahl so groß seyn, als die Elasticität der natürlichen Luft. Wenn wir also die Höhe des Quecksilbers in dem Barometer setzen $= h$, deren Schwere der natürlichen Luft gleich ist, so wird die Elasticität der natürlichen Luft das Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= 12000h$, ausgedrückt. Folglich wird die Elasticität der in dem Raum $A C$ zusammengepreßten

dem Druck einer natürlichen Luft-Säule, welche 12000 mb hoch ist, gleich seyn. Lasst uns nun setzen, daß sich diese Luft nach einiger Zeit schon bis MM ausgedehnet habe, und nennen die Länge dieses Raums $AM = x$; so wird die Dichte der durch diesen Raum ausgebreiteten Luft sich zur anfänglichen Dichte in AC verhalten, wie AC zu AM , das ist, wie b zu x , und also wird dieselbe noch $\frac{mb}{x}$ mal grösser seyn, als die der natürlichen Luft, und ihre Elastizität wird dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe ist

$$= \frac{12000mbh}{x}.$$

Wenn wir nun annehmen, daß sich diese Luft gantz allein durch ihre Kraft ausbreite, und weder eine Kugel noch einen Pfropf vor sich her stossen müsse, so kann die Geschwindigkeit, mit welcher diese Ausdehnung geschieht, auf einen jeglichen Augenblick, und an einem jeglichen Orte, also bestimmt werden. Es sey \sqrt{v} die Geschwindigkeit, mit welcher sich die vorderste Scheibe MM gegen BB fort bewege, dergestalt daß v die Höhe andeutet, aus welcher ein schwerer Körper durch den Fall eben diejenige Geschwindigkeit erhält, mit welcher die Scheibe MM fortgeht. Da wir nun annehmen, daß sich die zusammengedruckte Luft beständig gleichförmig ausbreite, so wird eine jegliche andere Scheibe ZZ um so viel langsamer fortgehen, je näher dieselbe dem Boden AA ist. Wenn wir also diese Entfernung $AZ = z$ setzen, so wird die Geschwindigkeit in ZZ seyn $= \frac{z\sqrt{v}}{x}$ und indem die vordere Scheibe MM durch den unendlich kleinen Weg $Mm = dx$ vorrücket, so wird die Scheibe ZZ durch einen Weg, so $= \frac{zdx}{x}$ fortgehen. Da aber die Geschwindigkeit vermehret wird, so wollen wir nach den Regeln der Differential-Rechnung setzen, daß indem MM durch Mm fortgeht, die Höhe x um dx oder die Geschwindigkeit selbst \sqrt{v} um $\frac{dv}{2\sqrt{v}}$ vermehret werde; so wird in eben der Zeit die Geschwindigkeit der Scheibe ZZ um

$$\frac{zdx}{2x\sqrt{v}}$$

und die Höhe $\frac{z^2 dv}{2x}$, aus welcher diese Geschwindigkeit erlanget wird, um

$$\frac{zx dv}{xx}$$

zunehmen. Wir wollen nun der Scheibe ZZ eine Dicke $Zz = dz$ geben, der-

gestalt, daß ihr Inhalt seyn soll $= ccdz$, und da die Luft in die
 $\frac{mb}{x}$ mahl dichter ist, als die natürliche, so wird die Scheibe $ZZzz$
 sehung der Materie, einer gleich dicken Scheibe natürlicher Lufts
 deren Höhe $= \frac{mbdz}{x}$. Da nun die Bewegung dieser Scheibe vermehrt
 keine solche Vermehrung aber ohne Kraft hervorgebracht werden
 wollen wir setzen, daß die Kraft, wodurch die Geschwindigkeit
 $ZZzz$ vermehrt wird, dem Gewicht einer natürlichen gleich dicken
 gleiche, deren Höhe $= 12000p$. Weil wir nun gesehen, daß die
 Scheibe durch den Weg $\frac{zdx}{x}$ fortrückt, die ihre Geschwindigkeit
 Höhe $\frac{zzx}{xx}$ um $\frac{zzdx}{xx}$ wachse, so muß sich nach den Grund-Gesetzen
 nic dieser Zuwachs $\frac{zzdx}{xx}$ zu dem Wege $\frac{zdx}{x}$ verhalten, wie die
 Kraft $12000ccp$ zum Gewicht der Scheibe $\frac{mbccd z}{x}$, das ist

$$\frac{zzdx}{xx} : \frac{zdx}{x} = 12000ccp : \frac{mbccd z}{x},$$

woraus man bekommt die Grösse der zur Forttreibung dieser Scheibe
 derten Kraft

$$12000ccp = \frac{mbccz dz dv}{xx dx} = \frac{mbccd v}{xx dx} \cdot z dz.$$

Da nun zu der unendlich kleinen Scheibe $ZZzz$ so viel Kraft
 so wird das Integrale der gefundenen Formel, nemlich

$$\frac{mbccd v}{xx dx} \cdot \frac{zz}{2},$$

die Kraft anzeigen, welche zur Acceleration der im Raum $AAZZ$
 Luft nöthig ist, und wann wir jetzt $z = x$ setzen, so kommt
 Kraft, von welcher die Acceleration aller im Raum $AA MM$ ein
 Luft herrühret, heraus, und wird

$$= \frac{mbccd v}{2 dx}.$$

Diese Kraft muß nun, wenn kein Widerstand vorhanden, die
 Kraft, womit diese zusammen gedruckte Luft begabet ist, gleich
 durch das Gewicht einer natürlichen Luft-Säule, deren Höhe $=$
 Dicke $= cc$, ausgedruckt worden; folglich bekommen wir diese

$$\frac{dv}{2dx} = \frac{12000h}{x}, \quad \text{oder} \quad dv = \frac{24000hdx}{x},$$

das Integrale gibt

$$v = 24000hl \frac{x}{h}.$$

wir nun für x setzen $AB = a$, so bekommen wir die Höhe, aus welcher diejenige Geschwindigkeit erzeugt wird, womit die in unserm Cylinder zusammen gepreßte Luft bey der Oefnung BB heransfahren und diese Höhe ist also

$$= 24000hl \frac{a}{h}.$$

zu merken, daß alhier für $l \frac{a}{h}$ nicht die gewöhnlichen Logarithmi, sondern die so genannten hyperbolischen Logarithmi genommen werden müssen. Wenn man sich aber der gemeinen bedienen will, so muß man dieselben mit Zahl 2,30258509 multipliciren, oder man bekommt

$$v = 55261hl \frac{a}{h}.$$

Man aber wissen, wie viel Schuhe diese Geschwindigkeit in einer Secunde thut, so darf man nur die Länge h in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhs ausdrücken, und die Quadrat-Wurzel aus v durch 4 dividiren. Wenn $h = 30$ Englische Zoll genommen wird, so ist nach Rheinländischem $h = 2425$, und die gesuchte Geschwindigkeit beträgt

$$\frac{1}{4} \sqrt{55261 \cdot 2425} l \frac{a}{h}$$

1. Schuhe in einer Secunde. In dem von dem Autore zuerst angeführten Beispiel war

$$a = 45 \quad \text{und} \quad b = 2 \frac{5}{8}, \quad \text{folglich} \quad \frac{a}{b} = \frac{360}{21} = \frac{120}{7},$$

so mußte in diesem Fall die Flamme, wonn weder Kugel noch Vorschlag das Pulver geladen worden, und auch kein äußerlicher Widerstand vorhanden wäre, aus dem Lauf mit einer Geschwindigkeit heraus fahren, womit in einer Secunde so viel Schuhe, als diese Zahl

$$\frac{1}{4} \sqrt{55261 \cdot 2425 \cdot 1,23408^4}$$

1) Im Original $\frac{1}{4} \sqrt{55261 \cdot 2425 \cdot 1,23438}$. Berichtigt von F. R. S.

gesetzt, werden durchlaufen können. Da nun

$$155261 = 4,7424187$$

$$12425 = 3,3847117$$

$$11,23108 = 0,0913435$$

$$8,2184740$$

die Hälfte genommen

$$4,1092370$$

subtr. 11

$$= 0,6020600$$

$$3,5071770.$$

so beträgt diese Geschwindigkeit so viel Schuh 3215 in einer Sekunde, als die Zahl mehr als um die Hälfte kleiner ist, als diejenige, wodurch seine Experimenta herausgebracht, ungeachtet wir hier Gegendruck der Luft, noch auf den Widerstand derselben, welcher beyde Umstände diese Geschwindigkeit noch mehr vermindert, da der Gegendruck der Luft dem Gewicht des Quecksilbers, und folglich einer Luft-Säule, so 12000*h* hoch ist, gleich stand einer Luft-Säule aber, deren Höhe = *v*, gleich ist, so folche Resistenz = (12000*h* + *v*)*c*², welche in der obigen Resultatstossenden Kraft

$$\frac{12000mbcch}{x}$$

abgezogen werden muß. Dahero wir diese Vergleichung erhalten

$$\frac{mbdv}{2dx} = \frac{12000mbh}{x} - 12000h - v,$$

welche in diese verwandelt wird

$$dv + \frac{2vdx}{mb} = \frac{24000hdx}{x} - \frac{24000hdx}{mb}.$$

Diese Aequation wird integrabel, wenn man sie mit $e^{\frac{2x}{mb}}$ multipliziert, die Zahl bedeutet, deren Logarithmus hyperbolicus gleich ist 2,718281828; das Integrale selbst aber wird:

$$e^{\frac{2x}{mb}}v = 24000h \int \frac{e^{\frac{2x}{mb}}dx}{x} - 12000he^{\frac{2x}{mb}}.$$

man nun m eine so grosse Zahl andeutet, daß der Bruch $\frac{2x}{mb}$ sehr klein wird, wird beynahe

$$e^{\frac{2x}{mb}} = 1 + \frac{2x}{mb}$$

folglich

$$\int_x^{\frac{2x}{mb}} e^{\frac{2x}{mb}} dx = l \frac{x}{b} + \frac{2x}{mb} - \frac{2}{m}$$

il dieses Integrale verschwinden muß, wenn $x=b$. Dahero bekommt man

$$\left(1 + \frac{2x}{mb}\right)^n = 24000h l \frac{x}{b} + \frac{24000hx}{mb} - \frac{24000h}{m}$$

man multiplicire durch $\frac{1}{1 + \frac{2x}{mb}}$ oder durch $1 - \frac{2x}{mb}$, so wird

$$v = 24000h \left(1 - \frac{2x}{mb}\right) l \frac{x}{b} + \frac{24000hx}{mb} - \frac{24000h}{m}$$

man nun nemlich die Terminos, welche allzu klein werden, auslässt. Um die Geschwindigkeit zu bekommen, mit welcher die Flamme bey der Verbindung BB hervor bricht, so setze man $x=a$, und damit man sich der Logarithmen bedienen könne, so multiplicire man den gefundenen Logarithmum mit 2,30258509, woher entspringt

$$v = 55261h \left(1 - \frac{2a}{mb}\right) l \frac{a}{b} + \frac{24000ha}{mb} - \frac{24000h}{m}$$

er ist, wie wir vorher gesehen, $h=2425$ tausendste Theile eines Rheinländischen Schuhs, und wenn wir mit dem Autore annehmen $m=1000$, und für den vorigen Fall setzen $\frac{a}{b} = \frac{120}{7} = 17,1428$, so wird $l \frac{a}{b} = 1,2340832$ und also

$$v = 160646077;$$

und die Geschwindigkeit wird in einer Secundo 3168 Schuhe betragen; welche sehr viel geringer ist, als diejenige, welche wir vorher, ohne auf die Resistenz der Luft zu sehen, heraus gebracht haben.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wenn nun des Autoris Experimente und die daraus gemachten ihre Richtigkeit haben, so ist diese Geschwindigkeit, welche wir hier Theorie gefunden, viel zu klein. Dieselbe würde aber noch viel kleiner gekommen seyn, wenn wir der Wahrheit gemäß in Betrachtung hätten, daß sich nicht alles Pulver im ersten Augenblick zugleich entzündet und ferner würde noch über dieses die Betrachtung der größeren Theile des Pulvers eine merkliche Verminderung in dieser Geschwindigkeit verursachen. Sollten diese Umstände, wie wohl zu vermuthen, so vertragen, daß die Geschwindigkeit in dem angeführten Exempel nicht weniger als 2000 Schuhe in einer Secunde ausmache, so würde auch keine Kugel einer so grossen Geschwindigkeit heraus getrieben werden können, als die Experimente des Autoris gefunden worden. Ja wenn wir so gar annehmen wollten, daß sich alles Pulver auf einmal entzündet, und daß auch die Theile die Bewegung der subtilern nicht hindern, so würde doch die Geschwindigkeit der Kugel weit kleiner heraus kommen, als solche in der That befunden wird.

Um dieses deutlicher vor Augen zu legen, so dürfen wir nur die obigen Rechnung außer den Theilchen der zusammen gepressten Luft, in Bewegung gesetzt werden möchten, noch eine Kugel in Betrachtung ziehen. Laßt uns also setzen, daß sich vor der zusammen gepressten Luft in MM noch eine Kugel befinde, deren Gewicht einer Luft-Säule gleich welcher Dicke $= cc$ und Höhe $= k$. Weil nun diese Kugel mit der vordersten Scheibe MM einerley Bewegung hat, wenn wir annehmen, daß dieselbe von einer Kraft, welche dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleich $= P$, gleich ist, fort getrieben werde, so bekommen wir nach den Grundsätzen der Bewegung diese Vergleichung: $kdv = Pdx$, und also

$$P = \frac{kdv}{dx}.$$

Diese Kraft muß zu derjenigen, welche zur Acceleration der Flamme erfordert worden,

$$\frac{mbccdv}{2dx},$$

addirt werden, und da bekommt man die völlige zur Acceleration erforderliche Kraft

$$= -\frac{mbcdv}{2dx} + \frac{kcdv}{dx},$$

welche der Elasticität, wodurch die Bewegung in der That fortgesetzt wird, gleich seyn muß, wenn wir nemlich, welches ohne merklichen Fehler geschehen kan, die Resistenz der Luft aus der Acht lassen. Auf diese Art erhalten wir diese Aequation, nachdem wir durch cc dividiret,

$$\frac{mbdv}{2dx} + \frac{kdv}{dx} = \frac{12000mbb}{x}$$

und folglich

$$v = \frac{24000mbb}{mb+2k} \frac{x}{b}.$$

Hieraus erhellet, daß die Geschwindigkeit der Kugel immer weit kleiner seyn müsse, als die Geschwindigkeit der blossen Flamme, welche durch diese Aequation $v = 24000bl \frac{x}{b}$ ausgedruckt gefunden worden. Es wird sich also die Geschwindigkeit der Kugel verhalten zur Geschwindigkeit der blossen Flamme, welche dieselbe unter gleichen Umständen erlangt haben würde, wie \sqrt{mb} zu $\sqrt{(mb+2k)}$ oder wie 1 zu

$$\sqrt{1 + \frac{2k}{mb}}.$$

Da nun in dem vorher angeführten Exempel die Geschwindigkeit der blossen Flamme 3168 Schuhe in einer Secunde betragen, so wird die Geschwindigkeit der Kugel, so unter eben denselben Umständen heraus geschossen worden, in einer Secunde nur

$$\frac{3168}{\sqrt{1 + \frac{2k}{mb}}}$$

Schuhe austragen. Es ist aber hier $m = 1000$, $b = 2\frac{5}{8}$ Zoll, und da die Kugel von Bley gewesen, so wird $k = 4900$ Zoll; folglich wird

$$\sqrt{1 + \frac{2k}{mb}} = \sqrt{\frac{12426}{2625}}$$

und also die verlangte Geschwindigkeit der Kugel von 1456 Schuhe in einer Secunde gefunden werden, welche Geschwindigkeit weit kleiner ist, als die-

jenige, welche in eben diesem Fall die Versuche zu erkennen ge-
Dieselbe würde aber noch geringer heraus gekommen seyn, wenn
größeren Theile des Pulvers, und auch noch dieses in Betracht
hätten, daß sich nicht alles Pulver auf einmal entzündete.

Aus allem diesem erhellet nun ganz deutlich, daß die von
angegebne Theorie von der Gewalt des Pulvers mit seinen eigenen
unmöglich bestehen könne, und daß eine weit grössere Kraft in den
borgern liegen müsse, als der Autor glaubt. Wir sind also genöthigt
je mehr der Meynung des tief sinnigen Herrn DANIEL BERNOULLI be-
welcher in seiner *Hydrodynamic* behauptet, daß die erste Elasticität
Pulver befindlichen subtilen Materie, bey nahe 10000 mahl grösser
Elasticität der natürlichen Luft.¹⁾ Da nun das Pulver selbst nur
1000 mahl schwerer ist, als die Luft, und nur $\frac{3}{10}$ davon die zu-
drückte Luft ausmachen, so folget hieraus nothwendig, daß in so-
Zusammenpressungen der Luft die Elasticität derselben nach ein-
Verhältniß vermehret werde, als die Dichtigkeit. Denn wenn
nicht zugeben will, so kann man in dem Pulver unmöglich die
finden, welche doch nach den Experimenten wirklich darinne ste-
gestalt wird derjenige Grundsatz des Verfassers, welchen wir so
Zweifel gezogen, daß nemlich die Elasticität der Luft immer in
keit proportional sey, gänzlich umgestossen: und dieser Satz ka-
ders beybehalten werden, als wenn die Luft nicht allzusehr zusam-
wird. Die Beweis-Gründe, welche der Autor anführt, gehen auch
sen Fall, wie in der daselbst beygefügtten Anmerkung erinnert w-
wegen muß, um die Wirkungen des Pulvers zu erklären, eine ganz
von der Natur der Luft zu Hülfe genommen werden. Zu diesem
nun keine bisher bekannte Theorie der Luft bequemer zu seyn,
welche ich im 2ten Theil der *Comment.* der Academie zu L-
gegeben, allwo ich aus dem Begriff, den ich mir von dem Zustande
formiret hatte, folgendes gefunden. Da die Luft aus Materie be-
für sich klar, daß sich dieselbe nicht unendlich weit zusammen-
dahero muß es einen Grad der Dichtigkeit geben, welchen man i-

1) Siehe p. 48. P. R. S.

2) Siehe EULERS Abhandlung 7 (des ERESTRÖMSCHEN Verzeichnisses): *Tentamen
phenomenorum aeris, Comment. acad. sc. Petrop.* 2 (1727), 1729, p. 347; *Opera omnia*, series II, vol. 27. P. R. S.

ung der Luft nicht überschreiten kann. Es sey also dieser höchste Grad Dichtigkeit der Luft q mahl grösser, als die Dichtigkeit der natürlichen; wenn man diese Zahl q als bekannt annimmt, so habe ich gefunden, daß die Elasticität der natürlichen Luft zur Elasticität einer Luft, welche m mahl dichter ist, als die natürliche, verhalten müsse, wie

$$\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2} \text{ zu } \sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}.$$

um die Elasticität der natürlichen Luft durch einen Cylinder von Quecksilber, dessen Höhe = h , ausgedrucket wird, so wird die Elasticität der Luft, dieselbe m mahl dichter ist, durch einen Cylinder von Quecksilber ausgedrucket werden, dessen Höhe

$$= \frac{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2}}{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-1)^2}} h.$$

aber q eine sehr grosse, und allem Ansehen nach grössere Zahl ist, als immer seyn kann, so wird zu unserm Vorhaben genau genug seyn

$$\sqrt[3]{(q-1)^2} = \sqrt[3]{q^2} - \frac{2}{3\sqrt[3]{q}} + \frac{1}{9q\sqrt[3]{q}}$$

$$\sqrt[3]{(q-m)^2} = \sqrt[3]{q^2} - \frac{2m}{3\sqrt[3]{q}} + \frac{mm}{9q\sqrt[3]{q}}.$$

wegen wird die Elasticität der Luft, wenn sie m mahl dichter ist, als natürliche, also ausgedrucket werden:

$$\frac{6mq + mm}{6q + 1} h = \left(m + \frac{m(m-1)}{6q} \right) h,$$

die Elasticität der natürlichen Luft wird sich verhalten zur Elasticität einer Luft, welche m mahl dichter ist, als die natürliche, wie 1 zu

$$m + \frac{m(m-1)}{6q}.$$

welcher Formel zugleich die gemeine Regel erhellet, daß wenn m keine grosse Zahl ist, die Elasticität immer der Dichte ziemlich genau proportional sey. Wenn aber die Zahl m anfängt, so groß zu werden, daß der Bruch $\frac{m(m-1)}{6q}$ nicht mehr aus der Acht gelassen werden kann, so muß die Abwei-

chnung der gemeinen Regel von der Wahrheit merklich werden
 ruhet aber auf der Größe der Zahl q , welche uns unbekannt ist,
 aber dieselbe bestimmen können, wenn wir nur in einem einzigen
 wie viel die gemeine Regel von der Wahrheit abweiche. Da wir
 angeführten Gründen deutlich sehen, daß, wenn die natürliche
 244 mahl kleinern Raum zusammengedrückt wird, als welcher
 statt findet¹⁾, ihre Elasticität vielmehr mahl vermehrt werden
 auf diejenige Vermehrung zu sehen, welche von der Erhitzung
 folget, daß die Zahl $6q$ viel kleiner als $244 \cdot 243$ seyn müßte. So
 sticity der gemeldeten zusammen gedruckten Luft 300 mahl grö-
 der natürlichen, so würde $56 = \frac{244 \cdot 243}{6q}$ und folglich $q = \frac{244 \cdot 243}{56}$
 kleiner als 244, welches wieder unsere festgesetzten Begriffe
 aber zu merken, daß wenn die Zahl m nicht viel kleiner ist,
 gedachte Näherung nicht statt finden könne; daher in solchen
 folgende Regel gebraucht werden muß. Nämlich, die Elasticität
 lichen Luft muß sich verhalten zur Elasticität einer m mahl die

$$\frac{2}{3\sqrt[3]{q}} + \frac{1}{9q\sqrt[3]{q}} \quad \text{zu} \quad \sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q-m)^2},$$

das ist, wie

$$6q + 1 \quad \text{zu} \quad 9qq - 9q\sqrt[3]{q(q-m)^2}.$$

Wenn also $m = 244$, so kann die Vermehrung der Elasticität
 werden, als wenn auch $q = 244$. In diesem Fall würde also
 tät der im Pulver zusammen gedruckten Luft $\frac{9qq}{3q+1}$, das
 grösser seyn, als die Elasticität der Luft in ihrem natürlichen Zu-
 wenn die Erhitzung dazu kommt, wie unser Autor dieselbe
 würde die Elasticität der aus dem Pulver durch die Entzündung
 und erhitzten Luft 1500 mahl grösser seyn, als der natürlichen
 nun dieses die größte Kraft zu seyn scheint, welche dem Pulver
 werden kann, so sieht man doch leicht, daß dieselbe noch nicht
 seyn würde, die durch die Erfahrung bestimmte Wirkung zu er-

1) Siehe p. 61. F. R. S.

DRITTE ANMERKUNG

Um derothalben zu einer richtigen Erkenntniß der im Pulver enthaltenen Kraft zu gelangen, so hat man erstlich zu erwegen, daß die im Pulver enthaltene Luft, nachdem dieselbe mit der natürlichen einerley Grad der Dichtigkeit angenommen, einen 244 mahl grössern Raum ausfüllt, als vorher das ganze Wesen des Pulvers eingenommen; die zusammen gepreßte Luft im Pulver aber nur ungefähr den dritten Theil desselben betrage. Dahero muß die Luft im Pulver vor der Entzündung noch ungefähr drey mahl, oder nach dem Autore $\frac{10}{3}$ mahl mehr zusammen gepreßt, und folglich 813 mahl dichter gewesen seyn, als die natürliche Luft. In einem solchen so sehr zusammen gepreßten Zustande befindet sich demnach die Luft im Salpeter verschlossen, und da der obige Werth des Buchstaben q nicht kleiner, als diese Zahl 813 angenommen werden kann, so scheint der Wahrheit am meisten gemäß zu seyn, daß q gleich sey 813 oder nach einer geraden Zahl $q = 800$. Denn weil sich dieser Grad der Dichtigkeit der Luft in allem Salpeter beständig befindet, so ist zu vermuthen, daß eben dieses auch der größte mögliche Grad der Zusammenpressung sey. Hieraus ist nun leicht zu erachten, wie ungeheure Kräfte zu Erzeugung des Salpeters erfordert werden, und da sich solche Kräfte in der Natur wirklich befinden, so ist sehr wahrscheinlich, daß dadurch die Luft in dem Salpeter auf den höchsten möglichen Grad zusammen gedrückt werde, und daß aus eben diesem Grunde die Gleichheit zwischen den verschiedenen Theilen des Salpeters beruhe. Wenn wir also setzen, daß die grösste Dichtigkeit, wozu die Luft durch die Zusammenpressung gebracht werden kann, 800 mahl grösser sey, als die natürliche, in welchem Zustand folglich die Luft eben so dicht, als das Wasser seyn würde, welche Gleichheit nicht wenig zu Bestätigung dieses Satzes beyzutragen scheint: so sind wir im Stande, eine vollständige Theorie über die verschiedenen Grade der Elasticität, welche sich in der Luft nach den verschiedenen Graden der Dichtigkeit befindet, zu geben. Denn wenn wir die Elasticität der natürlichen Luft durch 1 anzeigen, so wird die Elasticität einer Luft, welche m mahl dichter ist, als die natürliche, durch diese Zahl

$$(1200 - 3\sqrt[3]{100(800 - m)^2}) \left(1 - \frac{1}{4800}\right)$$

ausgedrückt werden, woraus folgende Schlüsse gemacht werden können.

Erstlich, wenn m eine sehr kleine Zahl ist, so wird die $= m + \frac{m(m-1)}{4800}$. Dahero wenn m ein Bruch ist, welches geschieht, Luft nicht zusammen gedruckt, sondern verdünnet wird, so ist cität immer der Dichte proportional, wie die gemeine Regel mit s und auch alle Experimente, welche über die Verdünnung der Luft worden, bezeugen.

Zweytens, wenn die Luft in einen 16 mahl kleinern Raum zu stossen wird, welches fast der höchste Grad ist, den man durch n Kräfte im Experimentiren erreichen kan, so wird die Elastic 16 $\frac{1}{20}$ mahl grösser, als die Elasticität der natürlichen Luft. Da Unterscheid kaum zu erkennen ist, so hat man sich nicht zu v daß bißher die Unrichtigkeit der gemeinen Regel nicht durch Vo entdeckt werden können.

Drittens, wenn m eine grössere Zahl ist, als 16, so wird die A der gemeinen Regel schon merklicher. Weil aber in diesen Fällen $m + \frac{m(m-1)}{4800}$ schon von der Wahrheit abzugehen anfängt, so muß der ersten, nemlich

$$(1200 - 3\sqrt[3]{100(800 - m)^2})\left(1 - \frac{1}{4800}\right)$$

bedienen.

Wenn also gesetzt wird $m = 100$, so wird die Elasticität

$$= (1200 - 3\sqrt[3]{49000000})\left(1 - \frac{1}{4800}\right) = 102,19.$$

Setzt man aber $m = 300$, so wird die Elasticität

$$= (1200 - 3\sqrt[3]{25000000})\left(1 - \frac{1}{4800}\right) = 322,73.$$

Setzt man aber viertens $m = 800$, wie in dem Salpeter n wirklich geschieht, so wird die Elasticität $= 1200$. Wenn nun die Erhitzung von der Flamme kommt, so kann dieselbe beynah 5 mahl grösser, und also über 5000 mahl grösser werden, als der Luft. Solchergestalt bekommen wir also eine Gewalt, welche 5 m ist, als diejenige, welche der Verfasser angiebt, und welche folglich schon nach, vermögend seyn wird, nach Abzug aller obgemeldeten diejenigen Wirkungen hervor zu bringen, welche uns die Erfahrung Hand giebt. Wie weit also diese Lehre mit der Erfahrung übere wollen wir in der folgenden Anmorkung untersuchen.

VIERTE ANMERKUNG

Laßt uns also wiederum setzen, daß in dem hohlen Cylinder $AABB$ der Raum $AACC$ mit Pulver angefüllt worden (Fig. 10). Da nun die zusammen



Fig. 10.

gepreßte Luft $\frac{8}{10}$ Theil des ganzen Gewichts des Pulvers ausmacht, so kommen hier dreyerley Materien zu betrachten vor: Erstlich diese zusammen gepreßte Luft, welche, wie gezeigt worden, 800 mahl dichter ist, als die natürliche; zweytens die groben Theile, woraus das Pulver besteht, und drittens die natürliche Luft, welche sich zwischen den Pulver-Körnern befindet. Diese dreyerley Materien erfüllen den Raum $AACC$, und es scheint, daß wir uns von der Wahrheit nicht merklich entfernen, wenn wir annehmen, daß die natürliche Luft $\frac{1}{4}$ des Raums $AACC$, die zusammen gepreßte Luft auch $\frac{1}{4}$, und die gröbere Materie $\frac{2}{4}$ einnehmen. So bald also die zusammen gepreßte Luft durch die Entzündung aus ihren Behältnissen befreyet wird, so vormischet sie sich mit der natürlichen Luft, und nimmt folglich einen zweymahl grössern Raum ein, als vorher, dergestalt, daß dieselbe nunmehr nur 400 mahl dichter seyn wird, als die natürliche. Die übrige Hälfte des Raums $AACC$ bleibt von der gröbern Materie eingenommen. Weil nun diese weder gantz durch die folgende Ausbreitung der Luft mit der ersten Scheibe CC fortgetrieben wird, noch auch völlig bey dem Grunde AA zurück bleibet, so werden wir der Wahrheit am nächsten kommen, wenn wir setzen, daß eine Hälfte der größeren Materie an dem Grund AA zurück bleibe, die andere Hälfte aber vor der Luft her getrieben werde. In dem ersten Augenblick also, nachdem sich das Pulver entzündet, welches, wie der Autor will, auf einmal geschehen soll, so wird der Raum $AACC$ dergestalt angefüllt seyn, daß der erste vierte Theil $AAEE$ eine Hälfte der größeren Materie des Pulvers, das letzte Viertel $CCFF$ die andere Hälfte, und die mittlere zwei Viertel $EEFF$ die zusammen gedruckte Luft, welche 400 mahl dichter ist, als die natürliche, in sich ent-

halten. Wenn also die Länge des Raums $AC = b$ gesetzt wird

$$AE = \frac{1}{4}b \quad \text{und} \quad CF = \frac{1}{4}b \quad \text{und} \quad EF = \frac{1}{2}b.$$

Weil nun die gröberen Theile des Pulvers schwächer sind als Was wir setzen, daß die in $CCFF$ enthaltene gröbere Materie einer natürlichen Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= 1000 CF = 250b$ unsere Rechnung nicht auf diese Hypothesen, als woran man noch etwas haben könnte, eingeschränket werde, so wollen wir auf eine andere setzen:

$$EF = \frac{1}{\alpha}b, \quad AE = CF = \frac{\alpha - 1}{2\alpha}b,$$

und die in $EEFF$ enthaltene Luft soll m mahl dichter seyn, als die gröbere Materie in $CCFF$ aber soll n mahl schwächer, als Luft angenommen werden; daher wenn man setzen wird $\alpha = \frac{m}{n}$ und $n = 1000$, so kommen die vorher gegebenen Bestimmungen

Laßt uns nun ferner setzen, daß sich nach Verfließung einer in $EEFF$ zusammen gepreßte Luft biß in $EMMM$ ausgebreitet, $FFCC$ enthaltene gröbere Materie bis in $MMNN$ fortgestossen wird, daß $MN = FC = \frac{\alpha - 1}{2\alpha}b$, so wird, wenn wir $EM = x$ die Dichtigkeit der in $EMMM$ befindlichen Luft $\frac{mb}{\alpha x}$ mahl grösser seyn als die natürliche. Wenn also h für die Höhe einer Luft-Säule angenommen wird, deren Gewicht der Elasticität der natürlichen Luft gleich ist, so wird $h = 29100$ Rheinl. Schuh und die Elasticität der in $EMMM$ eingepreßten Luft wird dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleich seyn,

$$= \frac{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q - \frac{mb}{\alpha x})^2}}{\sqrt[3]{q^2} - \sqrt[3]{(q - 1)^2}} h = \frac{1 - \sqrt[3]{(1 - \frac{mb}{\alpha q x})^2}}{1 - \sqrt[3]{(1 - \frac{1}{q})^2}} h,$$

allwo q die Zahl 800 andeutet. Wir wollen aber lieber den Buchstaben q beybehalten, damit, wenn auf allen Fall ein anderer Werth dafür angenommen werden sollte, die Rechnung dennoch Platz finden möchte. In dieser Rechnung ist aber die Erhitzung noch nicht in Betrachtung gezogen worden, nach dem Autore die Elasticität ungefähr 4 mahl grösser wird, dieselbe bisweilen grösser, bisweilen kleiner seyn kann; so wollen wir

der Zahl 4 den Buchstaben β gebrauchen, dahero die gesuchte Elasticität seyn wird

$$= \frac{1 - \sqrt[3]{1 - \frac{mb}{\alpha q x}}}{1 - \sqrt[3]{1 - \frac{1}{q}}} \beta h.$$

Es sey ferner \sqrt{v} die Geschwindigkeit, womit die vorderste Scheibe MM und also auch die gröbere Materie $MMNN$ fortgetrieben wird, wo v , wie schon oben gemeldet worden, die Höhe andeutet, aus welcher ein schwerer Körper durch den Fall eben dieselbe Geschwindigkeit erhält; indem aber die Scheibe MM durch $Mm = dx$ fortrückt, so soll die obige Höhe v um dv zunehmen. Hieraus ergiebt sich nun leicht die Kraft, welche erfordert wird, um diese Acceleration in der groben Materie $MMNN$ hervorzubringen. Dem, da die Materie einer Luft-Säule gleicht, deren Höhe $= \frac{\alpha - 1}{2\alpha} nb$, so wird die erforderte Kraft dem Gewichte einer gleich dicken Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe $= \frac{\alpha - 1}{2\alpha} \cdot \frac{mbdv}{dx}$. Wenn noch über dieses eine Kugel fortgetrieben werden sollte, deren Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= k$, gleich wäre, so würde die zu Forttreibung dieser Kugel erforderte Gewalt durch eine Luft-Säule, deren Höhe $= \frac{kdv}{dx}$, ausgedrückt werden.

Um aber die Kraft zu bestimmen, welche zur Acceleration der in $EEMM$ zusammen gepreßten Luft erfordert wird, deren Dichte sich zur natürlichen Luft verhält, wie $\frac{mb}{\alpha x}$ zu 1, so wollen wir davon eine Scheibe ZZ betrachten, und die Entfernung $EZ = z$ setzen. Die Geschwindigkeit dieser Scheibe wird nun, wie wir oben gezeigt haben, seyn $= \frac{z\sqrt{v}}{x}$, und indem die vorderste Scheibe MM durch dx fortgeht, so wird diese durch $\frac{zdx}{x}$ fortrücken, und inzwischen die Höhe $\frac{z\sqrt{v}}{xx}$, welche ihre Geschwindigkeit bestimmt, um $\frac{zdv}{xx}$ zunehmen. Wenn wir nun dieser Scheibe eine Dicke $Zz = dz$ geben, so wird dieselbe einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{mbdz}{\alpha x}$, welche mit $\frac{zdv}{xx} : \frac{zdx}{x}$ oder mit $\frac{zdv}{x dx}$ multipliciret, die Höhe einer Luft-Säule anzeigt, deren Gewicht der zur Acceleration erfordernten Kraft gleich ist. Dahero diese Kraft seyn wird

$$= \frac{mbzdx dv}{\alpha x dx} = \frac{mbdv}{\alpha x dx} \cdot z dz,$$

wovon das Integrale

$$\frac{mbdv}{\alpha x dx} \cdot \frac{zz}{2}$$

die Kraft ausdrückt, welche zur Acceleration der in $EEZZ$ befindl

erfordert wird, und wenn man $z = x$ setzt, so bekommt man
zur Acceleration der ganzen Luft, so in *KEMM* eingeschlossen
wird

$$= \frac{mbdv}{2\alpha dx}.$$

Wir wollen nun erstlich annehmen, es befinde sich
dem Pulver, sondern es werde das Pulver bloß allein ohne
loßgebreut; und da wird in diesem Fall die sämtliche angev

$$= \frac{mbdv}{2\alpha dx} + \frac{\alpha-1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdv}{dx} = \frac{(m+(\alpha-1)n)bdv}{2\alpha dx},$$

welche der wirklichen fortreibenden Gewalt weniger dem V
gleich seyn müssen. Nun aber ist die fortreibende Gewalt
gleich, und also

$$= \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha qx}\right)^3}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^3}} \beta h.$$

Der Widerstand besteht aber erstlich aus dem Gegendruck
welche durch h angezeigt wird, und denn aus der Resister
Luft-Säule, deren Höhe $= v$, gleich ist, folglich bekommen wir

$$\frac{(m+(\alpha-1)n)bdv}{2\alpha dx} = \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha qx}\right)^3}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^3}} \beta h - h -$$

Weil wir aber schon vorher gesehen, daß der Widerstand d
Fall nicht viel austragt, so können wir zur Leichtigkeit d
wenigsten den letzten Terminum v sicher weglassen, und d

$$\begin{aligned} & \frac{\left(1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^3}\right)(m+(\alpha-1)n)}{2\alpha} bdv \\ &= \left(1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{mb}{\alpha qx}\right)^3}\right) \beta h dx - \left(1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^3}\right) \end{aligned}$$

Die Gleichung zu integrieren, ist zu merken, daß

$$\sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^2} = 1 - \frac{2}{3q} + \frac{1}{9qq} - \frac{4}{81q^3} + \frac{7}{243q^4} - \text{etc.}$$

$$\left(1 - \frac{mb}{\alpha q x}\right)^2 = 1 - \frac{2mb}{\alpha q x} + \frac{m^2 b^2}{\alpha^2 q^2 x^2} - \frac{4m^3 b^3}{81 \alpha^3 q^3 x^3} + \frac{7m^4 b^4}{243 \alpha^4 q^4 x^4} - \text{etc.}$$

Daß die Integration also angestellt werden, daß wenn $x = BB = \frac{b}{\alpha}$, die Geschwindigkeit oder v nichts werde. Daher bekommt man

$$\begin{aligned} & \frac{(m + (\alpha - 1)n)bv}{2\alpha} \left(\frac{2}{3q} + \frac{1}{9qq} + \frac{4}{81q^3} + \frac{7}{243q^4} + \text{etc.} \right) \\ &= \beta h \left(\frac{2mb}{3\alpha q} l^{\frac{\alpha x}{b}} - \frac{m^2 b^2}{9\alpha^2 q^2 x} + \frac{m^3 b}{9\alpha q^2} - \frac{2m^3 b^3}{81 \alpha^3 q^3 x^3} + \frac{2m^4 b}{81 \alpha q^4} - \text{etc.} \right) \\ &+ hx \left(\frac{2}{3q} + \frac{1}{9qq} + \frac{4}{81q^3} + \text{etc.} \right) + \frac{hb}{\alpha} \left(\frac{2}{3q} + \frac{1}{9qq} + \frac{4}{81q^3} + \text{etc.} \right). \end{aligned}$$

Da die Brüche $\frac{1}{9qq} + \frac{4}{81q^3} + \frac{7}{243q^4} + \text{etc.}$ so sehr klein sind, so kann man sie weglassen, und da erhält man

$$\frac{(m + (\alpha - 1)n)bv}{2\alpha} = \beta h \left(\frac{mb}{\alpha} l^{\frac{\alpha x}{b}} + \frac{m^2 b}{6\alpha q} - \frac{m^2 b^2}{6\alpha^2 q x} \right) + \frac{hb}{\alpha} - hx.$$

Wenn die Länge $BB = a$, und macht $x = a$, so kommt die Geschwindigkeit heraus, mit welcher die Flamme bey der Mündung BB heraus

$$v = \frac{2m\beta h}{m + (\alpha - 1)n} \left(l^{\frac{\alpha a}{b}} + \frac{m}{6q} - \frac{mb}{6\alpha qa} \right) - \frac{2h(\alpha a - b)}{(m + (\alpha - 1)n)b},$$

In der Gleichung man, ohne merklich zu fehlen, diese nehmen kann

$$v = \frac{2\beta mh}{m + (\alpha - 1)n} l^{\frac{\alpha a}{b}}.$$

Wenn für die Buchstaben α , β , m , n und h die oben angezeigten Zahlen setzen, nemlich $\alpha = 2$, $\beta = 4$, $m = 400$, $n = 1000$ und $h = 29100$ Linien, so kommt

$$v = \frac{16}{7} hl^{\frac{2a}{b}}.$$

Lasst uns hernach das oben angeführte Exempel berechnen
Englische Zoll, und $a = 45 - \frac{21}{32}$. Dahero ist

$$2a = 90 - \frac{21}{16} \quad \text{und} \quad \frac{2a}{b} = \frac{1419}{42} = 33,8,$$

folglich $l \frac{2a}{b} = 1,528917$, welches aber noch mit dieser Zahl 2 multiplicirt werden muß. Es ist aber

$$l 1,528917 = 0,184383$$

$$l 2,302585 = 0,362215$$

$$l \frac{16}{7} = 0,359021$$

$$\hline 0,905619.$$

Hiezu addire man den log. von h in 1000sten Theilen eines RL

$$lh = 7,463893$$

kommt

$$lv = 8,869512$$

und

$$lVv = 4,184756$$

folglich

$$Vv = 15802.$$

Der vierte Theil hiervon 3825 zeigt, wie viel Schuhe die gesuchdigkeit in einer Secunde betrage. Diese nicht allzugrosse VerrGeschwindigkeit, als welche vorher¹⁾ von 3215 Schuhen befunden geachtet wir jetzo eine weit grössere Kraft angenommen habhauptsächlich von der gröbern Materie des Pulvers her, davon die der zusammengepressten Luft heraus getrieben werden muste. Wegesetzt hätten, daß diese grobe Materie gänzlich bey dem Boden AA zurück bleibe, so würde der Terminus, darinnen n ist, weggalso diese Aequation

$$v = 2\beta hl \frac{aa}{b} \quad \text{oder} \quad v = 8hl \frac{2a}{b}$$

herausgekommen seyn, woraus eine $\sqrt{\frac{7}{2}}$ mahl grössere Geschwind

1) Siehe p. 168. F. R. S.

von 7157 Schuhen in einer Secunde erwächst, welche, nach Abzug des Verstands der Luft, noch ungefähr 7000 Schuh betragen mag, welche Wirkung sehr genau mit der Muthmassung des Autoris, welche er aus seinen Experimenten gezogen, überein kommt. Denn er schliesst aus denselben, daß, wenn die Bewegung der Flamme nicht durch die gröbern Theile des Pulvers gehindert würde, dieselbe in dem gegenwärtigen Fall mit einer Geschwindigkeit von 7000 Schuhen aus dem Lauf heraus gefahren wäre. Es dienet auch dieser Umstand zu Bekräftigung unserer Meynung von der Gewalt des Pulvers, die von uns gefundene Geschwindigkeit etwas grösser ist, als die Experimente anzeigen, weil wegen der allmählichen Entzündung des Pulvers noch etwas abgezogen werden muß.

Wenn sich vor dem Pulver eine Kugel befindet, so kann die vorige Rechnung auch leicht auf diesen Fall eingerichtet werden. Denn wenn k die Höhe der Luft-Säule andeutet, deren Gewicht der Schwere der Kugel gleich ist, kommt die sämtliche Kraft, welche zur Acceleration erfordert wird, heraus

$$= \frac{mbdr}{2\alpha dx} + \frac{\alpha-1}{2\alpha} \cdot \frac{nbdr}{dx} + \frac{kdr}{dx} = (mb + (\alpha-1)nb + 2\alpha k) \frac{dr}{2\alpha dx},$$

die Kraft, da keine Kugel da war, gewesen

$$= (m + (\alpha-1)n) \frac{bdr}{2\alpha dx}.$$

Wir dürfen also nur in der vorigen Rechnung an statt

$$m + (\alpha-1)n$$

setzen

$$m + (\alpha-1)n + \frac{2\alpha k}{b},$$

so bekommen wir die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel herausgetrieben wird, durch diese Aequation bestimmt

$$v = \frac{2\beta mbh}{mb + (\alpha-1)nb + 2\alpha k} \left(l \frac{\alpha a}{b} + \frac{m}{6q} - \frac{mb}{6\alpha qa} \right) - \frac{2k(\alpha a - b)}{mb + (\alpha-1)nb + 2\alpha k}.$$

Wenn wir nun nach den obigen Bedeutungen setzen $\alpha = 2$, $\beta = 4$, $m = 400$, $n = 1000$, $q = 800$ und $h = 29100$ Rheinl. Schuh, so bekommen wir

Vermischung finden könne, wo eine schnellere und plötzlichere Entzündungskraft hervor gebracht werde; und zweyten, ob man nicht die Menge der gröbern Materie, welche zur Entzündung erfordert wird, vermindern könne?

Hieraus lassen sich ferner die Mängel eines jeglichen Pulvers leicht beurtheilen. Denn alles, was entweder die Entzündungskraft hemmet, oder die gröbere Materie vermehret, dasselbe vermindert auch die Kraft desselben. Aus dem ersten Grunde wird das Pulver durch die damit vermischte Feuchtigkeit entkräftet, weil dadurch entweder viel Theilchen gar nicht Poner lassen, oder doch die Entzündung langsamer vor sich geht. Aus dem andern Grunde wird solches Pulver, welches entweder aus reinem Salpeter bereitet worden, oder allzuviel Schwefel und Kohlen, oder andere dergleichen Materien in sich enthält, schwächer, weil bey der Entzündung allzuviel grobe Theile mit in Bewegung gebracht werden müßten. Wenn also für das beste Pulver der in obigen Aequationen befindliche Buchstabe α durch $\frac{3}{2}$ ausgedrückt wird, so muß denselben für schlechteres Pulver ein kleinerer Werth ertheilet werden. Daher die für die Geschwindigkeit der Kugel gefundene Aequation für alle Arten Pulver gebraucht werden kann. Weil wir aber darinne angenommen haben, daß sich alles Pulver im ersten Augenblick auf einmal entzündet, dieses aber in der That nicht geschieht, so müßten aus diesem Grunde die gefundenen Geschwindigkeiten etwas kleiner genommen werden: wie viel aber diese Verminderung auslangen könne, wollen wir nachgehends genauer untersuchen.

Drittens läßt sich hieraus auch bestimmen, wie viel man Pulver in einen jeglichen gegebenen Lauf laden müsse, damit die Kugel mit der größten Geschwindigkeit heraus geschossen werde. Denn man sieht leicht, daß durch die Verstärkung der Ladung die Geschwindigkeit nicht über einen gewissen Grad vermehret werden könne. Um dieses einzusehen, darf man sich nur einbilden, daß der ganze Lauf mit Pulver angefüllet werde. Denn da in diesem Fall die Kugel gleich nach dem ersten Eindruck heraus getrieben wird, und alsdenn die fortreibende Gewalt wegen der Ausbreitung in der äußern Luft meistens aufhöret, so muß die der Kugel eingedruckte Bewegung sehr geringe seyn. Da nun eine solche allzu starke Ladung der Kugel eine weit kleinere Geschwindigkeit mittheilet, als eine kleine, doch über eine allzu kleine Ladung wiederum eine kleinere Wirkung hervorbringt: so muß es nothwendig in einem jeglichen Fall eine solche Ladung geben, wodurch die Kugel mit der größten Geschwindigkeit heraus getrieben wird, dergestalt, daß wenn man so wohl mehr als weniger Pulver nehmen sollte, die Kugel in beyden

oder

$$v = \frac{h}{700b + 2k} \left(1600bl \frac{2a}{b} + (2a - b) \left(\frac{200b}{3a} - 1 \right) \right)$$

$$v = \frac{h}{700 + 2k:b} \left(1600l \frac{2a}{b} + \left(\frac{2a}{b} - 1 \right) \left(\frac{200b}{3a} - 1 \right) \right).$$

Um nun diese Rechnung auf den ersten Fall des Autoris zu appl:
 $b = 2\frac{5}{8}$, $a = 44\frac{11}{32}$ und $k = 4900$ Englische Zoll. Dahero $\frac{2a}{b} =$
 Logarithmus hyperbolicus von $\frac{2a}{b}$

$$= 3,52045.$$

Ferner $\frac{200b}{3a} = 3,94$ und $\frac{2k}{b} = 3733$. Hieraus erwächst

$$1600l \frac{2a}{b} = 5632,72$$

$$\left(\frac{2a}{b} - 1 \right) \left(\frac{200b}{3a} - 1 \right) = \frac{96,43}{5729,15}.$$

Also ist

$$v = \frac{5729,15h}{4433}.$$

Um nun zu finden, wie viel Schuh mit dieser Geschwindigkeit in e
 durch laufen werden können, so muß h in tausendsten Theilen
 Schuhs ausgedruckt werden, da denn ist $h = 29100000$ und alsde
 Quadrat-Wurzel aus v durch 4 getheilt werden. Mit Logarithmis
 wird also:

$$lh = 7,463893$$

$$l5729,15 = 3,758090$$

$$11,221983$$

$$l4433 = 3,646698$$

$$lv = 7,575285$$

$$l\sqrt{v} = 3,787642$$

$$l4 = 0,602060$$

$$3,185582$$

Die Zahl davon

$$1533.$$

Folglich müßte die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1533 Rhein
 in einer Secunde herans getrieben worden seyn, welche Zahl in
 Schuen 1580 beträgt. Diese Zahl, welche noch wegen der nicht au

ten Entzündung und des Verlusts der Kraft, so durch den Spielraum und Ründloch weggeheth, vermindert werden müsste, würde um viel kleiner seyn, als diejenige, welche die Experimente für diesen Fall angezeigt haben. Die Ursache hiervon scheint aber diese zu seyn, daß wir nach der Entzündung nur die Hälfte des Raums *AA'CC'* mit Luft angefüllt angenommen haben; es ist aber sehr wahrscheinlich, daß die grobe Materie des Pulvers keinen so großen Theil des Raumes einnehme: wobey zu merken, daß ein geringer Unterschied in diesem Stücke bey der Geschwindigkeit einen sehr merklichen Unterschied verursache. Denn, wenn wir annehmen, daß die gröbere Materie nach der Entzündung nur noch den dritten Theil des Raums erfülle, so wird $\frac{800b}{9a}$ und $\alpha = \frac{3}{2}$; daher die oben gefundene Aequation in diese verwandelt wird

$$v = \frac{2h}{900b + 3k} \left(1600bl \frac{3a}{2b} + \left(\frac{3}{2}a - b \right) \left(\frac{800b}{9a} - 1 \right) \right)$$

$$v = \frac{2h}{900 + 3k:b} \left(1600l \frac{3a}{2b} + \left(\frac{3a}{2b} - 1 \right) \left(\frac{800b}{9a} - 1 \right) \right).$$

Setzt nun, es sey $b = 2 \frac{5}{8}$, $a = 45 \frac{7}{16}$ und $k = 4900$ Engl. Zoll, so wird

$$\frac{3a}{2b} = 25,46, \quad \frac{800b}{9a} = 5,23 \quad \text{und} \quad l \frac{3a}{2b} = 3,23710.$$

ist

$$1600l \frac{3a}{2b} = 5179,36$$

$$\left(\frac{3a}{2b} - 1 \right) \left(\frac{800b}{9a} - 1 \right) = 103,46$$

$$5282,82.$$

ch ist

$$\frac{3k}{b} = 5600 \quad \text{und} \quad \frac{900 + 3k:b}{2} = 3250,$$

o

$$v = \frac{5283h}{3250},$$

so eine Geschwindigkeit erwächst, welche in einer Secundo 1720 Rheintl., oder 1773 Engl. Schuh beträgt. Diese Geschwindigkeit ist nun weit größer als diejenigen, welche durch die Experimente gefunden werden, und scheint, daß nach allem Abzug eine völlige Uebereinstimmung eintreffen wird, daher wir billig diese letzte Expression, da $\alpha = \frac{3}{2}$ gesetzt worden, für die Wahrheit sehr nahe kommend, ansehen.

FÜNFTE ANMERKUNG

Wir können hieraus sowohl zur Erkenntniß der Natur de zu vortheilhaftem Gebrauch desselben, sehr nützliche Schlüsse vielleicht zu Verbesserung der Artillerie nicht wenig beytragen.

Erstlich, da die Menge der gröbern und irdischen Materie dem Pulver enthalten ist, so viel zur Geschwindigkeit der Kugeln indem dieselbe sehr merklich geschwinder oder langsamer fortgeht wenn weniger oder mehr dergleichen gröbere Materie mit dem Pulver gemischt ist, so siehet man leicht, daß die verschiedene Güte des Pulvers hauptsächlich auf der Menge der damit vermischten gröbern Materie beruht, da allem Ansehen nach in dem Salpeter die darinne befindliche Materie 800 mahl dichter ist, als die natürliche, als welches der höchsten Dichtigkeit ist, auf welchen die Luft durch die Zusammenpressung werden kann: so würde auch alles Pulver mit einerley Kraft wirken wenn sich darinn nur einerley Verhältniß zwischen dieser zusammengetreten Luft und der gröbern Materie befinden sollte; weferne nehmlich die Mischung nur so beschaffen ist, daß dadurch die Entzündung nicht zu schnell wird. Dahero ist das Pulver um so viel besser und stärker, je weniger irdische Materie darinne enthalten ist. Da aber die Entzündung desselben desto schneller, je gröbern Materie beruhet, so bestehet der fürnehmste Handgriff in der Mischung des Pulvers darinne, daß man eine selche Proportion zwischen der feinen und den verbrennlichen Materien treffe, daß dadurch sowohl die Mischung beschleuniget, als auch zugleich so wenig, als immer möglich, irdische Materien damit vermischet werde. Die erste Vorsichtigkeit kennet sich in der Läuterung des Salpeters an, daß dadurch die gröbern und irdischen Theile so viel als möglich, abgesondert werden. Denn da diese Theile nicht zur schnellen Entzündung nichts beytragen, sondern dieselbe auch vermindern, vermehren dieselben auch deswegen die Kraft des Pulvers, daß die Menge der gröbern Materie unnöthiger Weise vermehret wird; was nicht stand, da das Pulver größtentheils aus Salpeter bereitet wird, sehr zu bedauern trägt. Die Güte und Stärke des Pulvers besteht also in diesen zweyen Umständen, daß sich dasselbe erstlich plötzlich entzündet, und daß zwar mit so wenig, als immer möglich ist, gröbere und irdische Materie vermischet sey. Dahero wenn man auf die Verbesserung des Pulvers arbeitet, hat man auf diese beyden Punkte zu sehen: erstlich, ob man nicht

Mischung finden könne, wo eine schnellere und plötzlichere Entzündungshervor gebracht werde; und zweytens, ob man nicht die Menge der Materie, welche zur Entzündung erfordert wird, vermindern könne?

Hieraus lassen sich ferner die Mängel eines jeglichen Pulvers leicht beilegen. Denn alles, was entweder die Entzündungskraft hemmet, oder die Materie vermehret, dasselbe vermindert auch die Kraft desselben. Aus dem ersten Grunde wird das Pulver durch die damit vermischte Feuchtigkeit kälter, weil dadurch entweder viel Theilchen gar nicht Feuer fassen, oder die Entzündung langsamer vor sich geht. Aus dem andern Grunde wird das Pulver, welches entweder aus unreinem Salpeter bereitet worden, oder viel Schwefel und Kohlen, oder andere dergleichen Materien in sich enthält, schwächer, weil bey der Entzündung allzuviel grobe Theile mit in Bewegung gebracht werden müßten. Wenn also für das beste Pulver der in der Aequation befindliche Buchstabe a durch $\frac{3}{2}$ ausgedrückt wird, so muß eben für schlechteres Pulver ein kleinerer Werth ertheilet werden. Da die für die Geschwindigkeit der Kugel gefundene Aequation für alle Pulver gebraucht werden kann. Weil wir aber darinne angenommen haben, daß sich alles Pulver im ersten Augenblick auf einmal entzündet, dieses in der That nicht geschieht, so müßten aus diesem Grunde die gefundenen Geschwindigkeiten etwas kleiner genommen werden: wie viel aber diese Vergrößerung austragen könne, wollen wir nachgehends genauer untersuchen.

Drittens läßt sich hieraus auch bestimmen, wie viel man Pulver in einem gegebenen Lauf laden müsse, damit die Kugel mit der größten Geschwindigkeit heraus geschossen werde. Denn man sieht leicht, daß durch Verstärkung der Ladung die Geschwindigkeit nicht über einen gewissen Grad vermehret werden könne. Um dieses einzusehen, darf man sich nur vorstellen, daß der ganze Lauf mit Pulver angefüllt werde. Dann da in diesem Fall die Kugel gleich nach dem ersten Eindruck heraus getrieben wird, alsdenn die fortreibende Gewalt wegen der Ausbreitung in der äußern Luft meistens aufhört, so muß die der Kugel eingedruckte Bewegung geringe seyn. Da nun eine solche allzu starke Ladung der Kugel eine kleinere Geschwindigkeit mittheilet, als eine kleine, doch aber eine allzu geringe Ladung wiederum eine kleinere Wirkung hervorbringt: so muß es nothwendig in einem jeglichen Fall eine solche Ladung geben, wodurch die Kugel mit der größten Geschwindigkeit heraus getrieben wird, dergestalt, daß wenn man so wohl mehr als weniger Pulver nehmen sollte, die Kugel in beyden

Fällen eine schwächere Bewegung erhalten würde. Man sieht die Erkenntniß dieses Grads der Ladung in der Artillerie von Wichtigkeit ist. Denn dadurch wird man nicht nur in St. Kugel mit dem größten möglichsten Grad der Geschwindigkeit sondern man kan auch dadurch in vielen Fällen viel Pulver man nemlich weiß, daß die Kugel mit einer geringeren Ladung schwind, und vielleicht noch geschwinder, fortgetrieben werden

Um derohalben die Grösse dieser stärksten Ladung zu bestimmen dürfen wir nur die oben gefundene Expression für die Geschwindigkeit der Kugel differenziren, und nur die Quantität b als variabel nach dieses Differentiale $= 0$ setzen. Wir wollen zu diesem unsere Bestimmung auf alle Fälle erstrecke, die generale Expression welche ist

$$\frac{v}{2h} = mb + (\alpha - 1)nb + 2ak \cdot l \frac{aa}{b} + \frac{(aa - b)(\beta m^2 b - 6\alpha^2 q a^2)}{(mb + (\alpha - 1)nb + 2ak)^2}$$

Hiervon ist das Differentiale auf gemeldte Art genommen:

$$\frac{2\alpha\beta m k d b \cdot l(aa:b)}{(mb + (\alpha - 1)nb + 2ak)^2} - \frac{\beta m d b}{mb + (\alpha - 1)nb + 2ak} + \frac{-(m + \alpha - 1)n(\beta m^2 b^2 - 6\alpha^2 q a^2)db - 4\alpha\beta m^2 b k d b + 2\alpha^2 a k (aa - b)}{(mb + (\alpha - 1)nb + 2ak)^2 6\alpha q a}$$

welches $= 0$ gesetzt, diese Aequation giebt:

$$12\alpha^2 \beta m q k a \cdot l \frac{aa}{b} = (m + (\alpha - 1)n) \beta m^2 b^2 + 6\alpha \beta m q (m + (\alpha - 1)n) a^2 + 4\alpha \beta m^2 b k + 12\alpha^2 \beta m q a k - 2\alpha^2 \beta m$$

Es ist aber hier k eine sehr grosse Zahl, massen dieselbe die Säule ausdrückt, deren Gewicht dem Gewicht der Kugel gleich sein soll. Nun den Diameter der Kugel setzen $= c$, so ist dieselbe ein Cylinder gleich, dessen Höhe $= \frac{2}{3} c$. Wenn also die Materie, besteht, i mahl schwerer als Luft angenommen wird, so kommt wenn die Kugel von Eisen gesetzt wird, weil Eisen 7,820 mahl schwerer als Wasser, Wasser aber ungefehr 850 mahl schwerer als Luft, also $i = 6650$, und also ungefehr $k = 4430 c$. Wenn wir nun in

insten Termos weglassen, so wird¹⁾

$$= 1 - \frac{m}{6q} - \frac{(m + (\alpha - 1)n)a}{2\beta mk} + \frac{mb}{3\alpha qa} + \frac{(m + (\alpha - 1)n)b}{2\alpha k} - \frac{(m + (\alpha - 1)n)mb^2}{12\alpha^2 qak}.$$

Da alle diese Brüche in Ansehung der Unität sehr klein sind, wenn wir e eine große Zahl annehmen, deren Logarithmus hyperbolicus $= 1$, so bekommen wir

$$\frac{\alpha a}{b} = e^{1 - \frac{m}{6q} - \frac{(m + (\alpha - 1)n)a}{2\beta mk}} \left\{ 1 + \frac{mb}{3\alpha qa} + \frac{(m + (\alpha - 1)n)b}{2\alpha k} - \left[+ \frac{(m + (\alpha - 1)n)mb^2}{12\alpha^2 qak} + \frac{mmbb}{18\alpha^2 q^3 a^3} + \text{etc.} \right] \right\},$$

der Werth für b durch die Näherung nicht schwer zu finden ist. Wir setzen nun wie oben

$$\alpha = \frac{3}{2}, \quad \beta = 1, \quad m = 400, \quad n = 1000 \quad \text{und} \quad q = 800,$$

$$\frac{3a}{2b} = e^{1 - \frac{1}{12} - \frac{9a}{32k}} \left(1 + \frac{b}{9a} + \frac{300b}{k} + \frac{50bb}{3ak} + \frac{bb}{162a^2} \right).$$

der Kürze halben

$$\frac{3}{2}a : e^{1 - \frac{1}{12} - \frac{9a}{32k}} = A,$$

$$A = b + \frac{bb}{9a} + \frac{300bb}{k} + \frac{50b^3}{3ak}.$$

man nun setzt

$$b = A - pA^3 + qA^5,$$

$$bb = AA - 2pA^3 \quad \text{und} \quad b^3 = A^3,$$

Im Original lautet die folgende Gleichung

$$e^{\frac{\alpha a}{b}} = 1 - \frac{m}{6q} + \frac{(m + (\alpha - 1)n)a}{2\beta mk} - \dots,$$

sehen, das sich in den daraus abgeleiteten Gleichungen für

$$\frac{\alpha a}{b}, \quad \frac{3a}{2b} \quad \text{und} \quad A$$

11. Berichtigt von F. R. S.

folglich

$$\begin{aligned}
 A = A - p A^2 + q A^3 \\
 + \frac{1}{9a} A^2 - \frac{2p}{9a} A^3 \\
 + \frac{300}{k} A^2 - \frac{600p}{k} A^3 \\
 + \frac{50}{3ak} A^3,
 \end{aligned}$$

dahero

$$p = \frac{1}{9a} + \frac{300}{k},$$

$$q = 2p \left(\frac{1}{9a} + \frac{300}{k} \right) - \frac{50}{3ak}.$$

Wir wollen diesen Werth für eine halbe Carthanne ausrechnen, 20 mahl länger ist, als das Caliber, oder wo $a = 20c$. Für ein c wird also seyn $k = 4130c$, und folglich

$$p = \frac{1}{180c} + \frac{1}{15c} = \frac{1}{14c}$$

und

$$q = \frac{1}{98cc} - \frac{1}{5316cc} = \frac{1}{99cc}.$$

Dahero haben wir

$$b = A - \frac{A^2}{14c} + \frac{A^3}{99cc}.$$

Es ist aber

$$A = 30c : e^{1-\frac{1}{12}},$$

weil der Bruch $\frac{9a}{32k}$ allzunklein wird, und da

$$e^{1-\frac{1}{12}} = e : \left(1 + \frac{1}{12} \right),$$

so wird

$$A = \frac{32,5c}{2,718} = 12c$$

ungefähr; und also

$$b = 12c - \frac{72}{7} c.^1)$$

1) Eigentlich ergibt sich $b = 12c - \frac{72}{7} c + \frac{192}{11} c$. E. R. S.

er hier der zweyte Terminus nicht viel kleiner ist als der erste, so sieht wohl, daß die gebrauchte Näherung in diesem Fall nicht statt finde. Wir nehmen also die erste Aequation wiederum vornehmen, da

$$A = b + bb \left(\frac{1}{9a} + \frac{300}{k} \right) + \frac{50b^3}{3ak},$$

auf den gegenwärtigen Fall giebt

$$12c = b + \frac{bb}{14c} + \frac{b^3}{5316cc},$$

woher der letzte Terminus schon weggelassen werden kann, und da haben wir diese quadratische Gleichung

$$bb + 14bc = 168cc$$

so

$$b = -7c + \sqrt{217cc},$$

synthetisch

$$b = 7\frac{3}{4}c,$$

der Werth doch wegen des weggeworfenen letzten Termini noch etwas groß ist. Hieraus sieht man, daß aus einer halben Carthanne eine Kugel mit der grössten Geschwindigkeit heraus geschossen werden kann, wenn die Ladung in der Canone ungefähr $7\frac{1}{2}$ Caliber ausfüllt. So viel Pulver wird aber ungefähr anderthalb mahl schwerer seyn, als die Kugel. Da nun die ordentliche Ladung dem halben Gewicht der Kugel gleich seyn wird, so sieht man, daß eine dreyfache Ladung der Kugel die grösste Geschwindigkeit gebe, und daß, wenn man noch mehr als dreyso viel Pulver, als gewöhnlich ist, laden sollte, die Kugel mit einer geringeren Geschwindigkeit geschossen werden würde. In andern Fällen aber, wenn Kugeln geschossen werden, kann die stärkste Ladung auf folgende Gestalt gefunden werden. Da $k = 4430c$, so setze man $a = 10c$, so wird

$$A = \frac{130c}{8e} = \frac{3}{8}0c,$$

erner

$$A = b + \frac{bb}{90c} + \frac{bb}{15c},$$

folglich

$$bb + \frac{450bc}{5+3\theta} = \frac{450Ac}{5+3\theta} = \frac{2700cc}{5+3\theta},$$

und also

$$b = \frac{-450c + 30c\sqrt{(285+36\theta)}}{10+6\theta}.$$

Die Verhältniß des Raums, welcher die Ladung enthält, zum Caliber also auf der Zahl θ , welche anzeigt, wie viel Caliber lang der Lauf ist, aus ist diese Tabelle gemacht worden:

Wenn die Länge der Seele so viel Caliber beträgt:	So trägt die stärkste Ladung in der Seele so viel Caliber aus:
5	2,46
10	4,46
15	6,17
20	7,71
25	9,10
30	10,39
35	11,60
40	12,73
45	13,81
50	14,83

Wobey zu merken, daß diese Zahlen nicht aufs genaueste, sondern nur häufig mit der Erfahrung übereinstimmen werden, theils weil alle U nicht in die Rechnung gebracht werden können, theils weil sich da nicht alles auf einmal entzündet, wie hier angenommen worden, und die fortreibende Kraft noch andern Abbruch leidet.

SECHSTE ANMERKUNG

versprochen, auch noch zu untersuchen, nun wie viel die Geschwindigkeit vermindert werde, wenn sich nicht alles entzündet. Es sey demnach (Fig. 10) wie vorhin die Länge des Rammes anfänglich das Pulver eingenommen, $AC = b$, die Länge des Rammes $AB = a$, und nach einiger Zeit soll sich die Flamme schon bis NN ausgebreitet haben. Man setze $AN = x$, und nehme an, daß, indem die Kugel durch $Nn = dx$ fortgetrieben wird, die Flamme um $k dx$ wachse. Wenn also das Gewicht der Kugel durch eine Luftschicht ersetzt wird, deren Länge $= k$, so ist die Kraft, welche zur Acceleration der Kugel erfordert wird, $= \frac{k dx}{dx}$. Da sich aber noch nicht alles entzündet, so wollen wir annehmen, daß sich der schon allbereits entzündete Theil des Pulvers zur ganzen Ladung verhalte, wie y zu b ; so werde aus x und bekannten Zahlen zusammengesetzte Quantität $x = b$ gesetzt wird, verschwindet, weil in diesem Fall die Flamme schon anfängt; hernach wenn sich schon alles Pulver entzündet, $x = b$ werden, welches geschehen soll, wenn $x = a$; wenn wir nun auf so lang annehmen, daß sich alles Pulver zu entzünden der Kugel heraus getrieben worden. Sollte sich aber in dieser Zeit nicht alles Pulver entzündet haben, so muß $y = b$ werden, wenn deren Länge als a gesetzt wird. Dieselbe sei $= f$, dergestalt, daß $y = b$, alsdenn werde $y = b$. Hieraus läßt sich nun schon ziemlich abnehmen, wie die Expression für y beschaffen seyn werde: ungefähr seyn

$$y = \frac{b(x-b)^{\alpha}}{(f-b)^{\alpha}},$$

die obgedachten Eigenschaften besitzt. Wenn wir annehmen, daß die aus dem schon entzündeten Pulver erzeugte Materie ein Raum einnehme, so wird damit ein Theil des Ramms eingenommen, dessen Länge $= \frac{(\alpha-1)y}{\alpha}$; hernach nimmt aber das noch nicht entzündete Pulver einen Raum ein, dessen Länge $= b - y$, welches mit den beiden zusammen macht $b - \frac{y}{\alpha}$. Dahero für die Luft ein Raum übrig, dessen Länge ist $= x - b + \frac{y}{\alpha}$. Wenn sich aber diese Luft so weit

ausdehnen sollte, biß dieselbe mit der natürlichen einerley (erhielte, so würde dieselbe einen mit dem Lauf gleich weiten dessen Länge = 244 y ; folglich muß dieselbe in gegenwärtigen

$$\frac{244y}{x - b + \frac{y}{a}}$$

mahl dichter seyn, als die natürliche. Wir wollen der Kürze halber die Zahl

$$\frac{244y}{x - b + \frac{y}{a}}$$

den Buchstaben s setzen; so wird, wie wir oben gewiesen haben, das Gewicht dieser Luft dem Gewichte einer Luft-Säule gleich seyn, die

$$= \frac{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{s}{q}\right)^3}}{1 - \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{q}\right)^3}} \beta h = \beta h \left(s + \frac{ss}{6q}\right),$$

welche Näherung zu unserm Endzweck hinlänglich ist. Es bedeu-
 tet die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht der Elasticität der
 Luft gleich ist, und β zeigt an, wie viel mahl die Elasticität durch
 vermehrt werde. Da nun die durch die Entzündung schon
 einer Luft-Säule gleich ist, deren Höhe = 244 y , so wird zu
 derselben eine Kraft erfordert, welche

$$= \frac{122ydv}{dx}.$$

Diese Kraft ist nemlich, wie aus obigem erhellet, nur dann
 wenn alle diese Luft gleich stark accelerirt werden müßte.
 Ist noch die grobe Materie zu betrachten übrig, davon ein
 in Bewegung gesetzt werden muß.

Wir wollen wieder wie oben annehmen, daß die eine
 Boden AA zurück bleibe, die andere aber mit der Kugel fort
 und daß dieselbe n mahl dichter sey, als die natürliche Luft;
 seyn

$$= \frac{1}{2} n \left(b - \frac{y}{a}\right),$$

eration derselben wird eine Kraft erfordert, welche

$$= \frac{1}{2} n \left(b - \frac{y}{\alpha} \right) \frac{dv}{dx},$$

entliche zur Forttreibung erforderte Kraft seyn wird

$$= \frac{dv}{dx} \left(k + \frac{1}{2} nb - \frac{ny}{2\alpha} + 122y \right),$$

seyn muß der wirklichen Kraft, so vorhanden ist,

$$\beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right),$$

Gegendruck der Luft h , und noch über dieses weniger der Re-
luft, welche, weil die Kugel rund ist, durch $\frac{1}{2}v$ ausgedruckt
as bekommt man diese Aequation:

$$+ n\alpha b - ny + 244\alpha y) = 2\alpha\beta h dx \left(s + \frac{ss}{6q} \right) - 2\alpha h dx - \alpha v dx,$$

$$s = \frac{244\alpha y}{\alpha(x-b) + y} \quad \text{und} \quad y = \frac{b(x-b)^n}{(f-b)^n}.$$

$$s = \frac{244\alpha b(x-b)^{n-1}}{\alpha(f-b)^n + b(x-b)^{n-1}}.$$

ie Zahl $\mu = 1$ wäre, so würde

$$s = \frac{244\alpha b}{\alpha f - (\alpha - 1)b} \quad \text{und} \quad y = \frac{b(x-b)}{f-b};$$

o in diesem Fall die elastische Kraft immer einerley seyn. Wir
n Fall wegen Erleichterung der Rechnung beybehalten, um zu
iel derselbe von der Wahrheit abweicht, so wird

$$b)(f-b) + b(244\alpha - n)(x-b)) = \alpha dx(f-b) \left(2\beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right) - 2h - v \right)$$

$$\frac{dv}{\beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right) - 2h - v} = \frac{\alpha dx(f-b)}{\alpha(2k + nb)(f-b) + b(244\alpha - n)(x-b)},$$

welche integrirt und auf den gegenwärtigen Fall gerichtet giebt

$$l \frac{2\beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right) - 2h}{2\beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right) - 2h - v} = \frac{\alpha(f-b)}{(244\alpha - n)b} \frac{\alpha(2k + nb)(f-b) + (244\alpha - n)b}{\alpha(2k + nb)(f-b)}$$

Man setze nun abzukürzen

$$2\beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right) - 2h = g, \quad \frac{\alpha(f-b)}{(244\alpha - n)b} = v;$$

so wird

$$l \frac{g}{g-v} = vl \frac{v(2k + nb) + x - b}{v(2k + nb)}$$

und folglich

$$\frac{g}{g-v} = \left(1 + \frac{x-b}{v(2k + nb)} \right)';$$

dahero

$$v = g - g \left(1 + \frac{x-b}{v(2k + nb)} \right)^{-1}.$$

Aus welcher Gleichung, wenn man setzt $x = a$, die Geschwindigkeit die Kugel herausgetrieben wird, heraus kommt.

Um diese Ausdrückung auf den schon öfters berechneten ciren, so sey

$$\alpha = \frac{3}{2}, \beta = 4, n = 1000, a = 45, b = 2\frac{5}{8} \text{ und } f = 45 \text{ und } k = 45$$

so wird

$$s = 14,5^1), \quad g = 114,4k^2), \quad v = -\frac{1}{20} \text{ und endlich } v = \frac{1}{2}$$

woraus eine Geschwindigkeit gefunden wird, welche in 861 Rheinl. Schuh³⁾ beträgt. Obngeachtet nun diese Geschwindigkeit die Helfte kleiner ist, als diejenige, welche aus den Versuchen herauskommt, so ist doch dieselbe sehr groß, in Ansehung der kleinen Kraft, die die Kugel fortgetrieben wird, als welche von einer Luft herrühret, die nicht so dicht ist, als die natürliche, und also durch die Erhitzung nur eine grössere Elasticität bekommt. Wir sehen also hieraus, daß wir

1) Im Original 15,7.

2) Im Original 124k.

3) Im

4) Im Original 877 Schuh.

5) Im Original 63.

Berichtigt von F. R. S.

angenommen; denn je grösser μ angenommen wird, je kleiner wird s , auch die Geschwindigkeit. Wenn wir aber μ kleiner als 1 wird s , und also auch die Geschwindigkeit grösser. Es dürfte sein $\mu = \frac{1}{2}$, in welchem Fall wird

$$s = \frac{244 \alpha b}{b + \alpha \sqrt{(f-b)(x-b)}} \quad \text{und} \quad y = b \sqrt{\frac{x-b}{f-b}};$$

$(f-b) = \frac{y}{b} \sqrt{(f-b)}$, so ist

$$s = \frac{244 \alpha b b}{b b + \alpha (f-b) y} \quad \text{und} \quad dx = \frac{2(f-b) y dy}{b b}.$$

die Integration um so viel weniger Schwierigkeit habe, so wollen wir diesen Terminen

$$2 \alpha \beta h dx \cdot \frac{s s}{6 q} = 2 \alpha h dx + \alpha v dx$$

welches sehr füglich geschehen kann, da wir schon oben gesehen, die Wirkung des Widerstands $2 \alpha h dx + \alpha v dx$ fast nichts austrage, und sich über dieses in gegenwärtigem Fall durch den Term $\frac{\alpha \beta h s s dx}{3 q}$ ausheben wird. Solchergestalt bekommen wir diese Aequation:

$$dv = \frac{2 \alpha \beta h s dx}{\alpha (2k + nb) - (n - 244 \alpha) y}.$$

$$s = \frac{244 \alpha b b}{b b + \alpha (f-b) y} \quad \text{und} \quad dx = \frac{2(f-b) y dy}{b b},$$

$$s dx = \frac{488 \alpha (f-b) y dy}{b b + \alpha (f-b) y}$$

bekommt man

$$dv = \frac{976 \alpha^2 \beta h (f-b) y dy}{(b b + \alpha (f-b) y) (\alpha (2k + nb) - (n - 244 \alpha) y)}.$$

um abzukürzen

$$\frac{976 \alpha^2 \beta h (f-b)}{b b (n - 244 \alpha) + \alpha \alpha (f-b) (2k + nb)} = A,$$

so zertheilet sich die gefundene Aequation in diese Gestalt

$$dv = \frac{-Abb dy}{bb + \alpha(f-b)y} + \frac{A\alpha(2k+nb)dy}{\alpha(2k+nb) - (n-244\alpha)y},$$

wovon das Integrale ist

$$v = C - \frac{Abb}{\alpha(f-b)} l(bb + \alpha(f-b)y) - \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l(\alpha(2k+nb) - (n-244\alpha)y).$$

Diese beständige Quantität C muß aber also beschaffen seyn, daß v wenn $x=b$, das ist, wenn $y=0$; dahero hat man

$$v = \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l \frac{\alpha(2k+nb)}{\alpha(2k+nb) - (n-244\alpha)y} - \frac{Abb}{\alpha(f-b)} l \frac{bb + \alpha(f-b)y}{bb}.$$

Um nun die letzte Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die Kugel dem Lauf hinaus getrieben wird, so setze man $x=a$; wir wollen annehmen, daß auch $f=a$, oder daß sich das Pulver alles entzündet, so daß die Kugel durch den Lauf fährt; so wird $y=b$; und in diesem Fall ist

$$A = \frac{976\alpha^2\beta h(a-b)}{bb(n-244\alpha) + \alpha\alpha(a-b)(2k+nb)}$$

und

$$v = \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l \frac{\alpha(2k+nb)}{\alpha(2k+nb) - (n-244\alpha)b} - \frac{Abb}{\alpha(a-b)} l \frac{bb + \alpha(a-b)b}{bb}.$$

oder

$$v = \frac{-Abb}{\alpha(a-b)} l \left(1 + \frac{\alpha(a-b)}{b}\right) - \frac{A\alpha(2k+nb)}{n-244\alpha} l \left(1 - \frac{(n-244\alpha)b}{\alpha(2k+nb)}\right).$$

Man setze ferner

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \zeta \quad \text{und} \quad \frac{\alpha(2k+nb)}{(n-244\alpha)b} = \eta,$$

so wird

$$v = - \frac{976\beta\eta bh}{(1+\zeta\eta)(2k+nb)} l(1+\zeta) - \frac{976\beta\zeta\eta^2 bh}{(1+\zeta\eta)(2k+nb)} l \left(1 - \frac{1}{\eta}\right).$$

Damit man nun diesen Fall besser mit demjenigen, da sich alles Pulver zum ersten Augenblick auf einmal zu entzünden gesetzt wird, vergleichen kann, so dürfen wir nur in der Differential-Aequation setzen $y=b$, und w

oben Terminos als vorher weglassen, so haben wir

$$s = \frac{244 \alpha b}{\alpha x - (\alpha - 1)b}$$

$$dv = \frac{488 \alpha^2 \beta b h dx}{(\alpha(2k + nb) - (n - 244 \alpha)b)(\alpha x - (\alpha - 1)b)}$$

Integrale ist

$$v = \frac{488 \alpha \beta b h}{\alpha(2k + nb) - (n - 244 \alpha)b} l^{\frac{\alpha x - (\alpha - 1)b}{b}};$$

wir setzen $x = a$, so kommt:

$$v = \frac{488 \alpha \beta b h}{\alpha(2k + nb) - (n - 244 \alpha)b} l \left(1 + \frac{\alpha(a - b)}{b} \right),$$

nun wie vorher

$$\frac{\alpha(a - b)}{b} = \zeta \quad \text{und} \quad \frac{\alpha(2k + nb)}{(n - 244 \alpha)b} = \eta,$$

wir:

$$v = \frac{488 \beta \eta b h}{(\eta - 1)(2k + nb)} l(1 + \zeta).$$

Die vorige Expression leichter verglichen worden kann, als die, die wir oben gefunden haben; weil wir alhier in beyden Fällen einerley weggelassen haben. Derowegen wenn wir die Geschwindigkeit der um sich das Pulver auf einmahl entzündet, setzen $= \sqrt{u}$, und die gleichheit der Kugel, wenn sich das Pulver nach und nach wie wir oben haben, entzündet, setzen $= \sqrt{v}$, so wird sich vorh:

$$u : v = \frac{1}{\eta - 1} l(1 + \zeta) : \frac{2}{1 + \xi \eta} l(1 + \zeta) - \frac{2 \xi \eta}{1 + \xi \eta} l \left(1 - \frac{1}{\eta} \right),$$

Die Logarithmi von allen verschiedenen Tabellen unter sich einerley haben, so ists hier gleich viel, was man für eine Tabelle gewöhlet. Wenn wir nun setzen

$$\alpha = \frac{3}{2}, \quad a = 45, \quad b = 2\frac{5}{8}, \quad k = 4900 \quad \text{und} \quad n = 1000,$$

$$\zeta = 24,21, \quad \eta = 5,24)$$

Rechnung ergibt $\eta = \frac{3550}{317} = 11,2$. Siehe die Anmerkung 1 p. 200. F. R. S.

und also

$$u : v = \frac{10}{42} l^{25,2} : \frac{-100}{6342} l^{25,2} + \frac{12580}{6342} l^{\frac{52}{42}}$$

oder

$$u : v = 1 : \frac{1258 l^{1,2381}}{151 l^{25,2}} - \frac{10}{151} = 1 : \frac{73,25}{151},$$

das ist

$$u : v = 1 : 0,4851 \quad \text{und} \quad \sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,696,$$

folglich verhalten sich diese Geschwindigkeiten beynahie wie 10 zu 7. beträgt die Geschwindigkeit, wenn sich alles Pulver auf einmahl zu v gesetzt wird, in einer Secunde 1731 Rheinl. Schuhe, dahero für den gewöhnlichen Fall, da sich nicht alles Pulver auf einmahl entzündet, 1212 Schuhe kommen. Da nun diese almähliche Entzündung auf dem Werth $\mu = 1$ als wir aber vorher $\mu = 1$ gesetzt hatten, eine Geschwindigkeit nur von 87 gefunden worden; so sieht man schon, daß wenn man für μ einen noch kleineren Bruch als $\frac{1}{2}$ nehmen sollte, die Geschwindigkeit auch grösser, als 1212 heraus kommen und folglich der Wahrheit näher kommen würde. Je kleiner wir aber den Werth von μ annehmen, je plötzlicher entzündet sich das Pulver im ersten Anfange, dennoch aber bleibt die Entzündung im allerersten Augenblick unendlich klein. Weil wir nun versichert seyn können, daß schon im ersten Augenblick schon ein beträchtlicher Theil des Pulvers entzündet, so folgt hieraus, daß die gefundene Geschwindigkeit von 1212 Schuhen zu klein seyn müsse: und daß also unsere Meynung, kraft welcher das Pulver nicht auf einmahl entzünden soll, mit der Wahrheit sehr übereinstehen könne. Denn da die plötzliche Entzündung eine Geschwindigkeit von 1795 Englischen Schuhen giebt, durch die Versuche aber nur ungefähr 145 wahrgenommen worden, so ist der Unterschied von 145 Schuhen groß, daß man daraus eine von der almählichen Entzündung herrührende Vergrößerung schliessen kann.¹⁾ Da auch die gefundene Geschwindigkeit von 1212 Schuhen wegen des weggeworfenen Termini $\frac{s^2}{6g}$, als welcher in die Formel gesetzt da s sehr groß ist, nicht mehr so wenig austrägt, noch um etwas mehr

1) Mit Benutzung des richtigen Wertes von η ergibt sich $\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,718$. Die Mündungsgeschwindigkeit bei plötzlicher vollständiger Entzündung des Pulvers 1630 engl. Fuß und bei almählicher Entzündung 1171 rheinl. Fuß. Der Unterschied der Geschwindigkeiten bei plötzlicher und almählicher Entzündung berechneten und der aus den Beobachtungen ermittelten Mündungsgeschwindigkeit beträgt also nicht 145 sondern nur 30 engl. Fuß. F. R. S.

ist, so begreift man leicht, daß man davon noch den durch den Spiel- und das Zündloch verursachten Verlust abziehen könne: indem dieser in einem-Musketen Lauf, da wegen der Fülterung durch den Spielkäst gar nichts durchdringen kann, kaum merklich seyn wird. Und also man keine weitere Ursache mehr finden, an der Wahrheit der hier gegebenen Lehre über die Gewalt des Pulvers zu zweifeln.

SIEBENTE ANMERKUNG

Da es aber eben so schwer ist, die allmähliche Entzündung des Pulvers zu bringen, als die Rechnung selbst zu vollenden, so kan man die Sache dergestalt vorstellen, als wenn sich im ersten Augenblick ein Theil des Pulvers auf einmal entzündete, der übrige Theil aber unentzündet bliebe. Denn das Pulver mag sich in der That so plötzlicher langsam, als man immer will, entzünden, so wird es allzeit möglich eine gewisse Portion zu bestimmen, welche, wenn sie sich im ersten Augenblick auf einmal entzündete, eben diejenige Wirkung hervorbringen würde.

Wir wollen daher in der obigen Rechnung annehmen, daß diese Pulver, welche sich im ersten Augenblick entzündet, und durch ihre Gewalt die Kugel forttreibet, durch λb ausgedrückt werde, oder daß sich die Kugel zur ganzen Ladung verhalte, wie $\lambda : 1$, dergestalt daß λ einen gebrochenen Bruch andeutet, welcher der Unität um soviel näher kommt, je plötzlicher sich das Pulver in der That entzündet. Daher wird in der vorhergehenden Aequation seyn $y = \lambda b$ und

$$s = \frac{244\alpha\lambda b}{\alpha(x-\bar{b}) + \lambda\bar{b}} \quad \text{oder} \quad s = \frac{244\alpha\lambda b}{\alpha x - (\alpha - \bar{\lambda})\bar{b}}$$

$$\frac{ss}{6g} \quad \text{oder} \quad \frac{ss}{4800} = \frac{12,4\alpha^2\lambda^2b^2}{(\alpha x - (\alpha - \bar{\lambda})\bar{b})^2}.$$

und

$$(\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b) = 2\alpha\beta h dx \left(s + \frac{ss}{6g} \right) - 2ahdx - avdx,$$

welche durch die Integration gefunden worden

$$v(\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b) = 488\alpha\beta\lambda b h l^{\frac{\alpha(x-b) + \lambda b}{\lambda b}} \\ - \frac{24,8\alpha^2\beta\lambda^2 b^2 h}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} + 24,8\alpha^2\beta\lambda b h - 2\alpha h x + 2\alpha b h - \alpha \int v dx.$$

Weil aber schon ziemlich genau ist

$$v = \frac{488\alpha\beta\lambda b h}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b} l^{\frac{\alpha(x-b) + \lambda b}{\lambda b}},$$

so ist

$$\alpha \int v dx = v(\alpha x - (\alpha - \lambda)b) - \int v(\alpha x - (\alpha - \lambda)b).$$

Dahero ist

$$\alpha \int v dx = \frac{488\alpha\beta\lambda b h(\alpha x - (\alpha - \lambda)b)}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b} l^{\frac{\alpha(x-b) + \lambda b}{\lambda b}} - \frac{488\alpha^2\beta\lambda b h(x-b)}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b}.$$

Man setze nun um abzukürzen

$$\frac{2\alpha b}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b} = m,$$

so wird man finden

$$v = 244\beta\lambda m h l^{\frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b}} - \frac{12,4\alpha\beta\lambda^2 m b h}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} + 12,4\alpha\beta\lambda m h - \frac{m h(x-b)}{h} \\ - \frac{244\beta\lambda m h(\alpha x - (\alpha - \lambda)b)}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b} l^{\frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b}} + \frac{244\alpha\beta\lambda m h(x-b)}{\alpha(2k + nb) - (n - 244\alpha)\lambda b}$$

oder

$$v = 244\beta\lambda m h \left(1 - \frac{m(\alpha x - (\alpha - \lambda)b)}{2\alpha b}\right) l^{\frac{\alpha x - (\alpha - \lambda)b}{\lambda b}} + \frac{12,4\alpha^2\beta\lambda m h(x-b)}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} \\ - \frac{m h(x-b)}{b} (1 - 122\beta\lambda m).$$

Setzt man nun $x=a$, so kommt die Geschwindigkeit heraus, womit Kugel aus dem Lauf geschossen wird, in welchem Fall man diese Vergle-
chung erhält:

$$v = 244\beta\lambda m h \left(1 - \frac{m(a-b) + \lambda b}{2\alpha b}\right) l^{\frac{\alpha(a-b) + \lambda b}{\lambda b}} + \frac{12,4\alpha^2\beta\lambda m h(a-b)}{\alpha(a-b) + \lambda b} \\ - \frac{m h(a-b)}{b} (1 - 122\beta\lambda m).$$

ie Geschwindigkeiten mit einander zu vergleichen, welche heraus
wenn man erstlich setzt, daß sich alles Pulver, und hernach daß
in Theil desselben entzündet, so ist genug, den ersten Terminum
nehmen. Es sey daher \sqrt{u} die Geschwindigkeit, womit die Kugel
geschossen wird, wenn sich alles Pulver auf einmahl entzündet;
 \sqrt{v} die Geschwindigkeit, womit die Kugel heraus gestossen wird,
nur ein Theil des Pulvers, welcher sich zum ganzen verhält, wie
entzündet, so wird man haben

$$\frac{1}{2k+nb-(n-244\alpha)b} l^{\frac{\alpha(a-b)+b}{b}} : \frac{\lambda}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b} l^{\frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}}$$

$$u:v = 1 : \frac{\alpha\lambda(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b}{\alpha(2k+nb)-(n-244\alpha)\lambda b} \cdot \frac{l^{\frac{\alpha(a-b)+\lambda b}{\lambda b}}}{l^{\frac{\alpha(a-b)+b}{b}}}$$

abzukürzen, so setze man, wie oben

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \zeta \quad \text{und} \quad \frac{\alpha(2k+nb)}{(n-244\alpha)b} = \eta,$$

$$u:v = 1 : \frac{(\eta-1)\lambda}{\eta-\lambda} \cdot \frac{l(\zeta+\lambda): \lambda}{l(\zeta+1)}$$

nun, wie in dem schon oft berechneten Exempel, ist

$$\alpha = \frac{3}{2}, \quad a = 45, \quad b = 2\frac{5}{8}, \quad k = 4900 \quad \text{und} \quad n = 1000,$$

$$\zeta = 24,21 \quad \text{und} \quad \eta = 5,21;$$

hat man diese Vergleichung

$$u:v = 1 : \frac{4,2\lambda}{5,2-\lambda} \cdot \frac{l^{\frac{24,21+\lambda}{\lambda}}}{l^{25,21}}$$

setze zum Exempel $\lambda = \frac{8}{4} = 0,75$, so wird

$$u:v = 1 : 0,7078 \frac{l^{33,28}}{l^{25,21}} = 1 : 0,7687$$

und die Geschwindigkeiten selbst werden sich also verhalten:

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,8767.$$

Da also, wie wir gesehen, die Geschwindigkeit der Kugel, da alles Pulver einmahl zu entzünden gesetzt worden, in einer Secundo ungefähr 1800 Sch. tragen, so wird die Geschwindigkeit der Kugel, wenn sich nur $\frac{3}{4}$ von dem Pulver entzündet, in einer Secunde austragen 1578 Engl. Schuh. Es ist aber wahrscheinlich, daß man, um mit der Wahrheit überein zu stimmen, einen Theil als $\frac{3}{4}$ für λ annehmen müsse. Setzen wir aber $\lambda = \frac{7}{8}$, so kommt eine Geschwindigkeit von 1689 Schuhen in einer Secunde heraus, welche grösser ist, als die Experientz angezeigt. Da nun auch noch etwas weniger der forttreibenden Gewalt durch das Zündloch und den Spiel-Raum verloren so wird man ungefähr, wenn das Pulver recht gut ist, wie der Autor gebietet, ziemlich sicher für λ diesen Bruch $\frac{9}{10}$ annehmen können. In dem gegenwärtigen Exempel wird aber dahero diese Proportion entstehen:

$$u : v = 1 : 0,88 \frac{127,9}{125,21} = 1 : 0,90765$$

und also

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : \sqrt{0,90765}.$$

Dahero anjetzo die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde 1755 Engl. Schuh betragen wird. Wenn nun davon 100 Schuh für den Verlust wegen des Spielraums und des Zündlochs abgezogen werden, so kommt die wahre Geschwindigkeit, welche gefunden worden, heraus.¹⁾ Wir können aber aus der integrierten Aequation den Werth von u oder die Geschwindigkeit der Kugel, wenn sich alles Pulver auf einmahl entzündet, genauer bestimmen, als bisher, weil darinnen auch die Resistenz nicht ist aus der Acht gelassen worden. dürfen zu diesem Ende nur $\lambda = 1$ setzen, und da β eine solche Zahl ist, daß

1) Weil η nicht gleich 5,2, sondern gleich 11,2 ist, so erhält man

$$\text{für } \lambda = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,8916,$$

$$\text{für } \lambda = \frac{7}{8}$$

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,9481,$$

$$\text{für } \lambda = \frac{9}{10}$$

$$\sqrt{u} : \sqrt{v} = 1 : 0,9588;$$

daher ergeben sich für die Mündungsgeschwindigkeit, je nachdem $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$ oder $\frac{9}{10}$ des Pulvers brennt, 1605, 1705 oder 1726 englische Fuß. F. R. S.

$244\beta = 1000^4$), so ist $122\beta = 500$, und $12,4\beta = 50,8$. Ferner ist
 und $\alpha = \frac{3}{2}$, woraus entsteht $m = \frac{b}{k + 289b}$. Setzen wir weiter

$$\frac{\alpha(a-b)}{b} = \frac{3(a-b)}{2b} = \zeta,$$

$$1000mh \left(1 - \frac{m(\zeta+1)}{3}\right) l(\zeta+1) + \frac{76,2\zeta mh}{\zeta+1} - \frac{2\zeta mh}{3} (1 - 500m).$$

Exempel also, da $a = 45$, $b = 2\frac{5}{8}$ und $k = 4900$, haben wir

$$\zeta = 24,2143 \quad \text{und} \quad m = \frac{1}{2155,66},$$

$$u = \frac{h}{2,15566} \cdot 0,996102 l25,2143 + 0,033947 \cdot h - 0,005752 \cdot h$$

$$u = 0,46209 h l25,2143 + 0,028195 \cdot h.$$

und die gesuchte Geschwindigkeit folgender Gestalt bestimmt werden:

$$\begin{array}{r} l25,2143 = 1,401647 \\ \hline l1,401647 = 0,146638 \\ l2,302581 = 0,362215 \\ l0,46209 = 9,664723 \\ \hline 0,173576 \\ \text{Die Zahl} = 1,491340 \\ \hline 0,028195 \\ \hline 1,519535 \\ \hline l1,519535 = 0,181710 \\ lh = 7,463893 \\ \hline 7,645603 \\ \hline \text{Die Hälfte} = 3,822802 \\ l4 = 0,602060 \\ \hline 3,220742 \end{array}$$

Geschwindigkeit 1662 Rheinl. Schuh oder aber 1711²) Engl. Schuh.

vorher, da wir die Resistenz nicht in Betrachtung gezogen
 funden worden, so bleiben nur ungefehr 60 Schuh übrig, welche
 derung, so von der allmählichen Entzündung des Pulvers und der
 nebst dem Spielraum herrühren, zugeschrieben werden können.
 nun $\lambda = \frac{9}{10}$, so beträgt dieser Abgang ungefehr 40 Schuh, und
 Verlust mag 20 Schuh austragen.

ACHTE ANMERKUNG

Da wir in diesen Anmerkungen alle diejenigen Umstände in
 gezogen, welche auf die Bewegung der Kugel, ehe dieselbe aus
 heraus getrieben wird, einigen Einfluß haben, nur allein die V
 ausgenommen, welche von dem beständigen Verlust der forttrieb
 durch das Zündloch und den Spiel-Raum herkömmt: so wollen
 noch untersuchen, wie viel dieser Umstand austragen könne.

Es sey demnach, wie wir vorher gesetzt haben, die Länge
 Canone (Fig. 10) $AB = a$, die Länge des Raums, welcher anfänglich
 angefüllt gewesen, $AC = b$, und um die Schwierigkeiten nicht ob
 vermehren, so wollen wir setzen, daß sich gleich im ersten Augenbl
 des Pulvers, welcher sich zur ganzen Ladung verhalte wie λ zu 1,
 entzündet habe, und daß sich auch nachgehends nichts mehr ent
 hero wird der noch unentzündete Theil einen Raum einnehmen, c
 $= (1 - \lambda)b$. Ferner sey die aus dem entzündeten Pulver erzeu
 Materie der $\frac{1}{a}$ Theil desselben, welche mit dem unentzünd
 einen Raum einnehmen wird, dessen Länge $= b - \frac{\lambda b}{a}$. Wir
 setzen, daß die beyden Oefnungen des Spiel-Raums und Zündloc
 die zusammen gepreßte Luft heraus fährt, zusammen genommen
 der Höhlung des Stücks, welche durch cc angedeutet wird, a
 diesem Ende wollen wir das Zündloch ef um etwas grösser anne
 darunter zugleich die Oefnung des Spiel-Raums begriffen werde,
 setzen $ef = \frac{cc}{m}$. Dieses voraus gesetzt, so soll nach einiger Ze
 schon biß MN fortgetrieben worden seyn. Man nenne die Läng
 und die Geschwindigkeit sowohl der Kugel, als der vöders

dergestalt daß, indem die Kugel durch $Nu = dx$ vorrücket, die U wachse. Wenn also das Gewicht der Kugel durch eine Luft-
druckt wird, deren Höhe $= k$, so ist die Kraft, welche zur Accel-
eration der Kugel erfordert wird, $= \frac{k dx}{dx}$. Wenn hernach die größere Materie
er, als die natürliche Luft, gesetzt wird, so ist die Kraft, welche
zu derselben erfordert wird,

$$= \frac{1}{2} n \left(b + \frac{\lambda b}{\alpha} \right) \frac{dv}{dx}.$$

so die Kugel nicht mehr von der ganzen Gewalt, welche anfänglich
er erzeugt worden, fortgetrieben wird, indem unterdessen ein Theil
durch das Zündloch verlohren gegangen. so wollen wir setzen, daß
der verlohrene Theil zum ganzen verhalte, wie z zu 1; oder, daß dieser
Theil sey einer natürlichen Luft-Säule, deren Höhe $244\lambda bz$. Also
der übrige Theil der Canone noch übrige Luft seyn $= 244\lambda b(1-z)$. Da nun die-
se Canone einen Raum einnimmt, dessen Länge $= x + b + \frac{\lambda b}{\alpha}$, so

$$\frac{244\lambda b(1-z)}{x + b + \frac{\lambda b}{\alpha}}$$

seyn, als die natürliche Luft. Wir wollen, um der Kürze willen
den Buchstaben s setzen, so wird, wie oben gewiesen worden,
das Gewicht dieser Luft dem Gewicht einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe

$$= \beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right);$$

die Acceleration dieser Luft eine Kraft erfordert wird

$$= \frac{122\lambda b(1-z)dv}{dx},$$

die zur Acceleration erforderliche Kraft

$$= \frac{dv}{dx} \left(k + \frac{1}{2} n b \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \right) + 122\lambda b(1-z) \right),$$

der wirklichen Kraft weniger dem Gegendruck h und der Resistenz
gleich gesetzt, diese Aequation giebt

$$\left(k + \frac{1}{2} n b \left(1 - \frac{\lambda}{\alpha} \right) + 122\lambda b(1-z) \right) dv = \beta h \left(s + \frac{ss}{6q} \right) dx - h dx - \frac{1}{2} v dx.$$

Um aber den Verlust z zu bestimmen, so wollen wir die Geschwindigkeit v mit welcher diese Luft durch das Zündloch ef heraus dringt, bestimmen. Indem also die Kugel durch dx fortgeht, so wird durch das Zündloch ein kleiner Cylinder heraus gehen, dessen Länge $= \frac{dx \sqrt{u}}{\sqrt{v}}$ und dessen Dichte s mahl dichter ist, als die natürliche, so daß der Verlust eine natürliche Luft-Säule austragen, deren Dicke $= cc$. Die Höhe $= \frac{s dx \sqrt{u}}{m \sqrt{v}}$. Da nun dieses der Abgang ist von der in der Kugel gehaltenen Luft $244 \lambda b(1-z)$, so wird

$$244 \lambda b dz = \frac{s dx \sqrt{u}}{m \sqrt{v}},$$

wovon das Integrale also genommen werden muß, daß dasselbe verschwindet wenn $x = b$. Nun ist also noch übrig, die Geschwindigkeit \sqrt{u} zu bestimmen. Diese hängt von der Gewalt der Zusammendrückung ab. Weil nun diese Gewalt in einer natürlichen Luft-Säule, so hoch $= \beta h \left(s + \frac{s s}{6 q} \right)$, gleich ist der Zusammendrückung einer Säule von einer gleich dichten Luft, zu dieser Zusammendrückung eine Höhe von einer gleich dichten Luft $= \beta h \left(1 + \frac{s}{6 q} \right)$ erfordert, dahero wird der Druck auf das Zündloch groß seyn, als wenn sich darüber eine Säule von einerley Luft, welche dichter als die natürliche, befände, deren Höhe $= \beta h \left(1 + \frac{s}{6 q} \right)$. Im Fall aber würde die Luft durch das Zündloch mit einer Geschwindigkeit v aus getrieben werden, dergleichen ein fallender Körper aus dieser Höhe h langt, und also wird seyn

$$u = \beta h \left(1 + \frac{s}{6 q} \right).$$

Wir können alhier den Bruch $\frac{s}{6 q}$ als sehr klein sicher weglassen, kommen also $u = \beta h$, und folglich

$$244 \lambda b dz = \frac{s dx \sqrt{\beta h}}{m \sqrt{v}}.$$

Nun ist

$$s = \frac{244 \alpha \lambda b(1-z)}{\alpha x + (\lambda - \alpha) b}$$

oder, da $\alpha > 1$ und $\lambda < 1$, vielmehr

$$s = \frac{244 \alpha \lambda b(1-z)}{\alpha x - (\alpha - \lambda) b}.$$

in diesen Werth für s setzen, so kommt

$$\frac{dz}{1-z} = \frac{\alpha dx \sqrt{\beta h}}{m(\alpha x - (\alpha - \lambda)b) \sqrt{v}}.$$

über schon vorher gefunden

$$nb(\alpha - \lambda) + 244\alpha\lambda b(1 - z)) = 2\alpha\beta h dz \left(s + \frac{ss}{6q}\right) - 2\alpha h dx - \alpha v dx,$$

wir hier die drey letzten Terminos, als welche nicht nur sehr sondern sich auch beynahe fast aufhoben, weglassen, so haben wir

$$(2\alpha k + nb(\alpha - \lambda) + 244\alpha\lambda b(1 - z)) = \frac{488\alpha^2\beta\lambda b h(1 - z)}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} dx.$$

Equation aber giebt

$$\frac{\alpha dx}{\alpha x - (\alpha - \lambda)b} = \frac{m dz \sqrt{v}}{(1 - z) \sqrt{\beta h}}$$

bekommen wir

$$dv(2\alpha k + nb(\alpha - \lambda) + 244\alpha\lambda b(1 - z)) = 488m\alpha\lambda b dz \sqrt{\beta h} v$$

$$dz + \frac{z dv}{2m \sqrt{\beta h} v} = \frac{dv(2\alpha k + nb(\alpha - \lambda))}{488m\alpha\lambda b \sqrt{\beta h} v} + \frac{dv}{2m \sqrt{\beta h} v},$$

mit $e^{\sqrt{v:m}\sqrt{\beta h}}$ multiplicirt, integrirt werden kann, da denn kommt

$$e^{\sqrt{v:m}\sqrt{\beta h}} z = \left(\frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244m\alpha\lambda b} + \frac{1}{m} \right) \int e^{\sqrt{v:m}\sqrt{\beta h}} \frac{dv}{2\sqrt{\beta h} v}$$

$$e^{\sqrt{v:m}\sqrt{\beta h}} z = \left(\frac{2\alpha k + nb(\alpha - \lambda)}{244\alpha\lambda b} + 1 \right) (e^{\sqrt{v:m}\sqrt{\beta h}} - 1),$$

Quantität z , welche den Verlust der fortreibenden Gewalt ausdrückt, den muß, wenn $v = 0$, als welches im ersten Augenblick geschieht. bekommen wir

Das Glied $\frac{dv}{2m\sqrt{\beta h} v}$ fehlt im Original. F. R. S.

Wenn also die Kugel ohne diesen Verlust mit einer Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde heraus getrieben würde, so müßte sie einen Verlust von $\frac{17\mu}{81m} \cdot 1700$ Schuh in einer Secunde austragen. Obigen Exempel, da

$$b = 2,625, \quad k = 4900, \quad n = 1000, \quad \alpha = \frac{3}{2} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{9}{10}$$

wird

$$\mu = 18,82^1),$$

und daher beträgt der Verlust

$$\frac{319,6}{81m} \cdot 1700^2), \quad \text{das ist} \quad \frac{6714}{m}^3) \text{ Schuh.}$$

Sollte nun die Weite des Zündlochs den hundertsten Theil der Canone anstragen, so würde dieser Verlust $67^4)$ Schuh in einer Secunde betragen: und also die Kugel an statt 1700 nur $1633^5)$ Schuh in einer Secunde durchlaufen. Hierbey ist aber zu merken, daß unsere für den Verlust bestimmte Expression allzu groß ist, indem wir in der obigen Integration Terminus weggelassen, welche diesen Verlust vermindern haben würden. Dieser Fehler wird um so viel grösser seyn, je grösser das Zündloch kleiner die Zahl m ist; denn die gebrauchte Näherung gilt nur, wenn m eine sehr große Zahl bedeutet. Dieses erhellet auch ganz deutlich aus dem obigen Exempel; denn wenn zum Exempel m nur 3 wäre, so müßte der Verlust $\frac{6714}{3}^6)$ Schuh in einer Secunde austragen. Da nun die ganze Geschwindigkeit bey 1700 Schuhen ist, so sieht man wohl, daß sich der Verlust weniger als 1700 Schuh belaufen müsse: folglich ist klar, daß wenn m eine sehr grosse Zahl ist, der auf diese Art gefundene Verlust immer um vieles zu groß seyn müsse. Daher wenn in dem Exempel $m = 10$ angenommen worden, so ist die Verminderung der Geschwindigkeit gewiß viel kleiner als $67^4)$ Schuh. Hernach ist auch der herausgebrachte Verlust aus diesem Exempel zu groß, weil wir angenommen haben, daß durch das Zündloch nur die zusammen gepreßte Luft heraus fahre, da doch außer Zweifel auch eine gewisse Menge der gröbern Materie zugleich mit heraus geht, folglich wird die fortgetriebene Kraft nicht um so viel vermindert, als in der Rechnung angenommen. Denn außer dem, daß die forttreibende Gewalt dadurch keinen so großen

1) Im Original 17. 2) Im Original $\frac{289}{81m} \cdot 1700$. 3) Im Original $\frac{6065}{m}$. 4) Im Original 1640. 5) Im Original 2000. 6) Im Original 2000. Berichtigt von F. R. S.

te, so wird dadurch auch die gröbere Materie vermindert, welche sonst der Kugel fortgestossen werden müßte. Diezem letzten Mangel kann nur die gefundenen Formel leicht abgeholfen werden, wenn man das Zündloch um etwas kleiner ansetzt, als solches in der That ist; wobey zu merken, daß wir unter dem Zündloch zugleich die Oefnung des Spielraums mit begreifen. Um aber den ersten Fehler zu heben, welches nöthig ist, wenn m keine sehr kleine Zahl ist, so muß man den Werth von $e^{1-\mu\sqrt{\beta h}}$ näher ausdrücken, und dann nimmt man dafür

$$1 + \frac{Vv}{m\sqrt{\beta h}} + \frac{v}{2m^2\beta h} + \frac{rVv}{6m^3\beta h\sqrt{\beta h}} + \text{etc.}$$

also

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{x - (\alpha - \lambda)h} = \frac{(1 + \mu)dv}{1 - \frac{\mu Vv}{m\sqrt{\beta h}} - \frac{\mu v}{2m^2\beta h} - \frac{\mu r Vv}{6m^3\beta h\sqrt{\beta h}} - \text{etc.}}$$

den Bruch weggebracht

$$\frac{2\alpha\beta h dx}{x - (\alpha - \lambda)h} = (1 + \mu)dv \left(1 + \frac{\mu Vv}{m\sqrt{\beta h}} + \frac{\left(\mu^2 + \frac{1}{2}\mu\right)v}{m^2\beta h} + \frac{\left(\mu^3 + \mu^2 + \frac{1}{6}\mu\right)r Vv}{m^3\beta h\sqrt{\beta h}} \right).$$

Setzt man nun Vu für die Geschwindigkeit, welche die Kugel erhalten würde, wenn nichts von der forttreibenden Gewalt verlohren gieng, so wird

$$u = v + \frac{2\mu v Vv}{3m\sqrt{\beta h}} + \frac{(2\mu^2 + \mu)v^2}{4m^2\beta h} + \frac{(6\mu^3 + 6\mu^2 + \mu)r^2 Vv}{15m^3\beta h\sqrt{\beta h}}$$

diese Aequation umgekehrt giebt

$$Vv = \frac{\mu u}{3m\sqrt{\beta h}} + \left(\frac{1}{36}\mu^2 - \frac{1}{8}\mu\right) \cdot \frac{u Vv}{m^2\beta h} + \left(\frac{1}{270}\mu^3 + \frac{1}{20}\mu^2 - \frac{1}{30}\mu\right) \cdot \frac{u u}{m^3\beta h\sqrt{\beta h}}$$

Wenn $\sqrt{\beta h}$ eine Geschwindigkeit von 2700 Schuhen ausdrückt, wenn Vu ebenfalls in Schuhen genommen, und der Bruch $\frac{Vv}{m\sqrt{\beta h}}$ Kürze halber $= r$ gesetzt wird: so findet man

$$\frac{Vv}{Vu} = 1 - \frac{1}{3}\mu r + \left(\frac{1}{36}\mu^2 - \frac{1}{8}\mu\right)r^2 + \left(\frac{1}{270}\mu^3 + \frac{1}{20}\mu^2 - \frac{1}{30}\mu\right)r^3.$$

Nun in obigem Exempel $\mu = 18,82^1)$ und $r = \frac{17}{27m}$, so wird

$$\frac{Vv}{Vu} = 1 - 3,950 \cdot \frac{1}{m} + 2,968 \cdot \frac{1}{m^2} + 10,427 \cdot \frac{1}{m^3}.$$

1) Im Original 17. 2) Im Original: $\frac{Vv}{Vu} = 1 - 3,568 \cdot \frac{1}{m} + 2,340 \cdot \frac{1}{m^2} + 8,007 \cdot \frac{1}{m^3}.$

Diese Formel dienet nun, wenn m keine sehr große Zahl ist, als et
60. Denn wenn $m=60$, so giebt der dritte Terminus $2,968 \cdot \frac{1}{m^2}$ ¹⁾ mit
multipliciret nur $1,4^2$) Schuh. Es sey zum Exempel $m=10$, oder
loch, nebst der Oefnung des Spielraums, betrage den zehnten Theil de
Mündung, so wird $\frac{V^n}{V^n} = 0,64511^3$) und der Verlust an der Geschwindig
trägt 603^4) Schuh, dergestalt, daß die Kugel nur eine Geschwindig
 1097^5) Schuh in einer Secunde erhält. Uebrigens ist hier noch zu b
daß, da $\mu = \frac{2\alpha k + nb(\alpha - 1)}{244\alpha\lambda b}$, der Abgang an der Geschwindigkeit un
grösser werde, je schweher die Kugel, oder je grösser k ist, und
können wir einen von den stärksten Gründen, welche der Verfasser
hauptung seiner Meynung, daß sich alles Pulver im ersten Augen
einnahl entzündet, anführet, hinlänglich wiederlegen. Denn derselbe s
wonn sich nicht alles Pulvor auf einmahl entzündete, zwey oder drey
welche zugleich geladen werden, nach Proportion eine grössere Geschw
erhalten müßten, als nur eine, indem dieselben länger im Lauf blieben, u
eine stärkere Gewalt aushielten. Dem ungeachtet aber habe er niemah
können, daß solches durch seine Experimente wäre bestätigt worden.
der That würde dieser Schluß seine völlige Richtigkeit haben, und die M
des Autoris bekräftigen, wenn dieser wegen des Zündlochs hier erklär
stand nicht vorhanden wäre. Dem da aus diesem Grunde eine schwerer
einen stärkern Abgang leidet, als eine leichtere, aus dem vorigen Grund
das Widerspiel folget: so kann es leicht geschehen, daß diese zwey wiede
tigen Wirkungen entweder einander völlig aufheben, oder doch so naho,
Unterscheid in der Erfahrung nicht bemerkt werden kan.

Wenn man nun alle diese Anmerkungen zusammen nimmt, so win
in einem jeglichen vorkommenden Fall nicht nur die Ursachen von alle
ständen anzeigen, sondern auch zum voraus die Geschwindigkeit der
durch die Rechnung bestimmen können.

1) Im Original $2,340 \cdot \frac{1}{m^2}$.

2) Im Original 1.

3) Im Original 0

4) Im Original 553.

5) Im Original 1147.

Berichtigt von F. R. S.

ZWÖLFTER SATZ

Die Gewalt zu untersuchen, mit welcher eine Kugel, so von der Ladung merklich entfernt ist, fortgetrieben wird.

Wir haben in verschiedenen von den oben angeführten Experimenten die Kugel nicht unmittelbar vor das Pulver, sondern in einer geringen Entfernung von demselben gesetzt, inzwischen hat doch der ledige Raum zwischen der Ladung und der Kugel immer über anderthalb Zoll betragen: und in diesem Fall haben wir gesehen, daß unsere Theorie noch ziemlich genau mit den Experimenten übereingestimmt. Wenn aber die Kugel noch weiter von dem Pulver, als in einer Entfernung von 12, 18 oder 24 Zoll geladen wird, so finden diejenigen Gründe nicht mehr statt, welche wir oben in dem 7ten Satz, da die Kugel entweder unmittelbar vor das Pulver, oder nicht weit davon, gesetzt worden, gebraucht haben. Denn wir haben in dem vorhergehenden Satze gesehen, daß wenn sich nicht unmittelbar vor dem Pulver ein schwerer Körper befindet, die Flamme sich alsdenn mit einer weit grösseren Geschwindigkeit ausbreitet, als dieselbe immer einer Kugel einzudrücken vermögend ist. Da nun das Pulver, indem sich dasselbe durch einen ledigen Raum von 12, 18 oder 24 Zoll ausbreitet, einen sehr beträchtlichen Grad von dieser Geschwindigkeit erhält, so wird die erste Bewegung der Kugel nicht allein von der druckenden Kraft des Pulvers, sondern auch von dem wirklichen Stoß desselben verursacht: und daher wird der Kugel in dem ersten Augenblick ein weit grösserer Grad der Bewegung eingedrückt, welcher so wohl aus der Gewalt des Stosses, als aus der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers, bestimmt werden muß.

Hieraus folget nun, daß die Geschwindigkeit der Kugel, wenn dieselbe ziemlich weit von dem Pulver geladen worden, weit grösser seyn müsse, als diejenige, welche oben in dem siebenten Satze aus der Ausdehnungs-Kraft des Pulvers allein heraus gebracht worden. Wir haben auch diese der Theorie gemäße Vermehrung der Geschwindigkeit der Kugel durch vielerley Versuche bestätigt. Auf diese Art haben wir gefunden, daß eine Kugel, welche in dem mit dem Buchstaben A bezeichneten Lauf $11\frac{1}{4}$ Zoll weit von dem Boden geladen, und mit 12 Drachm. Pulver heraus geschossen worden, eine Geschwindigkeit von 1400 Schuhen in einer Secunde erhalten; da dieselbe doch, wenn sie von der blossen Ausdehnungs-Kraft des Pulvers wäre in Bewegung gesetzt

worden, nur eine Geschwindigkeit von 1200 Schuhen in einer Secunde erlangt haben würde. Eben diesen Umstand haben wir auch in allen andern grösseren Entfernungen (und auch in kleinern, obgleich nicht auf denselben Grad) und mit allen Ladungen der Wahrheit gemäß befunden. Alle diese Wirkungen kommen auch ziemlich genau mit demjenigen überein, was wir in dem vorigen Satz über die Geschwindigkeit der Ausdehnung so wohl der subtilen als der gröbern Theile der Flamme ausgeführt haben.

Hieraus fliest noch eine andere Betrachtung von sehr großer Wichtigkeit im Gebrauch der Artillerie, welche darinne besteht, daß man nimmer eine Kugel auf eine merkliche Distantz vor das Pulver laden soll, wenn der Lauf nicht über die maßen stark und fest ist. Denn, wenn eine mäßige Ladung Pulver sich schon durch den ledigen Rann ausgebreitet, und alsdenn erst die Kugel erreicht: so muß sich die Flamme durch die schon erhaltene Geschwindigkeit hinter der Kugel aufhäuffen, und dadurch einen weit grössern Grad der Dichtigkeit erhalten; dahero der Lauf, wenn derselbe an diesem Ort keine außerordentliche Stärke hat, von dieser verstärkten Kraft des Pulvers unfehlbar zerspringen wird. Ich habe auch die Wahrheit dieses Schlußes an einer herrlichen und aus zähem Eisen geschmiedeten Mußkete erfahren. Denn als ich dieselbe mit 12 Drachm. Pulver geladen, und die Kugel 16 Zoll weit vom Boden hinein gesetzt hatte, so ist dieser Lauf nach dem Schuß just hinter der Kugel fast zweymahl so dicke aufgeschwollen, und hat daselbst eine Gestalt, als eine aufgeblasene Blatter, bekommen; über dieses waren auch zwey grosse Stücke ungefehr zwey Zoll lang daraus gesprungen.

Da nun die ganze Bewegung einer Kugel, welche ziemlich weit vor das Pulver geladen worden, von zweyerley Kräften, welche darauf wirken, herkommt: nemlich erstlich von dem Stoß der Theile des entzündeten Pulvers, dessen Stärke auf der Geschwindigkeit, welche diese Theile durch die Ausdehnung schon wirklich erhalten haben, beruhet, und denn zweytens von der fortdaurenden Kraft der Ausdehnung, womit die Kugel durch die übrige Länge des Laufs fortgetrieben wird; so war ich bemühet, diese zwey verschiedenen Wirkungen von einander abzusondern, und nur die letztere beyzubehalten, welche von dem fortdaurenden Druck der Flamme herrühret. Zu diesem Ende trieb ich das Pulver nicht mehr auf dem Boden des Laufs zusammen, sondern um die Wirkung des Stosses zu verhüten, so zerstreute ich dasselbe durch den ganzen Raum hinter der Kugel so gleichförmig, als mir möglich war, und bildete mir ein, daß durch dieses Mittel die Geschwindigkeit der Flamme an einem jeglichen Ort durch die Ausdehnung der umliegenden Theile gehemmet

Nachdem ich nun die Ladung auf diese Art eingerichtet, so
die Kugel, welche $11\frac{1}{4}$ Zoll weit von dem Boden gesetzt worden,
Geschwindigkeit von 1400 Schuhen in einer Secunde, welche in
enden Experiment heraus gekommen, anjetzo nur eine Geschwin-
100 Schuhen bekommen, welche um 100 Schuh kleiner ist, als
Theorie aus der fortdaurenden Druckung des Pulvers allein ge-

he dieses Abgangs war nun außer Zweifel die innere Bewegung
Denn aus der Entzündung des Pulvers, welches durch einen weit
n, als dasselbe anzufüllen vermögend war, zerstreuet gewesen,
endlich mancherley verschiedene Stösse und Zurückprallungen der
ehen; und durch diese innerliche Bewegungen der subtilen flüßigen
e notwendig der Druck auf die innern Wände, und folglich auch
e, wie bey allen andern flüßigen Materien in diesem Fall zu ge-
e, sehr merklich vermindert worden. Um nun diese Ungleichheit
n vermeiden, so habe ich nachgehends in allen Experimenten,
macht, das Pulver immer so nahe, als möglich gewesen, sorg-
en gestossen, wenn auch die Kugel in einer kleinen Entfernung
n gesetzt worden.

ANMERKUNG

rsuchung, wovon in diesem Satz gehandelt wird, ist eine von den
Materien, welche immer in der Lehre von der Bewegung flüßiger
nmen können; und wenn dieser Satz nach aller Schärfe ausge-
n sollte, so würden noch zur Zeit weder die bekannten Vortheile
skunst, noch die Grundsätze der Wissenschaft selbst, wohin diese
gehöret, hinreichend seyn, alle dabey vorkommenden Schwierig-
erwinden. Es wird nemlich hier der Fall betrachtet, wenn die
unmittelbar auf das Pulver geladen, sondern ein merklicher Raum
e Pulver und der Kugel ledig gelassen wird. Wenn nun dieser
leer wäre und sich darinne auch so gar keine Luft befände, so
leich nach der Entzündung die dadurch befroyte zusammen ge-
nach der im vorigen Satze beschriebenen Art so lange gantz frey
ß die vördersten Theile derselben die Kugel erreichten. Und in

diesem Fall würde es so schwer nicht seyn, so wohl die Ausdehnung der zusammen gedruckten Luft, in dem Augenblick, da dieselbe anzuwirken anfängt, als auch die Geschwindigkeit aller Theile derselben bisher erklärten Regeln zu bestimmen. Und da alsdenn auf eine doppelte Gewalt wirket, wovon die erste in der Ausdehnung der zusammengedruckten Luft bestehet, und die Kugel so lange fortstösset, selbst gänzlich zum Lauf hinans getrieben worden, die andere aber die Gewalt des Stoßes entspringt, und gleichsam nur einen Augenblick auf die Kugel ausühet: so könnte auch noch die Wirkung der erstern nach den hier angeführten Grundsätzen bestimmt werden, wie solche auch oben wirklich geschehen ist. Allein es finden sich bey Bestimmung der Wirkung um so viel grössere Schwierigkeiten, welche noch nicht wohl aus dem Wege geräumt werden können. Diese Sache ist zwar in die Lehre von der Mittheilung der Bewegung, so durch den Stoß geschieht, zu laufen, und folglich, da diese Lehre schon genugsam ausgefüllt, zu lauffen, und folglich, da diese Lehre schon genugsam ausgefüllt, keinen so grossen Hindernissen unterworfen zu seyn; allein da in die so wohl die Schwere, als die Geschwindigkeit des anstossenden Körpers kannt sein muß, so siehet man leicht, daß in den gegenwärtigen Fällen diese beyden Stücke gänzlich ungewiß sind. Denn weil hier die sich anstossende Luft den anstossenden Körper ausmacht, so kann weder das ganze derselben für die Schwere des anstossenden Körpers, noch die Geschwindigkeit der vordersten Theilchen für die Geschwindigkeit desselben angegeben werden. Um dieses deutlicher zu machen, so darf man nur betrachten, so bald die vordersten Theilchen der zusammen gepreßten Luft auf den Stoß stossen, die hintern nur in so ferne zugleich mit wirken, als die Bewegung derselben gehemmet wird. Da nun dieselben ihre Bewegung noch einige Fortsetzen können, so ist es eben so viel, als wenn ein Theil derselben nicht zu dem Wesen des anstossenden Körpers gehörte. Wie groß aber dieser Theil sey, ist eben dasjenige, worinn die größte Schwierigkeit bestehet, zwischen scheint es doch, daß man von der Wahrheit nicht allzuweit abweiche, wenn man die Hälfte, oder ein Drittel für diesen gesuchten Theil annimmt. Wenn wir demnach setzen, daß (Fig. 9) die Kugel anfänglich in der Ladung gesetzet worden, und die Ladung den Raum AC erfüllet habe, so nemmen wir $AC = b$, $AZ = f$: so wird das Gewicht der Ladung ungefähr einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= 1000b$; wenn wir nemlich annehmen, daß das Pulver 1000 mal schwerer ist, als die Luft, und hiervon wird die Hälfte an die Kugel stossen, deren Gewicht durch eine Luft-Säule,

ausgedrückt worden. Indem sich aber nach der Entzündung die ZZ ausbreitet, so wird dieselbe, wie aus dem vorhergehenden ¹⁾ die Geschwindigkeit bekommen, welche aus der Höhe

$$= \frac{2\alpha}{n(\alpha - \lambda) + 244\alpha\lambda} \cdot 244\beta\lambda h \cdot t^{\alpha f - \frac{(\alpha - \lambda)b}{\lambda b}}$$

wo $\alpha = \frac{3}{2}$, $n = 1000$, $244\beta = 1000$ und λ den entzündeten Theil bedeutet, wofür wir annehmen wollen $\lambda = \frac{9}{10}$; aber h ist die Höhe der Luft-Säule, deren Gewicht der Elasticität der natürlichen Luft gleich ist. Daher wird die obige Höhe, wodurch die Geschwindigkeit in Z ausgedrückt wird, seyn

$$= \frac{90}{31} h t^{\frac{5f - 2b}{3b}}$$

die Geschwindigkeit selbst

$$= \sqrt{\frac{90}{31} h t^{\frac{5f - 2b}{3b}}}$$

Kugel anfänglich stille gestanden, so muß man nach den bekannten Vergleichung anstellen: Wie sich verhält die Summa der beyden k zu dem anstossenden $500b$, also verhält sich die Geschwindigkeit des anstossenden Körpers $\sqrt{\frac{90b}{31} t^{\frac{5f - 2b}{3b}}}$ zur Geschwindigkeit beyder nach dem Stoß seyn wird

$$= \frac{500b}{k + 500b} \sqrt{\frac{90b}{31} t^{\frac{5f - 2b}{3b}}}$$

von der Materie des Pulvers einen kleineren Theil als die Hälfte hätte, so müßte man auch für $500b$ eine kleinere Zahl setzen. Wollen wir $310b$ annehmen, so giebt $k + 310b$ eben denjenigen Nenner $-(n - 244\alpha)\lambda b$, welcher oben in der VIIten Anmerkung zum Vorgefunden worden, und eben diese Uebereinstimmung scheint eine starke Probe zu seyn, dass diese Zahl $310b$ den richtigen Theil an-

p. 202, indem man dort $k = 0$ setzt, weil die Pulvergase erst für $x = f$ an die Flamme treten.
F. R. S.

zeigt. Demnach bekommen wir für die Höhe, welche die Geschwindigkeit der Kugel ausdrückt, diese Expression:

$$\frac{310 \cdot 900 b^2 h}{(k + 310 b)^2} l^{\frac{5f-2b}{3b}} = \frac{279000 b^2 h}{(k + 310 b)^2} l^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

Wenn aber die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver wäre gesetzt worden, so würde dieselbe, nach dem sie biß in ZZ fortgestossen worden, eine Geschwindigkeit erhalten haben, welche aus dieser Höhe

$$= \frac{900 b h}{k + 310 b} l^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

entsteht; folglich wird sich diese Geschwindigkeit zu jener verhalten, wie 1 zu $\sqrt{\frac{310 b}{k + 310 b}}$: und also wird die der Kugel durch den Stoß mitgetheilte Geschwindigkeit weit kleiner seyn, als diejenige, welche sie in Z erlangt haben würde, wenn sie unmittelbar vor das Pulver wäre geladen worden. Wenn nun diese durch den Stoß erlangte Geschwindigkeit richtig ist, so wird es leicht seyn, die folgende Vermehrung derselben durch die Ausdehnungskraft zu bestimmen. Wir dürfen zu diesem Ende nur die oben gefundene Aequation nehmen, welche, nachdem man die kleinen Terminos weggelassen, und für die Buchstaben a , λ , β und n die gehörigen Werthe gesetzt, also beschaffen ist

$$v = \frac{900 b h}{k + 310 b} l^{\frac{5x-2b}{3b}},$$

und dazu noch eine unveränderliche Quantität setzen, welche so beschaffen seyn muß, daß, wenn man $x = f$ setzt, die Höhe v in

$$\frac{279000 b h}{(k + 310 b)^3} l^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

verwandelt werde. Es bedeute also x die für die Geschwindigkeit der Kugel gebührende Höhe, nachdem die Kugel biß in AM , da $AM = x$, fortgestossen worden, und da wird man eine solche Aequation haben

$$v = \frac{900 b h}{k + 310 b} l^{\frac{5x-2b}{3b}} + C.$$

Um nun die Quantität C zu bestimmen, so setze man

$$x = f \quad \text{und} \quad v = \frac{279000 b h}{(k + 310 b)^3} l^{\frac{5f-2b}{3b}},$$

ird

$$\frac{279000bkh}{(k+310b)^2} t^{\frac{5f-2b}{3b}} = \frac{900bh}{k+310b} t^{\frac{5f-2b}{3b}} + C$$

Also

$$C = \frac{-900bkh}{(k+310b)^2} t^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

ich wird man erhalten

$$v = \frac{900bh}{k+310b} t^{\frac{5x-2b}{3b}} - \frac{900bkh}{(k+310b)^2} t^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

Wenn aber die Kugel in ZZ keinen Stoß bekommen hätte, sondern bloß von der Ausdehnungs-Kraft wäre fort getrieben worden, so würde

$$C = \frac{-900bkh}{k+310b} t^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

Also

$$v = \frac{900bh}{k+310b} t^{\frac{5x-2b}{3b}} - \frac{900bkh}{k+310b} t^{\frac{5f-2b}{3b}}$$

Wenn aber die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver wäre geworden, so würde heraus kommen

$$v = \frac{900bh}{k+310b} t^{\frac{5x-2b}{3b}}$$

Wenn wir nun für x die Länge des ganzen laufs a , und für das von Autore angeführte Exempel setzen

$$a = 45, \quad b = 2,625, \quad f = 11,25, \quad k = 4900 \quad \text{und} \quad kh = 7,463893,$$

so können wir die dreyerley Geschwindigkeiten folgender Gestalt bestimmen:

$$\frac{900b}{k+310b} = \frac{236250}{571375} {}^1), \quad \frac{900bh}{(k+310b)^2} = \frac{490000}{571375} \cdot \frac{236250}{571375} {}^2)$$

1) Im Original $\frac{236250}{561375}$. 2) Im Original $\frac{490000}{571375} \cdot \frac{236250}{571375}$. Berichtigt von P. R. S.

$$\frac{900b}{k+310b} = 0,41348^1)$$

$$\frac{900bk}{(k+310b)^2} = 0,35459$$

und

$$\frac{5x-2b}{3b} = 27,905, \quad \frac{5f-2b}{3b} = 6,476^2),$$

folglich

$$l \ 27,905 = 1,445 \ 682$$

$$l \ 6,476 = 0,811 \ 307^3)$$

$$l \ 1,445682 = 0,160 \ 073$$

$$l \ 0,811307 = 9,909 \ 185^4).$$

Man addirt $0,362216^5)$, so kommt

$$l \ \frac{5x-2b}{3b} = 0,522 \ 289^6)$$

$$l \ \frac{5f-2b}{3b} = 0,271 \ 401^7);$$

so bekommt man

$$\frac{900b}{k+310b} l \ \frac{5x-2b}{3b} = 1,37639$$

$$\frac{900b}{k+310b} l \ \frac{5f-2b}{3b} = 0,77243^8)$$

$$\frac{900bk}{(k+310b)^2} l \ \frac{5f-2b}{3b} = 0,66242^9).$$

Wenn also die Kugel anfänglich unmittelbar vor das Pulver geladen so wird $v = 1,37639h$, und die Geschwindigkeit beträgt in einer Secunde Schuh. Wird aber die Kugel anfänglich in ZZ gesetzt, und das Pulver den Raum AZ also zerstreuet, daß die Kugel keinen Stoß leidet, so $v = 0,66395h^{10})$ und diese Geschwindigkeit beträgt 1048¹¹⁾ Schuh in einer Secunde. Wenn aber die Kugel in ZZ zugleich den Stoß von dem Pulver hält, so wird $v = 0,71396h^{12})$ und diese Geschwindigkeit beträgt 1140¹³⁾ Schuh in einer Secunde.

1) Im Original 0,41438.

2) Im Original 6,375.

3) Im Original $l \ 6,375 = 0,804$

4) Im Original $l \ 0,80448 = 9,905515$.

5) Im Original 0,362215.

6) Im Original 0,522

7) Im Original 0,267730.

8) Im Original 0,76592.

9) Im Original 0,65683

10

Original 0,61046h.

11) Im Original 1054.

12) Im Original 0,71955h.

13

Original 1144.

Berichtigt von F. R. S.

ist aber zu merken, daß die Formel, aus welcher diese Geschwindigkeit bestimmt worden, etwas zu klein ist, dahero die gefundenen Zahlen um etwas vermehret werden müssen. Dem ungeachtet aber ist klar, daß die Geschwindigkeit der Kugel im letzten Fall, da dieselbe anfänglich durch den Stoß des Pulvers in Bewegung gesetzt worden, weit kleiner ist, als die im ersten Fall ausgewiesen. Wenn wir aber auf die dabey vorgefallenen Umstände Rücksicht haben, so sieht man leicht, daß sich die subtile Materie bey dem Stoß der Kugel sehr stark müsse gehäuffet, und also eine weit grössere Dichtigkeit bekommen haben, wodurch folglich der Kugel auch ein weit grösserer Widerstand oder Geschwindigkeit eingedrückt worden. Was aber die Aufschwellung und Zersprengung des Laufs anlangt, so ist die Ursache davon leicht einzusehen. Denn da der Kugel gleichsam in einem Augenblick ein ziemlicher Grad Geschwindigkeit durch den Stoß eingedrückt wird, so ist klar, daß eine solche Kraft, welche in eben dieser kurzen Zeit der Kugel eben diesen Grad Geschwindigkeit einzudrücken vermögend wäre, erstaunlich groß seyn müßte, und es dürfte vielleicht eine 10 mahl stärkere Kraft, als die ausdehnende Gewalt des Pulvers allein auf die Kugel auszuüben pflegt, nicht hinreichen, eine solche Wirkung hervorzubringen. Da nun eine Kanone oder eine Raketen-Lauf an einem jeglichen Ort nur so stark gemacht zu werden pflegt, als zu Aushaltung der ordentlichen Ausdehnungs-Kraft des Pulvers erforderlich wird, so hat man sich nicht zu verwundern, wenn von diesem zuweilen der Zuwachs der Gewalt ein gewöhnlicher Lauf verspringet oder auseinander gedehnet wird, wie in dem von dem Autore angeführten Exempel zu sehen ist.

Wenn die Kugel diesen Stoß nicht bekommen hätte, so würde dieselbe nach unserer Rechnung eine Geschwindigkeit von 1018¹⁾ Rheinl. Schuhen in der Sekunde erhalten, welche in Englischen Schuhen 1080²⁾ beträgt, und folglich nur um 1100, so durch die Experimente heraus gekommen, um so viel mehr übersteigt, da die Formel, welche hier gebraucht worden, etwas zu klein ist. Wenn also der Autor für diesen Fall eine Geschwindigkeit von 1018 Schuhen heraus bringt, so muß entweder in seine Rechnung ein Fehler eingeschlichen seyn, oder die Ursache davon steckt, welches wahrscheinlicher das letztere ist, in der Unrichtigkeit der Theorie des Autoris selbst; indem er nicht auf die Ursache gesehen, welche zu Fortreibung der Flamme erfordert wird. Da nun die Sache also verhält, so fällt auch seine Erklärung, wodurch er

1) Im Original 1054.

2) Im Original 1086.

Berichtigt von F. R. S.

die Verminderung der Geschwindigkeit der Kugel in diesem Fall erk
weg; als welche außer diesem auch so beschaffen ist, daß daraus die
welche der Autor angiebt, nicht folgen kann. Denn ungeachtet d
unstreitig wahr ist, daß die ausdehnende Kraft einer flüßigen elastisch
geringer wird, wenn sich darinne eine innerliche Bewegung unter d
derselben befindet, so ist doch leicht zu erachten, daß diese inn
wegung in der Flamme, wenn das Pulver durch den gantzen Ra
der Kugel zerstreuet worden, alsobald aufhören müsse, wenn diesel
Kugel zu wirken anfängt.

Wir haben aber in demjenigen, was wir vorher von der Bew
Kugel, wenn dieselbe nicht unmittelbar auf das Pulver geladen w
führet haben, angenommen, daß der Raum zwischen dem Pulver und
völlig leer sey. Da sich nun darinn eine natürliche Luft befindet, s
daher in den gemachten Schluß eine geringe Veränderung. Den
sich nach der Entzündung die Flamme auszubreiten anfängt, so wi
sehen dem Pulver und der Kugel befindliche Luft zusammen ged
bekommt folglich eine Kraft die Kugel fortznstossen, dergestalt, daß
wirklich in Bewegung gesetzt wird, ehe die Flamme dieselbe un
reicht und darauf den Stoß ausübet. Und in diesem Umstande s
Ursache grösten theils zu stecken, daß die Kugel eine schnellere
erhält, als durch die obige Rechnung gefunden worden.

DREYZEHINTER SATZ

verschiedenen Gattungen von Pulver herzustellen, und den sichersten Weg anzuzeigen, um die Güte desselben zu erforschen.

Das Pulver, welches wir bißher betrachtet haben, war von derjenigen welches zum Dienst der Regierung bereitet zu werden pflegt. Außer dem aber giebt es noch mancherley andere Arten, davon einige besser, andere schlechter sind, von welchen ich mir vorgenommen habe einige Nachrichten zu ertheilen, in so ferne ich dieselben zu untersuchen im Stande ge-
bin.

Ich muß aber erstlich zum voraus erinnern, daß das Pulver der Regierung wenn dasselbe wohl zubereitet worden, meines Bedünkens so gut ist, als nur ein Pulver, so zum allgemeinen Gebrauch verfertigt wird, seyn kann. Ich habe dasselbe mit grosser Sorgfalt untersucht, und mit andern Arten von Pulver, welche hier in England gemacht, und für die besten gehalten werden, dergleichen sind das Bataille-Pulver und andere, in Vergleichung gezogen, und ich konnte keinen merklichen Unterschied dazwischen nehmen. Ich habe dasselbe auch durch vielerley Versuche mit einem gespanischen Pulver, so von St. Jago kommt, verglichen. Und ob ich auch wenn ich meine Meynung davon sagen soll, das Spanische Pulver vorzuziehen befinde: so beträgt doch der Unterschied nur etwa den fünfzigsten Theil, und ist demnach allzu klein, als daß man davon mit völliger Gewißheit versichert seyn könnte. Wenn ich auch andere Examine gegen die meinigen halte, so finde ich, daß das Französische Pulver wenig von dem unsrigen unterschieden ist: ungeachtet ich hierüber nicht zu zweifeln seyn kan, als ich wünschte, indem ich nimmer etwas von diesem Pulver habe bekommen können. Ich muß aber hierbey nochmahls wiederholen, wenn ich von dem Pulver unserer Regierung spreche, ich solches verstanden, welches nach der verordneten Proportion der Materialien zusammen gebracht und wohl durch gearbeitet worden; denn von dieser Art war dasjenige Pulver, dessen ich mich in meinen Versuchen bedienet habe.

Das stärkste Pulver, womit ich jemahls umgegangen, war, wie ich berichtet habe, von einer Art, welche in Holland verfertigt wird. Die Gewalt desselben verhält sich zu der Gewalt des Pulvers unserer Regierung beynabe,

wie 5 zu 4. Allem dieses Pulver ist ohne Zweifel aus den feinsten und aus-
erlesensten Materialien bereitet, und allem Ansehen nach noch mit starkem
Spiritu gearbeitet worden, dergestalt, daß wenn dasselbe in grosser Menge
gemacht werden sollte, die Unkosten, welche darauf verwandt werden müßten,
diesen Zuwachs der Gewalt weit überwiegen würden.

Das beste Pulver, welches mir nächst diesem vorgekommen, ist in Por-
tugal unter der Aufsicht eines Holländers gemacht worden, welcher seit eini-
gen Jahren bey Lissabon Pulver-Mühlen aufgerichtet. Dieses Pulver ist zwar
etwas schwächer, als das vorhergemeldete Holländische, es kommt aber die-
sem doch näher, als unserem Regierungs-Pulver.

Das gemeine Kram-Pulver, welches hier in Engelland in allen Gewürz-
Läden verkauft wird, ist nicht nur viel schlechter, als das Regierungs- und
Batallien-Pulver, sondern auch über die maßen verschieden, je nach dem Gut-
düncken derjenigen, von welchen dasselbe gemacht wird. Ich habe davon
vielerley Arten untersucht, deren Stärke sich zu dem Regierungs-Pulver un-
gefähr verhalten, wie 2 zu 3; es giebt aber darunter noch andere Gattungen,
welche noch schlechter sind. Unter allen verschiedenen Sorten aber ist das-
jenige das schlechteste, welches für die Africanische Handlung verfertigt, und
insgemein Guinea-Pulver genennet wird. Dergleichen schlechtes Pulver aber
ist keiner fleißigen Untersuchung werth, indem bey der Zubereitung desselben
keine gewissen und festgesetzten Regeln beobachtet werden.

Dieser Unterscheid nun in der Stärke des Pulvers kan von dreyerley
Ursachen herrühren: entweder erstlich von der Beschaffenheit der Materien,
aus welchen dasselbe bereitet wird, oder zweytens von der Proportion, welche
bey Vermischung desselben beobachtet wird, oder drittens von der Art, wie
dasselbe gearbeitet wird.

Das Pulver wird, wie jedermann zur Gnüge bekannt, aus Salpeter,
Schwefel und Kohlen zusammen gesetzt. Von diesen Materien sind nun der
Schwefel und die Kohlen am wohlfeilsten. Und ob es gleich unter diesen
einige Arten giebt, welche vor andern zu diesem Ende tüchtig sind: so trägt
doch der Unterscheid, wenn man daven die allerbesten nimmt, in Vergleich-
ung der sämtlichen Kosten, welche bey Verfertigung des Pulvers aufgehen,
so wenig aus, daß es sehr ungereimt seyn würde, wenn man Pulver, welches
sonsten gut seyn könnte, durch schlechten Schwefel und Kohlen verderben
wolte.

Die theuerste Materie bey Verfertigung des Pulvers ist der Salpeter, und
eben deswegen rühren auch die meisten Mängel des Pulvers hiervon her. Es

Salpeter nichts anders, als eine durch die Erde aus der Luft ge-
 lie. Denn wenn eine Quantität Erde, aus welcher der Salpeter
 gen worden, wiederum von neuem der Luft eine Zeitlang aus-
 so wird darinn wiederum Salpeter erzeugt; und dieses geschieht
 in den Versuch auch immer wiederholet.

Salpeter ist an sich selbst eine unverbrennliche Materie: denn wenn
 es stärkste Feuer gesetzt wird, so schmelzet er nur, und ent-
 brennt nicht, wofern keine verbrennliche Materie damit vermischt
 selbe aber gleich für sich selbst und ohne Vermischung mit an-
 derer sich weder entzündet noch brennet, so vermehret derselbe doch,
 wenn mit verbrennlichen Materien vermischt wird, die Heftigkeit der Ent-
 zündung eine ganz erstaunliche Art, und thut in diesem Fall eine weit
 grössere Wirkung, als die Luft, wenn dieselbe vermittlest etlicher Blase-Bälge
 mit Pulver vermischt wird, immer hervorzubringen vermögend ist.

Das Pulver erstlich aus Schwefel und Kohlen, welches verbrenn-
 lich ist, und dem aus Salpeter, welches eine unverbrennliche Materie
 so ist klar, daß wenn die Quantität des Salpeters in Ansehung
 der andern Materien zu groß genommen wird, alsdenn die Verbrenn-
 ung nicht hinlänglich sey, allen Salpeter zu verzehren. Dahero in
 diesem Feuer nicht so wirksam, und folglich das Pulver, wie in dem
 vorhergemerket worden, nicht so stark seyn wird, als wenn man einen
 Theil Salpeters davon, und an dessen statt eine gleiche Quantität von den
 andern hinzu thun sollte. Wenn aber im Gegentheil weniger Sal-
 peters Pulver genommen wird, als die beyden übrigen Materien leicht
 zu verzehren vermögend sind, so ist das Feuer nicht so heftig, als es seyn
 würde, wenn dasselbe auf keinen so hohen Grad vermehret wird, als geschehen
 wenn man eine grössere Menge Salpeter zu der Vermischung nehmen

erhellet nun, daß die Güte des Pulvers nicht aus der Menge des
 Salpeters beurtheilet werden könne, ungeachtet diese Materie
 seyn scheint der subtilen elastischen Materie, in welcher die
 Feuer besteht. Denn da sowohl die Verwandlung des Salpeters in
 eine elastische Materie, als die daher entstehende Ausdehnungs-Kraft
 auf der Gewalt des Feuers, womit die Entzündung verknüpft
 ist, so ist klar, daß es eine solche Proportion in der Vermischung dieser
 Materien müsse, welche zu dem vorgesetzten Endzweck die bequemste
 die beste Art von Pulver hervor bringt.

Wie nun diese Proportion beschaffen seyn müsse, ist durch die Erfahrung ausgemacht worden, und es scheint anjetzo eine allgemeine Regel zu seyn, daß in einer jeglichen Quantität Pulver drey Viertel davon aus Salpeter, das übrige Viertel aber aus gleichen Theilen Schwefel und Kohlen bestehen müsse. Diese Verhältniß wird nicht nur von den Franzosen, sondern auch von den meisten Völkern in Europa beobachtet; wir hingegen massen uns weit genauere Bestimmungen der zu dieser Vermischung erfordernten Theile an, ob dieselben gleich nicht merklich von der gemeldeten verschieden seyn sollen, und ich bin auch nicht versichert, daß dieselben einigen Vorzug verdienen. Zum wenigsten ist so viel gewiß, daß keine von den bißher bey uns in Engelland üblichen Arten das Pulver zu probiren, vermögend ist, den Unterscheid dazwischen anzuzeigen: und andere Arten von Pulver, welche nach den gewöhnlichen Proportionen gemacht werden, geben den unsrigen nicht viel nach.

Um aber gutes Pulver zu machen, so hat man nicht allein nöthig, auf die gehörige Proportion der Materialien zu sehen; sondern die Sache beruhet noch auf einem andern Umstande von nicht geringerer Wichtigkeit, welcher darinne besteht, daß die Materialien sehr wohl untereinander vermischt werden müssen. Denn, wenn hierinne nicht alle Sorgfalt angewandt wird, so geschieht es, daß einige Theile allzu viel, andere aber allzu wenig Salpeter in sich enthalten; in beyden Fällen aber wird die Gewalt des Pulvers geschwächt.

Da nun die Güte des Pulvers auf so vielerley Umständen beruhet, namentlich in der Beschaffenheit und Menge der Materien, aus welchen dasselbe zusammen gesetzt wird, und der Art der Vermischung selbst, so ist es ohne Zweifel eine Sache von sehr grosser Wichtigkeit, daß diejenigen, welche das Pulver in die öffentlichen Magazins empfangen, einen sicheren Weg haben, sich von der Güte desselben zu versichern. Die gemeinste Art zu diesem Zwecke zu gelangen, besteht hier zu Lande, wenn ich recht berichtet worden bin, darinne, daß man einen kleinen Haufen von dem Pulver, welches probirt werden soll, auf einem reinen Brett anzündet, und so wohl auf die Flamme und den Rauch, so dabey entsteht, als auch auf die Marken, welche auf dem Brett zurück bleiben, wohl Acht giebt: aus welchen lehrreichen Umständen die Güte des Pulvers sehr genau, wie man dafür hält, soll können beurtheilet werden. Allein, ausser dieser so ungewissen Manier, welche, so sehr dieselbe auch im Schwange seyn mag, dennoch kein verständiger, wie ich glaube, im Ernst gut hoissen wird, pflegen noch bey besondern Gelegenheiten bißweilen andere Proben angestellt zu werden, welche alle eine genaue Verwandschaft mit den gemeinen Pulver-Proben, welche in den Kramläden feil sind, haben. Nur pflegen dieselben

ner ausgearbeitet zu seyn, und an statt einer Feder ein Gewicht als welches eine gewissere und gleichförmigere Gewalt ist. Gleich diese Maschinen einen grösseren Grad der Vollkommenheit als die gemeinen Pulver-Proben, so sind dieselben doch auch sehr Mängeln unterworfen. Denn da dieselben nur allein durch die Flamme in Bewegung gesetzt werden, und die folgende Ausdehnung darauf weiter keinen Einfluß hat, so können auch dieselben die Eigenschaften des entzündeten Pulvers nicht mit der Gewißheit und Gleichförmigkeit, als man von dieser Art Versuchen zu fordern pflegt. Derwegen ist es genöthiget zu glauben, daß die Art, welche in Frankreich im Gebrauch ist, und nach welcher daselbst das Pulver aus den Pulver-Möhlen genommen zu werden pflegt, weit richtiger sey. Man verfährt aber bei dieser Gestalt: In einem jeglichen Magazin befindet sich ein kleiner Kasten, mit dem dazu gehörigen Gestell nach einem bestimmten Maß durch das ganze Königreich einmüßig ist, festgesetzt. Dieser Kasten ist auf 45° gerichtet, und hält accurat drey Unzen Pulver. Nun diese Regel beständig beobachtet, daß kein Pulver in die Kammer genommen wird, wovon nicht drey Unzen, so in die Kammer des Kastens werden, eine wichtige Kugel¹⁾ von $7\frac{1}{2}$ Zoll im Diameter zum französischen Faden weit herauswerfen.

Man ist aber gegen diese Art ein, daß wenn man ein jegliches Maß der Kugelhergestalt probiren wollte, die Beschwerrlichkeit, sowohl um den Kasten zu laden, als die Kugel zurück zu hohlen, unerträglich, und der Verlust so groß seyn würde, daß man mit dergleichen Arbeit kein Ende kommen könnte. Wollte man aber eine grosse Anzahl von Kugeln mit einigen wenigen angestellte Probe hin annehmen, so würde es offenbar seyn, daß sich einige schlechte darunter befänden, und hierdurch ein grosser Unterschleif vorgehen. Hierzu kommt noch eine Ungleichheit, welche von grösserer Wichtigkeit ist, und diese besteht in der Ungleichheit, welche sich zwischen dem Gewicht der Kugel, und dem des Pulvers, womit dieselbe fortgetrieben wird, befindet: In diesem Fall das Pulver seine Kraft weit länger ansähet, und sich weit grösseren Raum ausdehnet, als jemahls bey dem wirklichen Gebrauch desselben zu geschehen pflegt. Da nun hierzu einige Zeit so nimmt inzwischen die Hitze der Flamme merklich ab, und

¹⁾ Im französischen Text *a solid ball*, das heißt eine Vollkugel.

ein grosser Theil desselben entwischt durch das Zündloch und den Spielraum der Kugel, dergestalt, daß die Grösse der Bewegung, welche durch die Entzündung des Pulvers in diesem Fall hervorgebracht wird, nur ein wenig mehr, als halb so groß ist, als dieselbe seyn müßte, wenn das Pulver mit seiner vollen Gewalt auf die Kugel wirkete, und die gedachten Umstände, wodurch die Gewalt geschwächt wird, nicht vorhanden wären. Da nun in dieser Ursachen willen die forttreibende Gewalt des Pulvers nach keinem beständigen Gesetze vermindert wird, so kann es geschehen, daß nach der Beschaffenheit dieser veränderlichen Umstände, die Kugel auf sehr verschiedene Weiten geworfen wird, und also daraus nichts sicheres auf die Gewalt des Pulvers geschlossen werden kann.

Dieser letzte Einwurf fällt nun gänzlich weg, wenn man sich derjenigen Manier bedienen will, wodurch ich die Stärke aller verschiedenen Arten von Pulver untersucht habe, welches durch die Bestimmung der wirklichen Geschwindigkeit, womit eine Kugel durch die gewöhnliche Ladung heransgetrieben worden, geschieht. Da nun diese Geschwindigkeit, so groß dieselbe auch immer seyn mag, aus der Bewegung, welche dem Pendulo durch den Stoß von der Kugel eingedrückt wird, nach den hier oben ausgeführten Grundsätzen leicht bestimmt werden kann, so scheint diese Methode eine herrliche Verbesserung der in Frankreich üblichen Manier zu seyn, um dieselbe an statt dieser einzuführen. Ob ich aber gleich versichert bin, daß diese Probe mit dem Pendulo weit richtiger, und nicht so mühsam seyn, dabey auch viel geschwinder von statten gehen würde, so wollte ich doch zum Gebrauch, weil diese Art keine geringe Aufmerksamkeit und Sorgfalt erfordert, und dadurch in der Ansbung, wenn eine grosse Anzahl Fässer ein jedes insbesondere untersucht werden soll, etwas unbequem fallen dürfte, eine andere Art vorschlagen, welche nicht weniger gewiß, und mit solcher Geschwindigkeit ins Werk gerichtet werden kann, daß der grösste Theil der Arbeit bloß allein in der Abwägung der Quantität Pulver, so aus einem jeden Faß genommen werden muß, bestehen sollte. Und auf diese Art würden drey oder vier Menschen vermögend seyn, in einem Morgen biß auf 500 Fässer zu probiren. Ueber dieses könnlen die zu diesem Ende erfordernten Maschinen aus gegossenem Eisen verfertigt, und wegen des wohltheilen Preises sehr leicht nach Belieben vermehret werden. Dem sey aber wie ihm wolle, so werde ich vor jetzo die Beschreibung dieser Art das Pulver zu probiren noch zurück halten, und auf eine andere Zeit versparen; inzwischen aber zur Betrachtung des Widerstands der Luft, welches eine Materie von der grössten Wichtigkeit zur Verbesserung und Erweiterung der Artillerie ist, fortschreiten.

ANMERKUNG

alt des Pulvers beruhet, wie aus obigem zur Gütze erhellet, auf zwey Punkten: erstlich auf der Menge der subtilen elastischen Materie, und zweytens auf der Menge der Luft, welche aus einer gegebenen Quantität Pulver durch die Entzündung erzeugt wird, und zweytens auf der Zeit der Entzündung selbst. Je mehr Luft also in dem Pulver enthalten ist, je grösser ist auch die Dichtigkeit derselben, und folglich wird die Ausdehnungs-Kraft, worinne die Gewalt des Pulvers besteht, um so viel grösser. Hierinne ist auch schon zugleich dasjenige enthalten, was oben von der subtilen Materie der Flamme, welche mit in Bewegung gesetzt werden soll, wegen die forttreibende Kraft des Pulvers vermindert wird, anzuzeigen. Denn je mehr Luft aus einer gegebenen Quantität Pulver enthalten ist, je kleiner muß nothwendig der Ueberrest, welcher die grössere Ausdehnung zu thun sucht, seyn. Dahero hat man von einem solchen Pulver, worinne eine grössere Menge zusammen gedruckter Luft enthalten ist, einen doppelten Nutzen zu erwarten: indem daraus nicht nur eine stärkere Ausdehnungs-Kraft, sondern auch die Menge der grösseren Materie, welche zugleich in Bewegung gesetzt werden muß, um so viel geringer ist. Hiernächst kommt die Schnelligkeit auf die Plötzlichkeit der Entzündung an, als wodurch die subtilen Luft von ihren Banden befreyet, und in Stand gesetzt wird, ihre Kraft auszuüben. Je geschwinder sich also die Entzündung durch die Poren des Pulvers ausbreitet, je grösser wird auch die Kraft, so bald, indem gleich im ersten Augenblick eine grössere Gewalt vor sich gehet, welche auf die Kugel wirkt, und auch nachgehends darauf zu wirken pflegt. Durch die Plötzlichkeit der Entzündung wird aber auch die Gewalt noch aus einem andern Grunde vermehret; denn je schneller der Pulver Feuer fängt, je grösser ist auch die Hitze, so dabey hervorbricht. Da nun durch die Hitze, wie wir oben gesehen, die Elastizität sehr merklich vermehret wird, so entspringt daher auch ein Zuwachs in der Gewalt des Pulvers.

Um nun von der Stärke einer jeglichen Art von Pulver eine vollkommene Kenntniss zu erlangen, so ist nöthig, daß man erstlich wisse, wie viel Luft in einer gegebenen Quantität Pulver enthalten sey, und denn zweytens, wie viel Zeit es dauert, indem sich die Entzündung durch alles Pulver ausbreite. Das dritte ist, sich nun auf diejenige Art, welche der Autor in den ersten Sätzen

dieses Capitels ausgeführt, durch Versuche bestimmen: über das letztere aber kan man nicht wohl zu einer völligen Gewißheit gelangen, indem die Zeit, in welcher die gänzliche Entzündung geschieht, allzukurz, und auch auf solchen veränderlichen Umständen beruht, daß dieselbe allem Ansehen nach nicht immer einerley seyn wird. Wir wollen demnach dasjenige, was oben über den ersten Punkt durch Versuche ausgemacht worden, zusammen nehmen, und in Bewegung ziehen.

Der Verfasser hat seine Versuche über diejenige Art von Pulver, welche in England zum Dienst der Regierung gemacht zu werden pflegt, angestellt, und die Menge der darinne eingeschlossenen Luft auf eine doppelte Art bestimmt: erstlich in Ansehung des Raums, und zweytens in Ansehung des Gewichtes. Durch die erste Art hat er befunden, daß die in einem cubischen Zoll Pulver enthaltene Luft, nachdem sich dieselbe mit der natürlichen Luft auf einerley Grad der Dichtigkeit ausgebreitet, einen Raum von 24 cubischen Zollen auszufüllen vermögend sey. Da nun in einem cubischen Zoll Pulver 24 cubische Zoll natürliche Luft in einem sehr zusammen gepreßten Zustande enthalten, so ist klar, daß wenn in einer Canonen oder in einem Mußketen-Lauf die Länge des Raums AC (Fig. 9), welche mit Pulver angefüllt worden, $= b$ gesetzt wird, die darinn eingeschlossene Luft einem Cylinder von natürlicher Luft gleich sey, dessen Dicke mit der Weite des Laufes CC einerley, die Länge aber $= 24b$ ist. Nachdem aber der Verfasser das Gewicht dieser in dem Pulver enthaltenen Luft mit dem ganzen Gewicht des Pulvers verglichen, so hat er befunden, daß sich jenes zu diesem verhalte, wie 3 zu 10. Da nun in dem vorigen Fall das Gewicht der eingeschlossenen Luft dem Gewicht einer Luft-Säule gleich war, deren Höhe $= 24b$, so muß das Gewicht der ganzen Ladung von Pulver dem Gewicht einer natürlichen Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{10}{3} \cdot 24b = 80b$. Folglich sind die gröbern Theile, woraus das Pulver besteht, dem Gewicht nach einer Luft-Säule gleich, deren Höhe $= 80b$. Da sich nun diese gröbern Theile bey der Entzündung nicht ausdehnen, wenn wir setzen, daß die Luft in den Pulverkörnern 800 mal dichter sey, als die natürliche, und folglich anfänglich in dem Raum AC einen Theil eingenommen habe, dessen Länge $= \frac{24}{800}b$, so ist der Ueberrest $= \frac{776}{800}b$, welcher theils von der gröbern Materie der Pulverkörner, theils von der zwischen den Körnern befindlichen Luft eingenommen wird. Wenn wir also setzen, daß die Zwischenräume zwischen den Pulver-Körnern den fünften Theil des ganzen Raums anstragen, so bleibt für die gröbere Materie des Pulvers allein ein Raum übrig, dessen Länge

so viel Raum muß auch die gröbere Materie des Pulvers nach
ung beständig einnehmen.

u mit dieser Art von Pulver andere Arten zu vergleichen, so
tzen, daß die in einer andern Art von Pulver enthaltene Luft
lichen Luft-Säule gleich sey, deren Länge $= mb$, wenn m nehme
Länge des Raums AC andeutet, und daß die Schwere des
Pulvers einer Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= nb$. Wenn wir
annehmen, daß die in den Pori's des Pulvers enthaltene Luft
0 mahl dichter sey, als die natürliche, so muß dieselbe vor
ung einen Raum einnehmen, dessen Länge $= \frac{m}{800} b$; folglich, wenn
schen-Räumlein wiederum der fünfte Theil angenommen wird, so
die gröbere Materie ein Raum übrig, dessen Länge $= \frac{640}{800} = \frac{4}{5} b$.
um wissen wollen, was die verschiedenen Werthe der Buchstaben
der Geschwindigkeit der Kugel antragen können, so dürfen wir
hnung auf diesen Fall richten. Es sey demnach die Länge des
s $AB = a$; k die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht dem Ge-
wicht der Kugel gleich ist; und h die Höhe einer Luft-Säule, deren Gewicht
tät der natürlichen Luft gleich ist. Man setze $AM = x$, und
e Kugel von CC schon biß in MM fortgetrieben worden, so sey
ndigkeit $= v$; dergestalt, daß, indem die Kugel durch $Mm = dx$
e Höhe v um dv grösser werde. Um nun diese Vermehrung der
keit in der Kugel hervor zu bringen, so wird dazu eine Gewalt
elche dem Gewicht einer Luft-Säule, so $= \frac{k dx}{d, c}$, gleichet. Da ferner
n und subtilen Theile des Pulvers insgesamt ihrer Schwere
Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= nb$, so wird zur Acceleration
ie eine Kraft erfordert $= \frac{nb dv}{2 dx}$, welche Formel Statt findet, die
erie mag durch den ganzen Raum AM gleich zerstreuet seyn,
r oben angenommen, die eine Hälfte davon mit der Kugel fort-
orden, die andere aber an dem Boden AA zurückbleiben. Wenn
hen nichts von der sämtlichen Materie des Pulvers durch das Zünd-
telraum verlohren gegangen, so ist die Kraft, welche zur Accelo-
hl der Kugel, als des Pulvers selbst erfordert wird,

$$= \left(k + \frac{1}{2} nb \right) \frac{dv}{dx},$$

mag sich auf einmal plötzlich entzündet haben, oder nicht.

Wir wollen setzen, das Pulver habe sich anfänglich alles auf einem entzündet, so ist daraus ein Cylinder, dessen Höhe $= mb$, Luft entstand welche nebst der gröbern Materie im Ramm AM enthalten ist. Da nun grobere Materie allein davon einen Platz

$$= \frac{640 - m}{800} b$$

einnimmt, so bleibt für die Luft über

$$x = \frac{(640 - m)b}{800}$$

so vielmahl also diese Grösse $x = \frac{640 - m}{800} b$ kleiner ist, als mb , so vielmahl wird die Luft dichter seyn, als die natürliche. Man setze der Kürze halber

$$\frac{800mb}{800x - (640 - m)b} = s,$$

so wird die Dichte der in AM zusammen gedruckten Luft s mahl grösser seyn, als der natürlichen; und folglich ihre Elasticität durch die Höhe einer natürlichen Luft-Säule ausgedrückt werden, deren Höhe

$$= h \left(s + \frac{ss}{6g} \right) = h \left(s + \frac{ss}{4800} \right),$$

wenn wir nemlich für g , als den höchsten Grad der Dichte der Luft, 8 setzen. Diese Höhe muß aber noch wegen der Erhitzung durch den Buchstaben β multipliciret werden, dessen Werth ungefahr 4 ist. Hieraus entspringt also, wenn der Gegendruck und Widerstand der äusseren Luft nicht in Betrachtung gezogen wird, diese Vergleichung:

$$\left(k + \frac{1}{2} nb \right) \frac{dr}{dx} = \beta h \left(s + \frac{ss}{4800} \right) - h - \frac{1}{2} r,$$

welche, wenn man die kleinsten Terminos wegläßt, diese Integral-Aequation dargiebt:

$$\left(k + \frac{1}{2} nb \right) r = \beta mbh l \frac{800x - 640b + mb}{160b + mb}$$

oder

$$r = \frac{\beta mbh}{k + \frac{1}{2} nb} l \frac{800x - 640b + mb}{160b + mb}.$$

ist man also, daß die Geschwindigkeit um so viel grösser heraus-
folglich das Pulver um so viel besser sey, je grösser die Zahl
kleiner die Zahl n ist: das ist, je mehr Luft in einer gegebenen
Pulver eingeschlossen, und je leichter zugleich das Pulver selbst ist.
Im letzteren Umstand betrifft, so trägt derselbe sehr wenig aus,
er wohl völlig aus der Acht gelassen werden; weil das Pulver
erhoh Schwere hat, und dieselbe nicht wohl vermindert werden
aber auch eine kleine Verringerung der Schwere desselben möglich
würde doch dadurch keine merkliche Vermehrung in der Geschwindig-
keit entstehen: daher es hierbey hauptsächlich auf die Größe der
Luft durch die Menge der in dem Pulver eingeschlossenen Luft anzuzeigen
kann. Wenn daher bey allen Arten von Pulver die sämmtliche Eigenschaften
einem Augenblick, wie unser Verfasser behaupten will, geschahen,
so Güte des Pulvers nicht richtiger, als aus der Größe der Zahl n
bestimmen werden können. Da nun derselbe bey Untersuchung des Regiments-
Werth dieses Buchstabens $m = 244$ befunden, so muß man diejenigen
von Pulver, in welchen m noch grösser ist, als 244, für besser
halten, wo m einen kleinern Werth hat, für schlechter halten. Hier-
man also den richtigsten Weg, die Güte des Pulvers zu erfor-
schen, welcher in Anstellung derjenigen Versuche, welche der An-
nahme dieser Zahl m vorgeschlagen, bestehen würde; allein die-
se wegen der vielen Umstände, welche dabey in Acht genommen
werden, zu weitläufig und beschwerlich fallen.

ich aber alles Pulver auf einmal entzündete, wie hier mit dem Ver-
brennen worden, so würde man noch viel leichter zu diesem Zweck
kommen. Denn in diesem Fall würde es gnug seyn, auf die allererste
Stelle, welche das Pulver nach der Entzündung ausstößt, allein zu sehen: und
diese würde man sich der gemeinen Pulver-Proben, mittelst welcher
das Pulver aus der Höhe, worauf ein Gewicht durch die Gewalt des
Feuers wird, beurtheilt zu werden pflegt, mit dem größten Vortheil
nehmen. Der Autor setzt auch selbst an dieser gemeinen Art das
Verfahren nichts anders aus, als daß dadurch nur die erste Kraft
angezeigt werde. Wenn sich aber, wie der Autor selbst behauptet,
auf einmal entzündet, so beruhet die folgende Ausdehnungs-Kraft
ganz allein auf der ersten, dergestalt, daß je grösser oder kleiner diese
in dem ersten Augenblick befunden wird, auch die ganze Gewalt des
Feuers so viel grösser oder kleiner seyn muß. Wenn daher der Ver-
304

fasser diese gemeine Art der Pulver-Proben für unrichtig halten will, so widerspricht er sich selbst, indem er dabey die plötzliche Entzündung des Pulvers, welche er doch vorher so hartnäckig behauptet, läugnet, oder zum wenigsten in Zweifel zieht. Ungachtet wir aber in diesem Stücke das Gegentheil behauptet haben, so können wir doch dieser gemeinen Probirungs-Art, wenn die Maschinen mit gehörigem Fluß verfertigt sind, nicht allen Nutzen absprechen. Denn, wenn sich auch nicht alles Pulver in dem ersten Augenblick auf einmahl entzündet, so beruht doch die ganze Gewalt meistens auf der Stärke des ersten Stosses, und wenn die Zeit, welche zur völligen Entzündung gleicher Quantitäten Pulver erfordert wird, einerley ist, so kann auch die ganze Gewalt richtig aus dem ersten Stoß beurtheilet werden. Wenn sich aber hierinne eine Ungleichheit befinden sollte, so müste man die gewöhnlichen Pulver-Proben dergestalt verändern, daß das Pulver einige Zeit auf den Körper, welcher in Bewegung gesetzt werden soll, wirken könnte, und eine solche Verbesserung würde allem Ansehen nach nicht schwer ins Werk zu richten seyn.

Vielleicht besteht auch die neue Manier des Verfassers, das Pulver zu probiren, welche er als ein Geheimniß verschweigt, in nichts anders, als in einer bequemen Verbesserung der gemeinen Pulverproben: und es dürfte ein tüchtiger Künstler dieselben nach einigen Versuchen leicht herans bringen. Die ganze Sach würde nemlich nur darauf ankommen, daß man das untere Gefäße, worein das Pulver gethan wird, etwas tiefer machte, und demselben die Gestalt eines kleinen Cylinders gäbe, damit das Pulver nicht die ganze Höhlung desselben ausfüllte. Ferner müste man das Gewicht, welches in die Höhe getrieben werden soll, in Gestalt eines Propfs verfertigen, daß dasselbe mit dem untern Ende genau in den Cylinder hinein paßte, und biß auf das Pulver hinein gesteckt werden könnte. Auf diese Art würde nicht nur die Gewalt des Pulvers im ersten Augenblick auf dieses Gewicht wirken, sondern auch so lange fortdauern, biß dasselbe gänzlich aus dem Cylinder heraus getrieben worden. Und da dieses Gewicht in Ansehung der geringen Quantität Pulver, welche zu der Probe gebraucht wird, sehr groß ist, und folglich in keine so schnelle Bewegung gesetzt werden kann: so kann gnug seyn, wenn nur das unterste Ende sehr kurz in Gestalt eines Propfs formirt wird, indem, ehe dasselbe aus dem unteren Cylinder heraus getrieben wird, schon so viel Zeit vorbey geht, daß sich inzwischen alles Pulver, oder doch zum wenigsten nach Proportion so viel, als in Canonen zu geschehen pflegt, entzünden kann.

DAS ZWEYTE CAPITEL

VON DEM WIEDERSTANDE DER LUFT UND DEM WEGE WELCHEN EINE KUGEL ODER BOMBE IN DER LUFT BESCHREIBET

Ebe ich die Ausführung der Materie, wovon in diesem Capitel gehandelt zu soll, mit allem Fleiß unternehme, so wird nöthig seyn zu erinnern, fast alle Autores, welche hiervon geschrieben, als eine gewisse und unfehlliche Regel angenommen haben, daß, so lange sich ein Körper in eben flüssigen Materie bewegt, der Widerstand, welchen derselbe antrifft, ständig den Quadraten der Geschwindigkeit desselben proportional sey. Das wenn die Geschwindigkeit eben desselben Körpers an einem Orte seines dreyenmal so groß ist, als an einem andern, so müsse der Widerstand am ersten Orte neun mahl grösser seyn, als an dem letztern. Wenn aber die Geschwindigkeit an einem Orte 4 mahl so groß wäre, als an einem andern, so müßte der Widerstand der grösseren Geschwindigkeit 16 mahl grösser als der kleinern, und so weiter. Ob nun gleich diese Regel, wenn sie allgemein angenommen wird, sehr stark von der Wahrheit abweicht, wie folgendes deutlich dargethan werden soll, so ist dieselbe doch der Wahrgenüßlich gemäß, wenn sie in gewisse Gränzen eingeschränket wird. Und so werden wir uns in unsern künftigen Untersuchungen derselben als richtigen Regel bedienen können, wenn der Unterschied zwischen den verschiedenen Geschwindigkeiten des Körpers, welcher dem Widerstande ausgesetzt ist, sehr klein ist. Wenn wir also in dem folgenden sagen werden, der Widerstand der flüssigen Materie je nach der Veränderung der Geschwindigkeit grösser oder kleiner werde, so muß hierunter nicht die Vermehrung oder Verminderung des Widerstands, welche kraft dieser Regel Platz

findet, verstanden werden; sondern wir wollen alsdenn so viel sagen, daß der Widerstand des Körpers grösser oder kleiner sey, als derselbe nach dieser Regel seyn sollte; oder man muß hierunter eine Vermehrung oder Verminderung der widerstehenden Kraft der flüssigen Materie selbst verstehen, dergleichen verursacht zu werden pflegt, wenn die Dichte derselben flüssigen Materie entweder vermehrt oder vermindert wird. Denn die fürnehmste Absicht unsers gegenwärtigen Vorhabens besteht darinne, daß wir unumstößlich beweisen wollen, daß je nach den verschiedenen Gründen sowohl der Zusammendrückung der flüssigen Materie, als der Geschwindigkeit des darinn bewegten Körpers, solche Veränderungen in der widerstehenden Kraft derselben entstehen können, dergleichen nach den insgemein angenommenen Grundsätzen kaum würden hervorgebracht werden können, wenn man auch die Dichte drey-mal grösser annehmen wolte. Und diesen Satz werden wir in der folgenden Abhandlung auf eine solche überzeugende Art behaupten, daß nicht der geringste Zweifel dagegen übrig bleiben soll.

ERSTER SATZ

Die allgemeinen Grundsätze des Widerstands, welchen flüssige Materien auf harte Körper, so sich darinne bewegen, ausüben, zu beschreiben und fest zu setzen.

Um sich von dem Widerstande der flüssigen Materien, welchen die darinn bewegten Körper leiden, einen deutlichen Begriff zu machen, so ist nöthig, daß man nachfolgende zwey Arten von flüssigen Materien wohl von einander unterscheide. Die erste Art begreift in sich alle diejenigen flüssigen Materien, welche durch ein aufliegendes Gewicht dergestalt zusammen gedrückt sind, daß dieselben den Raum, welchen ein Körper darinn verlässt, immer auf das schnellste ausfüllen, und keinen Augenblick leer lassen. Zu der andern Art gehören solche flüssige Materien, welche entweder gar nicht, oder nicht so stark zusammen gedrückt sind, daß der Raum, welchen ein darinne bewegter Körper hinter sich zurück läßt, nicht einige Zeit sollte leer bleiben können. Aus diesem Unterscheid zwischen den flüssigen Materien entstehen nun sehr merkwürdige Veränderungen in den Gesetzen, nach welchen der Widerstand bestimmt wird; und es ist insonderheit unumgänglich nöthig, daß man den-

ohl in Betrachtung ziehe, wenn man die Wirkung der Luft auf die Bomben auslündig machen will. Denn es finden sich in der Luft in vorher gemeldten Eigenschaften, je nachdem sich ein Körper darinne schneller oder langsamer bewegt.

Man eine flüssige Materie also beschaffen wäre, daß sich alle Theilchen in einer Entfernung von einander befinden, und keine Wirkung auf einander ausübten, so würde man den Widerstand, welchen ein Körper in einer solchen flüssigen Materie antrüffe, aus der Bewegung, so daher in denselben verursacht wird, leicht ausrechnen können. Denn, wenn man zum Exempel, ein Cylinder seiner Länge nach in einer solchen flüssigen Materie bewege, so würde derselbe die Theilchen, welche er antrifft, mit einer gleichförmigen Bewegung gerade vor sich herstoßen: wenn man nemlich annimmt, daß der Cylinder, noch die Theilchen der flüssigen Materie, elastisch seyn. Man, wenn sowohl die Geschwindigkeit, als der Diameter des Cylinders, angenommen werden, und über dieses auch die Dichtigkeit der Materie gegeben wird, so läßt sich daher die Größe der Bewegung, in welche Theilchen dieser flüssigen Materie mitgetheilet wird, bestimmen, und eine jede Wirkung der Gegenwirkung gleich ist, dem Verlust, welchen der Körper inzwischen an seiner Bewegung leidet, gleich seyn muß: nach welcher Art auf diese Weise die Größe des Widerstands, welchen ein Cylinder in dieser flüssigen Materie leidet, erkannt werden.

Man also die flüssige Materie solcher gestalt beschaffen ist, daß die Theilchen unter sich nicht verbunden, sondern von einander abgesondert seyn. Dann ein jegliches Theilchen die Bewegung, so demselben eingedruckt wird, um wenigstens einige Zeit lang fortsetzen, ohne die übrigen um sich herum stehenden Theilchen, in ihrem Zustand zu stören. Dahero, wenn an statt des Cylinders, welcher sich seiner Länge nach in der flüssigen Materie zu bewegen setzt, ein anderer Körper angenommen wird, welcher auf die Oberfläche dieser flüssigen Materie schief aufstößt, so wird die Richtung, nach welcher diese Theilchen in Bewegung gesetzt werden, mit derjenigen, nach welcher der Körper selbst bewegt, nicht einerley seyn, sondern die Direction jedes einzelnen Theilchens wird auf die Oberfläche des Körpers, von welcher dasselbe fortgestossen wird, perpendicular seyn. Und in diesem Fall wird der Widerstand des Körpers nicht aus der gantzen Bewegung, in welche Theilchen der flüssigen Materie mitgetheilet wird, sondern nur aus dem Theil derselben, welcher mit der Bewegung des Körpers einerley Richtung hat, geschätzt werden. In solchen flüssigen Materien also, wo die

Theilchen von einander abgesondert sind, beruhet die Grösse des Widerstandes hauptsächlich auf der Figur und Schiefe des vordersten Theils der Oberfläche des Körpers, und ist daher sehr großen Veränderungen, nach der verschiedenen Beschaffenheit dieser Oberfläche, unterworfen; wenn auch gleich der Querschnitt des Körpers, so auf seine Direction perpendicular gemacht, in allen Fällen einerley ist. Und der Herr ISAAC NEWTON hat insdessen dargethan, daß, wenn sich eine Kugel in einer solchen flüssigen Materie bewegt, der Widerstand derselben nur halb so groß seyn müsse, als eines andern Körpers, welcher mit der Kugel einerley Diameter hat, und sich seiner Länge nach mit einer gleichen Geschwindigkeit in eben derselben flüssigen Materie bewegt.

Ob aber gleich die Betrachtung einer solchen flüssigen Materie zur Erklärung der Natur des Widerstandes sehr nützlich ist, so ist uns doch die einzige flüssige Materie von dieser Art, welche in der Welt wirklich getroffen wäre, bekannt. Denn alle flüssigen Materien, von welchen wir Kenntniß haben, sind so beschaffen, daß ihre Theilchen entweder wirklich berühren, oder doch zum wenigsten dergestalt auf einander drücken, als wenn sie sich in einer solchen Verknüpfung befänden. Bey solchen Umständen kann sich also kein Theilchen, auf welches ein Körper stößt, ohne zugleich eine grosse Anzahl anderer Theilchen, deren einige davon entfernt sind, in Bewegung zu setzen. Ferner kann auch die Bewegung, welche solchergestalt einem Theil der flüssigen Materie eingedruckt wird, keine bestimmte Direction haben, sondern dieselbe muß in einem andern Theilchen anders beschaffen seyn, je nach der Verschiedenheit der Lage und Bewegung der übrigen Theilchen, von welchen die Bewegung herkömmt. Wenn nun eine grosse Anzahl solcher Theilchen nach sehr verschiedenen Richtungen bewegt werden, so wird dadurch die Grösse des Widerstandes, welchen ein darinne bewegter Körper leidet, und welcher aus der Grösse der in der flüssigen Materie eingedruckten Bewegung, nur in so fern dieselbe in der Richtung der Bewegung des Körpers einerley Direction hat, bestimmt werden kann, sehr anders heraus kommen, als in dem vorigen Fall, und die Berechnung des Widerstandes wird folglich auch bey diesen Umständen weit schwerer und verworrener werden.

Wenn eine flüssige Materie durch das Gewicht der über sich liegenden Theile zusammen gedrückt ist, in dergleichen Zustande sich also uns

1) I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia, London 1713. p. 322. F. R. S.

flüssige Materien, nur allein ihre Oberfläche ausgenommen, befinden, und wenn ferner die Geschwindigkeit eines darinne bewegten Körpers kleiner ist, als diejenige, mit welcher die Theilchen der flüssigen Materie kraft ihrer Zusammendrückung in einen leeren Raum hinein zu dringen vermögend sind, so ist klar, daß in diesem Fall inner der Raum, welchen der bewegte Körper hinter sich verläßt, in einem Augenblick von der flüssigen Materie wiederum angefüllt werde, und daß die Theilchen derselben, auf welche der Körper mit seinem vordern Theil stößt, an statt daß dieselben vorwärts getrieben werden sollten, ihre Direction nach und nach verändern, und ihren Weg gegen den hintern Theil des Körpers nehmen, und solchergestalt das Gleichgewicht wiederum herstellen müssen, welches sonst durch den beständigen Zufluß der flüssigen Materie in die von dem Körper verlassenen Oerter gestört werden würde. In diesem Fall muß also die vorwärts gerichtete Bewegung der flüssigen Materie, und dahero auch der Widerstand des Körpers, welcher darauf beruhet, viel kleiner seyn, als in dem erst angeführten Fall, in welchem allen Theilchen der flüssigen Materie eine gleiche Bewegung mit dem Körper selbst, und nach eben derselben Direction eingedruckt worden. Der Herr ISAAC NEWTON hat nun bewiesen, daß der Widerstand, welchen ein Cylinder, der sich seiner Länge nach in einer zusammen gedruckten flüssigen Materie bewegt, dergleichen wir hier zuletzt betrachtet haben, viermal kleiner sey, als der Widerstand, welchen eben dieser Cylinder leiden würde, wenn sich derselbe mit einer gleichen Geschwindigkeit in einer solchen flüssigen Materie bewegte, dergleichen wir anfänglich beschrieben haben: wenn nemlich in beyden Fällen die Dichtigkeit der flüssigen Materie gleich groß angenommen wird.¹⁾

Ueber dieses ist der Widerstand, welchen ein Körper in dergleichen zwey verschiedenen flüssigen Materien antrifft, nicht nur der Grösse nach so sehr unterschieden, sondern es befindet sich auch ein grosser Unterscheid, nachdem die Figur der darinn bewegten Körper verschieden ist.

Wir haben gewiesen, daß in einer flüssigen Materie, deren Theilchen von einander abgesondert sind, dergleichen wir zu erst beschrieben haben, die Schiefe der vordersten Oberfläche des Körpers sehr viel zur Verminderung des Widerstandes beytrage. Allein in zusammen gedrückten flüssigen Materien

1) I. NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia, Londini 1726, p. 327. F. R. S.

findet diese Regel nicht mehr statt; zum wenigsten entsteht daher kein so beträchtlicher Unterschied. Denn in zusammen gedrückten flüssigen Materien beruhet die Grösse des Widerstands hauptsächlich auf der grösseren oder kleineren Leichtigkeit, mit welcher die flüssige Materie, welche durch den vordern Theil des Körpers fortgestossen wird, ihre Bewegung nach dem hintern Theil desselben umlenket. Da nun dieser Umstand, wenn derselbe ja etwas beiträgt, durch die Figur des bewegten Körpers sehr wenig verändert wird, und beynahe einerley bleibt, der Körper mag eine cylindrische, conische, oder Kugel-runde Figur haben, so folgt daraus, daß, woferne nur der Quer-Durchschnitt des Körpers, und folglich die Menge der flüssigen Materie, welche in Bewegung gesetzt werden muß, einerley bleibt, die Verschiedenheit der Figur keine merkliche Veränderung in der Grösse des Widerstands verursachen könne.

Dieser Widerstand nun, welchen ein in einer solchen zusammen gepreßten flüssigen Materie bewegter Körper leidet, wenn die Geschwindigkeit desselben viel kleiner ist, als diejenige, welche die Theilchen der flüssigen Materie, kraft ihrer Zusammendrückung, erlangen können; dieser Fall, sage ich, ist von dem Herrn ISAAC NEWTON sehr vollständig ausgeführt worden, als welcher die Grösse dieses Widerstands nach der verschiedenen Grösse der darinn bewegten Körper, und nach der Dichtigkeit der flüssigen Materie, mit allem Fleiß bestimmt hat. Er erinnert aber dabey ganz ausdrücklich, daß die Regeln, welche er dazu angenommen, nicht allgemein wären, und ohne Einschränkung mit der Wahrheit nicht bestehen könnten: sondern, daß die Zusammendrückung der flüssigen Körper um so viel grösser gesetzt werden müsse, je grösser die Geschwindigkeit der darinn bewegten Körper wäre. Inzwischen haben doch einige unwissende Schriftsteller, welche diesem grossen Mann gefolget, und diese Erinnerung aus der Acht gelassen, seine Bestimmungen ohne Unterscheid auf alle Grade der Geschwindigkeit, welche ein harter Körper in einer flüssigen Materie immer haben kann, gezogen, ohne auf die verschiedenen Grade der Zusammendrückung der flüssigen Materien zu sehen, von welchen der Widerstand herkommt; und auf diese Art haben sie den Widerstand der Luft auf

geschieht, so wird der Körper des Drucks von hinten, wodurch sonst der Widerstand einiger maassen im Gleichgewicht gehalten wird, beraubt, und er muß auf dem vordern Theil das ganze Gewicht der entgegen druckenden Gewalt noch ausser der Bewegung, welche den Theilen der flüssigen Materie mitgetheilt wird, ertragen. Und weil über dieses die Bewegung dieser Theile, welche vor dem Körper hergetrieben werden, von der zusammendrückenden Kraft der flüssigen Materie in diesem Fall nicht so stark hinterwärts gelenket werden kann, so weicht auch ihre Direction weniger ab von derjenigen, nach welcher sie unmittelbar von dem Körper fortgestossen werden: und um dieser Ursache willen kommt diese Art des Widerstands derjenigen, welche wir zuerst betrachtet haben, je länger je näher, wo die Theilchen der flüssigen Materie keine Verbindung untereinander hatten, sondern die ihnen eingedruckte Bewegung ohne Hinderniß fortsetzen könnten. Derohalben, da wir schon vorher angemerket haben, daß der Widerstand einer solchen nicht zusammen gedrückten flüssigen Materie auf einen Cylinder, so sich seiner Länge nach darin bewegt, viermahl grösser sey, als der Widerstand einer gleich dichten aber genugsam zusammen gedrückten flüssigen Materie, so folget daraus, daß der Widerstand einer flüssigen Materie, wenn ein lediger Raum hinter dem Körper gelassen wird, bey nahe viermahl grösser werden könne, als von eben derselben flüssigen Materie entstehen würde, wenn kein solcher lediger Raum hinter dem Körper Statt fände. Denn wenn der Raum, welchen der Körper hinter sich verläßt, nicht sogleich wiederum angefüllt wird, so haben wir gewiesen, daß der Widerstand fast von eben der Natur seyn müsse, als wenn die Theilchen der flüssigen Materie gänzlich von einander abgesondert wären.

In diesen Umständen scheint sich nun ein Cylinder zu befinden, welcher sich mit sehr verschiedenen Graden der Geschwindigkeit in einer zusammen gedrückten flüssigen Materie bewegt: dergestalt, daß wenn derselbe seine Bewegung mit einer sehr grossen Geschwindigkeit anfängt, und darinne so lange fortläuft, biß seine Geschwindigkeit fast gänzlich zernichtet worden, alsdenn die widerstehende Kraft der flüssigen Materie bey dem Anfang der Bewegung beynahe viermahl grösser, als bey dem Ende seyn wird. In einer Kugel aber wird der Unterscheid nicht so groß seyn, weil wegen der Schiefe seiner Oberfläche, der Widerstand in einer nicht zusammen gedrückten flüssigen Materie nur umgelehr zweymahl grösser ist, als in einer hinlänglich zusammen gedrückten; denn die Schiefe seiner Oberfläche vermindert den Widerstand nur in einem Fall, und nicht in dem andern. Unterdessen da die zusammendrückende Kraft der flüssigen Materie, wenn auch hinter dem Körper ein leerer

Raum zurück bleibt, dennoch die schiefe Bewegung der Theilchen der flüssigen Materie, welche vor dem Körper her gestossen worden, einiger massen zurück lenken kann, und weil sich auch in diesen Theilchen, wenn die flüssige Materie elastisch ist, ein grösserer Grad der Dichtigkeit befindet: so ist sehr wahrscheinlich, daß der Widerstand einer Kugel, welche sich mit einer sehr grossen Geschwindigkeit in einer zusammen gedrückten flüssigen Materie bewegt, ungelehr ein Mittel seyn werde zwischen dem Widerstand einer Kugel und eines Cylinders in einer nicht zusammen gedrückten flüssigen Materie. Wenn also die Geschwindigkeit groß genug ist, so können wir annehmen, daß die widerstehende Kraft mehr als zweymahl, und doch weniger als viermahl grösser sey, als wenn sich eben dieselbe Kugel mit einem geringen Grad der Geschwindigkeit in eben derselben flüssigen Materie bewege. Wir werden daher vielleicht nicht viel fehlen, wenn wir annehmen, daß eine Kugel, wenn dieselbe mit der grössten Geschwindigkeit bewegt wird, bey nahe, in Ansehung der Geschwindigkeit, einen dreymahl grössern Widerstand antreffe, als wenn dieselbe langsam fortgehet.

Weil also diese Vermehrung der widerstehenden Kraft Platz findet, wenn die Geschwindigkeit des bewegten Körpers so groß ist, daß derselbe einen vollkommen ledigen Raum hinter sich zurück läßt, so müssen bey kleineren Geschwindigkeiten einige Grade der Vermehrung sehr merklich werden. Denn wenn auch durch die zusammendrückende Kraft der flüssigen Materie der Raum, welchen der Körper hinter sich verläßt, in einem Augenblick aufgefüllt wird, so müssen dennoch, wenn die Geschwindigkeit, womit die flüssige Materie in den von dem Körper verlassenen Raum hinein dringt, nicht viel grösser ist, als diejenige, womit sich der Körper selbst bewegt, die obgemeldten Gründe, welche wir auf den Fall eines vollkommen ledigen Raums angeführt haben, noch einiger maßen auch in diesem Fall, obgleich nicht in einem so hohen Grad, statt finden. Und derothalben können wir nicht setzen, daß dieser Zuwachs des Widerstandes, dessen wir bisher Erwähnung gethan haben, plötzlich verschwinde, so bald die zusammen drückende Kraft der flüssigen Materie just vermögend ist, dem leeren Raum hinter dem bewegten Körper vorzubeugen: sondern wir müssen bedencken, daß in diesem Fall der gedachte Zuwachs nur vermindert werde, je nachdem die Geschwindigkeit, mit welcher die Theile der flüssigen Materie dem Körper nachfolgen, diejenige, womit der Körper fortgehet, mehr oder weniger übertrifft.

Hieraus schließen wir nun, daß wenn eine Kugel in einer solchen flüssigen Materie mit einer weit grösseren Geschwindigkeit fortgetrieben wird, als die

Theilchen derselben kraft ihrer Zusammendrückung in einen leeren Raum hineinzudringen vermögend sind, dergestalt, daß hinter der Kugel in ihrer Bewegung nothwendig ein leerer Raum zurück gelassen wird, daß, sage ich, alsdenn in diesem Fall der Widerstand, welchen die Kugel antrifft, beynahе drey-mal grösser in Ansehung ihrer Geschwindigkeit seyn werde, als derselbe nach der von Herrn ISAAK NEWTON für langsame Bewegungen gegebenen Regel gefunden wird. Wir können auch ferner sicher schließen, daß die widerstohende Kraft der flüssigen Materie mit der Geschwindigkeit des Körpers nach und nach abnehme, biß dieselbe endlich, wenn die Bewegung allbereit so schwach worden, daß dieselbe in Ansehung der Geschwindigkeit, womit die flüssige Materie zu folgen vermögend ist, beynahе für nichts zu achten ist, sich völlig nach des Herrn ISAAK NEWTONS Regel richte, welche er für zusammen gedruckte flüssige Materien gegeben hat.

Aus dieser Bestimmung erschen wir also, wie sehr sich diejenigen betrogen, welche behaupten, daß der Widerstand einer jeglichen flüssigen Materie auf alle darinne bewegte Körper allzeit den Quadraten der Geschwindigkeit proportional sey. Denn aus demjenigen, was hier angeführt worden, erhellet klärlich, daß diese Regel nur alsdenn der Wahrheit nahe komme, wenn die Veränderungen in der Geschwindigkeit des Körpers sehr klein sind, und daß dieselbe, ohne sehr gröblich zu fehlen, nimmer gebraucht werden könne, wenn für sehr verschiedene Grade der Geschwindigkeit der Widerstand bestimmt werden soll.

Nachdem wir nun diese Gründe fest gesetzt haben, so wollen wir jetzt weiter fortschreiten, und den Widerstand der Luft ins besondere durch Experimente zu bestimmen uns bemühen. Hieraus wird man überführt werden, wie genau diese Betrachtungen mit der vermittelst der Versuche wirklich entdeckten Wirkung der flüssigen Materien übereinstimmen; und man wird auch daraus erkennen, wie sehr sich alle diejenigen Lehrer¹⁾ betrogen haben, welche sich eingebildet, daß der Widerstand der Luft, welchen aller Gattung Kugeln und Bomben darinn antreffen, kann einiger Aufmerksamkeit werth sey.

1) Im englischen Original *theorists*. F. R. S.

ERSTE ANMERKUNG

Weil ein Körper, welcher sich in einer flüssigen Materie bewegt, nicht fortgehen kann, ohne die ihm im Wege stehenden Theilchen derselben Materie in Bewegung zu setzen, so muß dadurch nothwendig die Geschwindigkeit desselben vermindert werden. Denn da keine Bewegung ohne Kraft hervor gebracht werden kann, so wird zu Fortstossung der Theilchen der flüssigen Materie eine Kraft erfordert. Eben diese Kraft wirkt aber hinwiederum rückwärts auf den Körper selbst, und vermindert folglich seine Bewegung. Dieses folgt auch aus dem bekannten Grundsatz der Mechanic, daß kein Körper einem andern eine Bewegung mittheilen könne, ohne zugleich selbst eben so viel von seiner eigenen Bewegung zu verlieren; und hierauf gründen sich die allgemeinen Regeln, nach welchen die Bewegungen zweyer auf einander stossenden Körper nach dem Stoß verändert werden.

Frägt man aber weiter nach der ersten Ursache dieser Veränderungen, so beruht dieselbe auf dem Vermögen, welches alle Körper, in so ferne dieselben aus Materie bestehen, haben, in ihrem Zustande unverändert zu verharren. Dieses Vermögen ist nemlich eine wesentliche Eigenschaft der Materie, und derselben eben so eigen, als die Ausdehnung selbst, dergestalt, daß gleichwie die Materie ohne Ausdehnung nicht bestehen kann, dieselbe eben so wenig ohne dieses Vermögen, in ihrem Zustande unverändert zu verharren, bestehen kann. Dieses Vermögen äußert sich eben so wohl in ruhenden, als bewegten Körpern. Denn ein ruhender Körper muß kraft dieses Vermögens beständig in Ruhe bleiben, und kann nimmer eine Bewegung erhalten, wofern keine äußerliche Kraft dazu kommt, wodurch derselbe in Bewegung gesetzt wird. Gleicher gestalt, wenn sich ein Körper in Bewegung befindet, so muß derselbe beständig eben diese Bewegung unverändert fortsetzen, wofern keine äußerliche Kraft darinne eine Veränderung verursacht. So oft nun entweder ein Körper, welcher vorher stille gestanden, in Bewegung gesetzt wird, oder ein bewegter Körper in seiner Bewegung eine Veränderung leidet: so kann man immer versichert seyn, daß eine äußerliche Kraft darauf gewürket habe.

Es kommen aber bey einer jeglichen Bewegung zwey Stücke zu betrachten vor, nemlich die Geschwindigkeit, und die Richtung oder Direction derselben, und daher hat auch ein jeglicher Körper kraft seines Wesens das Vermögen, diese beyden Stücke, als wodurch sein Zustand bestimmt wird, unverändert zu erhalten. Wenn also ein Körper einmahl in Bewegung gesetzt worden,

und keine äußerliche Kraft auf denselben wirket, so behält derselbe beständig so wohl einerley Geschwindigkeit, als auch einerley Richtung. Wenn man aber wahrnehmen sollte, daß entweder die Geschwindigkeit oder die Richtung derselben, oder beide Stücke zugleich geändert würden: so kan man daraus den sichern Schluß ziehen, daß eine solche Veränderung von einer fremden Kraft verursacht worden. Da nun in der Welt alle Augenblicke dergleichen Veränderungen vorgehen, und darinnen weder eine beständige Ruhe, noch eine gleichförmige Bewegung angetroffen wird, so wird hier billig die Frage aufgeworfen, woher alle diejenigen Kräfte kommen, von welchen diese Veränderungen entspringen.

Um diese Frage zu beantworten, haben verschiedene Weltweise behauptet, daß die Körper noch außer dem Vermögen in ihrem Zustande unverändert zu verharren, mit einer Kraft begabet seyn, ihren Zustand immerfort zu verändern. Ausser dem aber, daß auf diese Weise der Materie zwey ganz widerwärtige Eigenschaften zugeschrieben werden, so wird man dadurch auch nicht einmahl in Stand gesetzt, die geringste Veränderung, welche in der Welt vorgehet, zu erklären. Die Natur hat auch zu diesem Ende keine besondern Kräfte nöthig, sondern wie dieselbe in allen ihren Wirkungen beständig den einfältigsten und kürzesten Weg erwöhlet, also bedienet sich dieselbe zu Hervorbringung aller Veränderungen keiner andern Kräfte, als eben des vorhergemeldten Vermögens, womit alle Körper begabt sind, in ihrem Zustande zu verharren.

Dieses scheint zwar dem ersten Anblick nach etwas widersprechendes in sich zu enthalten, indem man schwerlich begreifen kan, wie eine Kraft, welche die Körper in ihrem Zustande zu erhalten bestimmet ist, zugleich auch alle Veränderungen hervor bringen könne. Wenn man aber diese Sache in reifere Erwägung zieht, so sieht man bald, daß diese wesentliche Eigenschaft aller Körper, wodurch sie sich in ihrem Zustand zu erhalten bemühet sind, nicht nur vermögend seyn könne, Veränderungen zu verursachen, sondern daß auch in der That alle Veränderungen, welche wir zu erklären im Stande sind, von nichts anders, als dieser allgemeinen Eigenschaft herrühren.

Um diese Wirkung begreiflich zu machen, so darf man sich nur zwey Körper vorstellen, deren einer stille steht, der andere aber mit einem gewissen Grad der Geschwindigkeit auf den erstern loßgehet. Wir wollen nun der Deutlichkeit willen den erstern Körper, welcher stille steht, mit dem Buchstaben *A*, den andern aber, welcher gegen diesen läuft, mit dem Buchstaben *B* bemerken. Der erstere Körper *A* hat nun ein Vermögen, in seiner Ruhe unverändert zu verbleiben, der andere aber *B* hat ein

Vermögen, gleichfalls in seinem Zustande zu verharren, das ist, mit seiner Geschwindigkeit nach seiner Richtung oder nach einer geraden Linie fortzugehen. Wenn nun der Körper *B* wirklich zu dem Körper *A* kommt, so sieht man wohl, daß keiner von beyden in seinem Zustande verbleiben könne, ohne daß zugleich der Zustand des andern sehr merklich verändert werde. Dem sollte der Körper *A* in seinem Stillstande verharren; weil der andere durch diesen nicht durchdringen kann, so müßte derselbe entweder auch plötzlich stille stehen, oder zurück prellen, oder seitwärts abweichen; in allen Fällen aber würde sein voriger Zustand gar sehr verändert. Sollte aber der Körper *B* seine Bewegung unverändert fortsetzen, so müßte derselbe den Körper *A* vor sich her stossen; und folglich würde der Körper *A* aus seinem vorigen Zustande gebracht werden. Da es nun nicht möglich ist, daß diese beyden Körper zugleich in ihrem vorigen Zustande verharren, und auch keine Ursache vorhanden ist, warum nur vielmehr in einem, als dem andern allein eine Veränderung vorgehen sollte, so folgt nothwendig, daß beyde Körper zugleich eine Veränderung ihres Zustandes leiden müssen. Der Körper *A* wird nemlich in Bewegung gesetzt, die Geschwindigkeit aber des Körpers *B* vermindert werden. Weil nun die Ursache, wodurch ein Körper in seinem Zustand verändert wird, eine Kraft genennet zu werden pflegt, so ist klar, daß die Kräfte, wodurch in dem erzählten Fall der Zustand beyder Körper *A* und *B* verändert wird, in nichts anders bestehen, als in dem Vermögen, welches ein jeder Körper hat, in seinem Zustande zu verharren. Also ist das Vermögen, welches der Körper *A* hat, in seinem Zustande zu verharren, die Ursache und folglich die Kraft, welche in dem Zustand des Körpers *B* die Veränderung hervor bringt; und hinwiedrum ist das Vermögen, womit der Körper *B* begabet ist, in seinem Zustande zu verbleiben, die Ursache und also die Kraft, durch welche in dem Körper *A* eine Veränderung vorgehet.

So lange also ein Körper seinen Zustand unverändert erhalten, das ist entweder in seinem Ruhestand verbleiben, oder seine Bewegung unverrückt fortsetzen kann, so äußert sich darinne nichts anders, als das Vermögen in seinem Zustande zu verharren; so bald aber dieser Körper einen Widerstand antrifft, welcher verhindert, daß derselbe in seinem Zustand nicht verbleiben kann, so widerstehet eben dieses Vermögen der Veränderung, so darinne vorgehen soll, und übet eine Kraft aus, die Hindernisse aus dem Weg zu räumen. Es entstehen demnach alle Kräfte, welche sich in der Welt befinden, aus nichts anders, als aus dem Vermögen, womit alle Körper begabet sind, in ihrem Zustand zu verharren, und welches sich in eine Kraft verwandelt, so bald der Zustand zweyer

Der Körper dergestalt gegen einander läuft, daß keiner beybehalten
n, ohne zugleich die übrigen zu verändern. Weil nun dergleichen
der Welt unaufhörlich vorkommen, da entweder auf einen ruhenden
ere stossen, oder verschiedene in Bewegung gesetzte Körper ein-
gnen, so äussern sich auch beständig solche Kräfte, wodurch der
es jeglichen Körpers verändert wird. Und hieraus sieht man, daß
erungen, welche in der Welt geschehen, bloß allein von dem Ver-
leches alle Körper haben, in ihrem Zustand unverändert zu ver-
vorgebracht werden können. Wenn man diese Sache genauer unter-
ird man in der That finden, daß der Zustand eines jeglichen Kör-
so ferne verändert wird, als derselbe andere Körper antrifft, welche
nd nicht erhalten können, ohne daß in demselben eine Veränderung
ie groß nun in einem jeglichen Fall, wenn zwey Körper dergestalt
kommen, daß nicht beyde in ihrem Zustand verbleiben können, die
g sey, welche in einem jeden ins besondere vorgeht, wird in der
estimmt.

Diesem Grunde beruht nun die ganze Lehre von dem Widerstand
, welche sich in einer flüssigen Materie, als Wasser oder Luft, be-
nn wenn ein Körper in einer solchen flüssigen Materie seine Be-
verrückt fortsetzte, so müßte nothwendig eine ziemliche Menge
woraus die flüssige Materie bestehet, fortgestossen und in Bewegung
orden. Da nun diese Theilchen gleichfalls mit einem Vermögen, in
ande zu verharrn, begabet sind, so widerstehen sie einer solchen
und daher muß in dem Zustande der Körper selbst auch eine
g vorgehen, welche nun so viel grösser seyn wird, je mehr Theil-
flüssigen Materie in Bewegung gesetzt werden müssen, und je grösser
erung ist, so darinne vorgehen muß. Wenn also die Veränderung,
der flüssigen Materie verursacht wird, bekannt wäre, so könnte man
Grundsätzen der Mechanic ausrechnen, wie groß die Veränderung,
dem Körper selbst vorgeht, seyn müßte. Hierinne besteht nun der
nd, welchen ein bewegter Körper in einer flüssigen Materie leidet,
ögligh aus den mechanischen Grundsätzen bestimmt werden.

ZWEYTE ANMERKUNG

Der Autor betrachtet erstlich eine solche flüssige Materie, deren Theilchen dergestalt von einander abgesondert sind, daß ein jegliches davon die ihm eingedruckte Bewegung einige Zeit unverändert fortsetzen kann, ohne von den umliegenden darinnen gestört zu werden. Ob nun gleich dieser Begriff der Natur aller flüssigen Materien entzogen ist, und in der ganzen Welt keine solche Materie gefunden wird, so dient derselbe doch den Grund zur Erkenntnis des Widerstandes zu legen. Wenn sich nun ein Körper in einer solchen flüssigen Materie bewege, so stösset derselbe beständig auf neue Theilchen; weil diejenigen, welche schon vorher den Stoß ausgehalten, die ihnen eingedruckte Bewegung fortsetzen, ohne den Zustand der übrigen zu verrücken: und wenn diese flüssige Materie für sich still zu stehen angenommen wird, so befinden sich alle Theilchen derselben, worauf der Körper in einem jeden Augenblick stößt, in einer vollkommenen Ruhe. Die Berechnung des Widerstands, welchen der Körper in dieser flüssigen Materie leidet, beruhet also darauf, daß man bestimme, wie viel ein Körper in einem jeglichen Augenblick von seiner Bewegung verliere, wenn derselbe beständig auf eine gewisse Anzahl kleiner Theilchen stößt, welche stille stehen, und deren Dichte in Ansehung des Körpers bekannt ist. Dieses läßt sich dahero durch die bekannten Regeln, nach welchen die Bewegung zweyer aneinander stossenden Körper verändert wird, ausmachen, wenn man nur vorher weiß, ob diese Theilchen, nebst dem Körper, elastisch sind, und nach dem Stoß von einander prallen, oder nicht, in welchem Fall dieselben nach dem Stoß beisammen bleiben. Wir wollen hier diese beyden Fälle, als von welchen in dem Widerstande ein sehr grosser Unterscheid entsteht, ins besondere in Betrachtung ziehen.

Es soll also für das erste keine elastische Kraft vorhanden seyn, dergestalt, daß die Theilchen, welche von dem Körper schon in Bewegung gesetzt worden, vor demselben hergehen, dennoch aber in den übrigen keine Veränderung verursachen. Damit man nun, um sich dieses deutlicher vorzustellen, keine Schwierigkeiten finde, so darf man sich nur einbilden, daß diejenigen Theilchen, welche schon den Stoß vom Körper ausgehalten, plötzlich verschwinden oder zernichtet werden, damit in dem Zustand der übrigen keine Veränderung vorgehe, ehe der Körper gleichfalls an dieselben stößt. Denn weil der ganze Begriff einer solchen flüssigen Materie bloß allein in der Einbildungs-Kraft besteht, so steht es uns frey auch noch diese Bedingung hin-

zusetzen: als wodurch der Endzweck, weswegen man eine solche flüssige Materie betrachtet, um so viel leichter erhalten wird. Wir wollen also setzen (Fig. 11), daß der Vordertheil des Körpers MM , mit welchem derselbe auf

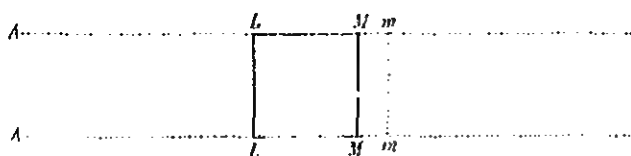


Fig. 11.

die Theilchen der flüssigen Materie stößt, flach, und zugleich auf die Richtung AM , nach welcher der Körper fortgeht, perpendicular sey. Es sey der Inhalt dieser vordern Fläche $MM = cc$, die Länge des Körpers, welcher als ein Cylinder betrachtet werden kan, $LM = a$; und die Geschwindigkeit, womit derselbe anjetzt wirklich fortgeht, soll durch Vv ausgedrückt werden, oder v bedeutet die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eine gleiche Geschwindigkeit erlangt. Die Dichte des Körpers werde ferner durch m , und die Dichte der flüssigen Materie durch n ausgedrückt. Hieraus wird die Massa des Körpers $= macc$. Indem nun der Körper durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ vorrückt, so muß derselbe die Theilchen der flüssigen Materie, welche in diesem Raum $MmmM$ enthalten sind, fortstossen; und da die Massa dieser Theilchen ist $= nccdx$, so kommt es hier auf die Auflösung dieser Frage an: um wie viel die Geschwindigkeit Vv eines Körpers, dessen Massa $= macc$, vermindert werde, wenn derselbe auf einen andern still stehenden Körper, dessen Massa ist $= nccdx$, stößt. Vor dem Stoß ist also die GröÙe der Bewegung

$$= maccVv,$$

und da nach dem Stoß die Geschwindigkeit des Körpers ist

$$V(v + dv) = Vv + \frac{dv}{2Vv},$$

welche derselbe mit den Theilchen der flüssigen Materie $nccdx$, so inzwischen fortgestossen worden, gemein hat, so wird die GröÙe der Bewegung beyder Körper zugleich nach dem Stoß seyn

$$= (macc + nccdx) \left(Vv + \frac{dv}{2Vv} \right),$$

welche nach den Gesetzen der Mechanik der vorigen Grösse der Bewegung $macc\sqrt{v}$ gleich seyn muß. Hieraus entspringt also diese Vergleichung

$$macc\sqrt{v} = (macc + nccdx) \left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}} \right),$$

welche in diese verwandelt wird:

$$0 = \frac{maccdx}{2\sqrt{v}} + nccdx\sqrt{v},$$

woraus man bekommt

$$dx = - \frac{2nccv}{macc} dx.$$

Hieraus erhellet, daß die Bewegung des Körpers eben so vermindert werde, als wenn das Gewicht eines aus der flüssigen Materie bestehenden Cylinders dagegen druckte, dessen Basis oder Dicke $= cc$, und dessen Höhe $= 2v$; denn die Massa, und folglich das Gewicht eines solchen Cylinders, wird seyn $= 2nccv$, und da die Massa des Körpers ist $macc$, so muß die Bewegung desselben, indem derselbe durch den Weg dx fortrücket, um so viel vermindert werden, als diese Aequation

$$dv = - \frac{2nccv}{macc} dx$$

anzeigt, welche mit der obigen vollkommen überein kommt. Wenn sich also ein solcher Körper in einer solchen flüssigen Materie bewege, so ist die Kraft des Widerstands gleich dem Gewicht eines aus dieser flüssigen Materie bestehenden Cylinders, dessen Basis mit der Oberfläche des Körpers $MM = cc$ einerley, und dessen Höhe gleich ist der doppelten Höhe $2v$, wodurch die Geschwindigkeit des Körpers ausgedrückt wird. Da nun die Höhe v dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional ist, so sieht man, daß der Widerstand einer solchen flüssigen Materie den Quadraten der Geschwindigkeit der darinn bewegten Körper proportional sey; wenn nömlich die vordere Fläche des Körpers MM perpendicular auf die Theilchen der flüssigen Materie stösset.

Solchergestalt verhält sich also der Widerstand einer solchen flüssigen Materie, wenn keine Elasticität vorhanden ist, und folglich keine Zurückprallung nach dem Stoß geschieht. Wenn aber so wohl der Körper, als die Theilchen der flüssigen Materie, mit einer vollkommenen Elasticität begabet sind, so muß die im vorigen Fall entstehende Wirkung nach den Gesetzen der aneinander stossenden elastischen Körper berechnet werden. In diesem

Fall pressen nun die Theilchen der flüssigen Materie von dem Körper zurück, und bekommen folglich einen grösseren Grad der Geschwindigkeit, als der Körper selbst hat. Dahero sind in diesem Fall zwey Sachen unbekant, erstlich die Geschwindigkeit des Körpers, und dem auch die Geschwindigkeit der Theilchen der flüssigen Materie nach dem Stoß. Um diese beyden Sachen zu bestimmen, so muß mit dem vorher gebrauchten Grundsatz, kraft welchem einerley Quantität der Bewegung vor und nach dem Stosse erhalten wird, noch dieser andere Grundsatz verknüpft werden, daß bey vollkommenen elastischen Körpern auch einerley sogenannte lebendige Kraft vor und nach dem Stoß erhalten werde. Die lebendige Kraft eines Körpers aber wird gefunden, wenn man die Massam durch das Quadrat der Geschwindigkeit multipliciret. Wenn wir also, wie vorher, die Geschwindigkeit des Körpers, dessen Massa ist $= macc$, vor dem Stoß durch \sqrt{v} , nach dem Stoß aber durch

$$\sqrt{v + dv} = \sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}$$

ausdrucken, die Geschwindigkeit der flüssigen Materie hingegen, deren Massa ist $= nccdx$, auf welche der Körper stößt, indem derselbe durch den Raum $Mm = dx$ fortgeht, nach dem Stoß durch \sqrt{u} angezeigt wird, als welche vor dem Stoß $= 0$ gewesen: so wird die Grösse der Bewegung vor dem Stoß seyn

$$= macc\sqrt{v},$$

nach dem Stoß aber

$$= macc\left(\sqrt{v} + \frac{dv}{2\sqrt{v}}\right) + nccdx\sqrt{u}.$$

Woraus diese Gleichheit nach dem erstern Grund-Satz entspringet:

$$0 = \frac{maccdv}{2\sqrt{v}} + nccdx\sqrt{u}.$$

Die lebendige Kraft vor dem Stoße wird seyn

$$= maccv,$$

nach dem Stoß aber

$$= macc(v + dv) + nccudx,$$

aus deren Vergleichung man erhält

$$0 = maccdv + nccudx.$$

Da nun aus der erstern Aequation gefunden wird

$$\sqrt{u} = \frac{-madv}{2ndx\sqrt{v}}$$

und also

$$u = \frac{m^2 a^2 dv^2}{4n^2 dx^2 v},$$

die andere Aequation aber giebt

$$u = \frac{-madv}{ndx},$$

so bekommt man

$$\frac{madv}{4nvdx} = -1 \quad \text{oder} \quad dv = -\frac{4nccvdx}{macc}.$$

Dahero ist in diesem Fall der Widerstand eben so groß, als wenn gegen den Körper das Gewicht eines aus der flüssigen Materie bestehenden Cylinders druckte, dessen Basis der Dicke des Körpers $MM = cc$ gleich ist, und dessen Höhe viermahl so groß, als diejenige v , wodurch die Geschwindigkeit des Körpers ausgedrückt wird. Da nun in dem vorigen Fall die Höhe des entgegen druckenden Cylinders nur $= 2v$ gefunden worden, so sieht man, daß in dem gegenwärtigen Fall wegen der Elasticität der Widerstand zweymahl so groß sey, als in dem vorigen, wo keine Elasticität vorhanden gewesen. In beyden Fällen aber, wenn sich eben derselbe Körper mit verschiedenen Graden der Geschwindigkeit in eben derselben flüssigen Materie hewoget, so ist der Widerstand immer den Quadraten der Geschwindigkeit proportional. Wenn aber die Dichtigkeit der flüssigen Materie grösser oder kleiner wird: so wird auch der Widerstand um eben so viel grösser oder kleiner. Weil nun auf diese Art die Veränderung der Geschwindigkeit des Körpers leicht gefunden wird, so kann auch daher die ganze Bewegung desselben, so wie selbige nach und nach abnimmt, ohne Schwierigkeit bestimmt werden.

Wir haben aber hier nur den Fall betrachtet, wenn der vordere Theil des Körpers, welcher auf die Theilchen der flüssigen Materie stößt, nicht nur eine Fläche, sondern auch auf die Direction der Bewegung perpendicular ist. In diesem Fall ist die Gewalt des Widerstands der Bewegung des Körpers schmurstracks entgegen, und vermindert folglich nur die Geschwindigkeit derselben, ohne seine Direction zu verändern. Dahero ein solcher Körper seine Bewegung nach einer graden Linie fortsetzt, und sein Zustand nur allein in Ansehung der Geschwindigkeit verändert wird. Es ist also noch übrig, daß

wir den Widerstand bestimmen, wenn die vordere Fläche des Körpers mit seiner Direction einen schiefen Winkel macht, als woraus nachgehend auch der Widerstand für alle so wohl gerade, als krummlinichte Figuren, ausgefinden werden kann.

Wir wollen also setzen, die Figur des Körpers sey also beschaffen, wie die Fig. 12 ausweist, dergestalt, daß der Körper $LLMM$, welcher sich nach

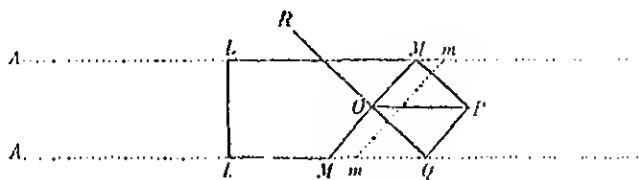


Fig. 12

der Direction OP in der flüssigen Materie bewegt, mit seiner schiefen Fläche MM auf die Theilchen der flüssigen Materie stosse. Indem also dieser Körper durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortgeht, so muß derselbe die in dem Raum $MMmm$ enthaltene flüssige Materie fortstossen. Wenn nun wie vorher die vordere Fläche des Körpers $MM = cc$ gesetzt wird, so ist die Menge der flüssigen Materien nicht mehr wie vorher $= cc dx$; sondern dieselbe muß nach der Verhältniß des Radii zum Sinus des Winkels MOP , unter welchem der Vordertheil des Körpers auf die flüssige Materie stösset, vermindert werden. Wenn also der Radius $= 1$, und der Sinus des Winkels $MOP = q$ gesetzt wird, so wird die Menge der flüssigen Materie, welche in Bewegung gesetzt werden muß, indem der Körper durch den Weg $Mm = dx$ vorrückt, durch $ccq dx$ ausgedrückt, und müßte der vorher gefundene Widerstand noch mit q multiplicirt werden, wenn nemlich sonst die Wirkung einwärdig wäre. Allein da der Körper nicht gerade, sondern schief auf diese flüssige Materie stösset, so ist auch der Widerstand nicht so groß, als in dem vorhergehenden Fall, und muß folglich noch aus diesem Grunde nach den Regeln der Mechanic durch q multiplicirt werden. Dahero verhält sich der Widerstand der Fläche cc , wenn dieselbe perpendicular auf die flüssige Materie stößt, zu dem Widerstand, wenn eben dieselbe unter einem schiefen Winkel, dessen Sinus $= q$, fortgeht, wie das Quadrat des Radii 1 zum Quadrat des Sinus qq . Da aber ferner die flüssige Materie nur in so fern widersteht, als die Bewegung des Körpers gerade auf MM gerichtet ist, so ist die Direction der widerstohenden Kraft perpendicular auf die Fläche MM . Wenn also die Ge-

geschwindigkeit des Körpers durch die Höhe v ausgedrückt wird, so ist die widerstehende Kraft, deren Direction OR perpendicular ist auf MM , gleich dem Gewicht eines aus eben dieser flüssigen Materie bestehenden Cylinders, dessen Basis $= cc$, und die Höhe entweder $= 2qqv$ oder $= 4qqv$, je nach dem sich der Stoß nach den Regeln der nicht elastischen, oder vollkommen elastischen Körper richtet. Weil nun in dem gegenwärtigen Fall der Körper nach der Linie OR , welche auf die vordere Fläche MM perpendicular ist, zurück gestossen wird, diese Direction aber mit der Direction der Bewegung einen schiefen Winkel macht, so wird dadurch nicht nur die Geschwindigkeit des Körpers vermindert, sondern es wird auch seine Direction verändert. Denn wenn wir diese Kraft, welche entweder durch $2nccqqv$ oder durch $4nccqqv$ ausgedrückt wird, wenn nemlich wie vorher n die Dichte der flüssigen Materie anzeigt, nach zwey Directionen auflösen, davon eine der Direction der Bewegung gerade entgegen gesetzt, die andere aber auf dieselbe perpendicular ist, so wird die erstere

$$= \frac{2}{4} nccq^3 v,$$

die letztere aber

$$= \frac{2}{4} nccqqv \sqrt{1 - qq}.$$

Durch jene wird die Geschwindigkeit des Körpers vermindert, durch diese aber, die Direction der Bewegung verändert. Wir wollen für die zwey Zahlen $\frac{2}{4}$ den Buchstaben μ setzen, welcher folglich, wenn die Körper keine Elasticität haben, durch 2, wenn aber eine vollkommene Elasticität vorhanden ist, durch 4 ausgedrückt wird, und P soll die Massam, oder das Gewicht des bewegten Körpers anzeigen. Hieraus ist nun klar, daß, indem der Körper durch $Mm = dx$ fortgeht, erstlich seine Geschwindigkeit Vv dergestalt vermindert werde, daß

$$dv = - \frac{\mu nccq^3 v dx}{P}.$$

Hernach wird auch inzwischen die Direction dergestalt verändert worden, daß der Körper nach der Krümmung eines Zirkelbogens fortgehen wird, wovon der Radius

$$= \frac{2P}{\mu nccqq \sqrt{1 - qq}}.$$

So bald aber der Körper seine Direction verändert, so wird auch die Schiefe, womit derselbe auf die Theilchen der flüssigen Materie stößt, verändert, und

bekömmt folglich der Sinus q einen andern Werth. Ueber dieses wird sich auch der Körper selbst umkehren, und also bald mit einem andern Theil seiner Oberfläche an die Theilchen der flüssigen Materie anstossen. Solchergehalt, da der Widerstand alle Augenblicke verändert wird, so wird der Körper daher auch eine sehr verwirrte Bewegung bekommen.

Aus dem Widerstand, welchen eine schief bewegte Fläche in einer flüssigen Materie leidet, kann nun der Widerstand eines jeglichen Körpers, was für eine Figur derselbe immer haben mag, berechnet werden. Allhier sind aber insonderheit die runden Körper, welche sich nach der Direction ihrer Axe bewegen, vor andern merkwürdig, weil in denselben nur allein die Geschwindigkeit vermindert wird, die Direction aber unverändert bleibt. Denn da ein solcher Körper rings herum gleich stark auf alle Seiten getrieben wird, so zernichten sich alle diese Kräfte unter einander, daß daher gar keine Wirkung in der Bewegung des Körpers entstehen kann.

Ein runder Körper entsteht nun, wenn eine beliebige Figur um eine Axe herum gedreht wird. Es sey dahero (Fig. 13) ADB die Figur, aus deren Herumdrehung um die Linie AB der Körper entsteht, dessen Widerstand wir hier untersuchen wollen, wenn sich derselbe nach der Direction seiner Axe BAE in einer flüssigen Materie bewegt. Man sieht also leicht, daß wenn die Figur ADB ein halber Zirkul ist, der daher entstehende Körper eine Kugel seyn werde. Wir wollen aber erstlich die Rechnung insgemein auf eine jegliche krumme Linie, welche für ADB angenommen werden kan, richten. Vor allen Dingen muß man nun denjenigen Theil des Umfangs, welcher auf die flüssige Materie stößt, von dem übrigen Theil wohl unterscheiden. Dieser Theil des Umfangs, auf welchen der Widerstand geschieht, entsteht aber aus dem Theil AMD der angenommenen krummen Linie, und erstreckt sich von A bis D , wo sich der Umfang rückwärts zu schwingen anfängt, das ist gemeinlich, wo die Tangens der Axe AB parallel wird. Man nehme nun nach Belieben eine Perpendicular-Linie MP auf die Axe AB , und setze $AP = x$, $PM = y$; ferner sey mp der vorigen MP unendlich nahe, und zugleich parallel, und ziehe Mn der Axe parallel, so wird

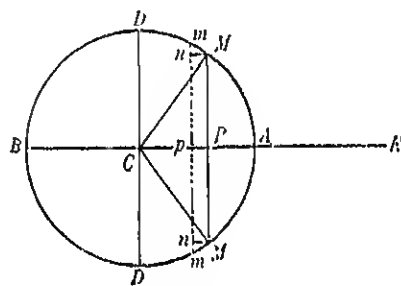


Fig. 13.

$$Pp = Mn = dx, \quad mn = dy \quad \text{und} \quad Mm = \sqrt{dx^2 + dy^2},$$

man setze aber Kürzerhalber

$$Mm = ds$$

Durch die Herumdrehung dieser Lamelle Mm um die Axe AB ein Ring, dessen äußere Fläche seyn wird

$$2\pi r ds,$$

wenn $1:r$ die Verhältniß andeutet zwischen dem Diameter eines Zirkels und seinem Umkreiß. Dieser Ring stoßt nun abenthoben auf die überflüssigen Materie gleich schief auf, nemlich unter einem Winkel = m/M Sinus folglich ist $\frac{dy}{ds}$, und Cosinus $\frac{dx}{ds}$. Wenn also die Gewicht des Körpers durch $4\pi r$, und die Dichte der äußeren Materie durch μ gedrückt wird: so ist der Widerstand der obgedachten Ringe, wenn nemlich $2\pi y ds$ für cc und $\frac{dy}{ds}$ für q setzt

$$= \mu n = 2\pi y ds \cdot \frac{dy}{ds} \cdot r = \frac{2\pi \mu n y q dy}{ds},$$

dessen Direction nach der Linie MC , so auf Mm perpendicular ist, ist. Hieraus erwächst also der Widerstand nach der Direction der

$$\frac{2\pi \mu n y q dy}{ds}$$

und das Integrirt hiervon

$$2\pi \mu n r \int \frac{y dy}{ds}$$

gibt den ganzen Widerstand, welchen der Theil der Umfangs, so der Bogen AM erzeugt wird, leidet: und wenn man des Punkt M vorrücket, so kommt der gesuchte Widerstand heraus, wodurch die des Körpers vermindert wird.

Um nun hieraus den Widerstand einer Kugel zu finden, so nur für die krumme Linie AMD den vierten Theil eines Zirkels, sey der Radius der Kugel $AC = CD = a$, so wird $CP = 1 - aa$

$$Mm = ds \cdot \frac{ady}{\sqrt{1 - aa}}$$

Folglich ist

$$ds^2 = \frac{aady^2}{aa - yy},$$

und der oben gefundene Widerstand wird

$$= 2\mu\pi nv \int ydy \frac{(aa - yy)}{aa} = 2\mu\pi nv \left(\frac{1}{2} yy - \frac{y^3}{3aa} \right).$$

Man setze nun, um den völligen Widerstand zu finden, $y = a$, so bekommt man

$$2\mu\pi nv \cdot \frac{1}{4} aa = \frac{1}{2} \mu\pi naav.$$

Nun aber drückt πaa den Inhalt eines grossen Zirkuls dieser Kugel, oder die Dicke derselben aus, für welchen wenn man setzt cc , so kommt der Widerstand

$$= \frac{1}{2} \mu nccv.$$

Wenn aber ein solcher Zirkul, oder ein gleich dicker Cylinder, sich seiner Länge nach in eben dieser flüssigen Materie bewegte, so würde sein Widerstand seyn

$$= \mu nccv;$$

woraus erhellet, daß der Widerstand einer Kugel nur halb so groß ist, als der Widerstand eines gleich dicken Cylinders, so sich mit einer gleichen Geschwindigkeit in eben derselben flüssigen Materie seiner Länge nach bewegt

DRITTE ANMERKUNG

Eine solche flüssige Materie aber, dergleichen wir hier betrachtet haben, findet sich nicht nur nicht in der Welt, sondern ist auch nicht einmal möglich: daher auch der Widerstand, welchen ein Körper in solchen flüssigen Materien, die in der Welt wirklich angetroffen werden, findet, anders beschaffen seyn muß, als in der vorigen Anmerkung gefunden worden. Wir wollen unsere Betrachtung hauptsächlich auf die Luft richten, als deren Widerstand allhier gesucht wird. Hierbey ist nun vor allen Dingen zu merken, daß die Luft nicht nur eine flüssige Materie ist, sondern sich auch

in einem zusammen gedrückten Zustand befindet, dergestalt, daß ein Körper, so mit Luft umgeben ist, rings herum von der Luft zusammen gedrückt wird; weil aber diese zusammendrückende Kraft allenthalben gleich groß ist, so wird der Körper davon nicht in Bewegung gesetzt, wie vorher stille gestanden. Wenn aber der Körper schon eine Bewegung hat, bildet derselbe nicht nur die vorige zusammendrückende Kraft, sondern noch über dieses der Kraft, welche aus dem Stoß desselben auf die Luft entsteht, ausgesetzt. Wenn zwar die vorigen Kräfte sich gleichgewicht halten, so kommt die Verminderung der Bewegung ganz auf die letztere an; welches geschieht, wenn die Bewegung des Körpers allzu schnell ist. Wenn sich aber der Körper sehr geschwind bewegt, wird die Luft um denselben in eine merkliche Bewegung gesetzt, und der Druck derselben ziemlich verändert, und rings um den Körper nicht mehr einerley ist. In diesem Fall wird also der Zustand des Körpers nicht nur von der widerstehenden Kraft der Luft, sondern auch von dem ungleichen Druck derselben, verändert. Insonderheit hat man hinten den Theil des Körpers zu sehen, welcher, so lange der Körper in Ruhe ist, von dem Druck der Luft so stark vorwärts, als der vordere Theil gedrückt wird. Wenn sich aber der Körper so geschwind bewegt, daß die Luft denselben nicht einmahl zu folgen vermögend ist, so kann an dem hintern Theil desselben gar kein Druck geschehen: dahero in diesem Fall der Druck von vornen nicht aufgehoben wird, und also den Widerstand merklich vermehret. Hieraus sieht man also leicht, daß wenn gleich die Geschwindigkeit des Körpers kleiner ist, der Druck von hinten dennoch seyn müsse, als von vornen: weswegen in diesem Fall die Bewegung des Körpers nicht nur von dem eigentlichen Widerstand, so von der Luft, die Theilchen der Luft herrühret, vermindert wird, sondern auch von dem Druck der Luft, welchen dieselbe auf das Vordertheil ausübet, und der derselbe von dem Gegen-Druck von hinten nicht im Gleichgewicht wird.

Hernach kommt bey der Luft noch ein besonderer Umstand vor, welcher sich bey dem Wasser und anderen Flüssigkeiten nicht ereignet. Dieser bestehet darinne, daß sich die Luft so wohl in einen kleineren Raum zusammen drücken, als in einen größeren ausdehnen, und dahero in Ansehung ihrer Dichte sehr verschieden seyn kann. Wenn sich also ein Körper sehr schnell durch die Luft beweget, und sich von ihr her weglöst, so ist klar, daß die Luft vor dem Körper in

reicher, hinter demselben aber etwas dünner seyn müsse; und um dieser Ursache willen findet der Körper von vornen so wohl einen stärkern Gegendruck, als auch einen stärkeren Widerstand: hingegen aber wird der Druck von hinten etwas schwächer. Da nun alle diese Umstände die Geschwindigkeit des Körpers vermindern, und um so viel beträchtlicher werden, je schneller sich der Körper beweget, so wird dadurch die Meynung des Verfassers auf das nachdrücklichste bekräftiget, daß der Widerstand der Luft auf sehr geschwinde Bewegungen weit grösser sey, als alle bisherigen Theorien anzeigen.

Aus diesem allem erhellet also, daß ein jeder Körper, so sich in der Luft beweget, einer doppelten Kraft ausgesetzt sey, wovon eine aus dem Stoß desselben gegen die Theilchen der Luft entspringet, und den eigentlichen Widerstand oder die Resistenz ansmachet; die andere Kraft aber kommt von dem ungleichen Druck der Luft auf den Körper her. Ob nun gleich diese beyden Kräfte zusammen in Bewegung gezogen werden müssen, wenn man die Bewegung des Körpers bestimmen will, so muß doch die Grösse einer jeden, da dieselben aus ganz verschiedenen Ursachen herrühren, ins besondere untersucht werden.

Wir wollen zu diesem Ende erstlich die erstere von diesen beiden Kräften betrachten, welche aus dem Stosse des Körpers auf die Theilchen der Luft entsteht. Aus diesem Grunde leidet der Körper in so fern einen Abgang an seiner Geschwindigkeit, als in den umliegenden Theilen der Luft eine Bewegung hervor gebracht werden muß: denn so viel Kraft zu dieser Bewegung in der Luft erfordert wird, eben so viel Kraft wirkt hinwiederum auf den Körper zurück. Hier sieht man nun leicht, daß dieser Widerstand der Luft kleiner seyn müsse, als in beiden Fällen der vorigen Anmerkung. Im letzteren Fall, da die Theilchen der flüssigen Materie zurück springen, war der Widerstand dem Gewicht eines Cylinders gleich, dessen Höhe $= 4v$, im erstern aber, da die Theilchen mit dem Körper einerley Geschwindigkeit bekommen, war der Widerstand gleich dem Gewichte eines Cylinders, dessen Höhe $= 2v$. Wenn aber ein Körper auf die Theilchen der Luft stößt, so springen dieselben weder von dem Körper zurück, noch werden dieselben vor dem Körper her getrieben; sondern sie weichen seitwärts aus, und erhalten keine merkliche Bewegung, wenn sich der Körper nicht sehr schnell bewegt. Weil also den Theilchen der Luft eine weit kleinere Bewegung mitgetheilt wird, als in den beyden vorher erklärten Fällen, so muß auch der Widerstand kleiner seyn, als ein Cylinder, dessen Höhe entweder $4v$, oder nur $2v$; und um dieser Ursache willen hat man angenommen, daß der Widerstand

der Luft, welchen eine Fläche $= cc$ leidet, so sich mit einer Geschwindigkeit $= \sqrt{v}$ perpendicular gegen die Luft bewegt, dem Gewicht einer gleich, deren Basis $= cc$, und deren Höhe $= v$. Man hat auch Erfahrung befunden, daß ein Körper in dem Wasser einen gleichem Widerstand leide, welcher durch das Gewicht einer Wasser-Säule deren Basis $= cc$, und deren Höhe $= v$ ausgedrückt werde: und da die Theilchen des Wassers und der darin bewegten Körper auf eine gleiche Art ausweichen, so hat man geschlossen, daß der Widerstand auf eine ähnliche Art in diesen beiden Materialien beschaffen sey.

Um dieses deutlicher darzuthun, so ist zu merken, daß der Widerstand welchen ein Körper, der mit einer gegebenen Geschwindigkeit sich in einer stillstehenden flüssigen Materie bewegt, antrifft, beständig derjenige ist, welcher gleich seyn müsse, welche eben derselbe Körper leiden würde, wenn er in der Materie stille stünde, hingegen aber die flüssige Materie mit einer gleichen Geschwindigkeit gegen denselben bewegt würde. Man stelle sich nun ein Gefäß mit Wasser vor, an dessen Boden ein Loch befindlich, welches mit einem Finger zugestopft wird. In diesem Fall wird der Finger von einer Kraft gehalten, welche dem Gewicht einer Wasser-Säule gleich ist, deren Basis $= cc$, und deren Höhe $= v$. Wenn man nun den Finger vor dem Loch etwas zurückzieht, und das Wasser darauf spritzen läßt, so scheint der Wahrheit gemäß, daß der Finger eine oben so grosse Kraft, als vorhin ausstehen würde, wenn das Wasser spritzt, aber mit einer solchen Geschwindigkeit heraus, welche der Höhe desselben in dem Gefäße ausgedrückt wird: und also ist die Kraft, welche auf den Finger heraus spritzenden Wassers gleich dem Gewicht einer Wasser-Säule, deren Basis gleich dem Loch, und deren Höhe mit der Höhe $= v$ ausgedrückt wird, einerley ist. Auf diese Weise wird also die vorher erwähnte Meynung bekräftiget, daß der Widerstand der Luft, als des Wassers, dem Gewicht eines Cylinders gleich, dessen Basis $= cc$, und dessen Höhe $= v$, wodurch die Geschwindigkeit ausgedrückt wird, gleich sey.

Um aber dieses aus den vorher fest gesetzten Gründen, nachzuweisen, daß der Widerstand derjenigen Kraft gleich seyn muß, welche zur Hervorbringung der in der flüssigen Materie entstehenden Bewegung erfordert wird, so wollen wir betrachten, daß ein Körper in CD (Fig. 1) still stehe, und die flüssige Materie auf denselben nach der Direction AD mit einer Geschwindigkeit $= \sqrt{v}$, oder welche durch den Fall aus der Höhe

langt wird, bewegt werde. Es ist nun erstlich klar, daß wenn alle Theile der flüssigen Materie ihre Bewegung ungehindert fortsetzen könnten, der Körper keine Kraft empfinden würde. Weil aber alle Theile der flüssigen Materie, so bald sich dieselben dem Körper nahen, genöthiget werden auszuweichen, und so wohl ihre Geschwindigkeit, als ihre Richtung zu verändern, so muß der Körper eine eben so große Kraft empfinden, als zu dieser Veränderung so wohl in der Geschwindigkeit, als der Richtung der Theilchen, erfordert wird. Wir wollen setzen, daß die flüssige Materie, welche bey Aa mit ihrer Geschwindigkeit $= \sqrt{b}$ gegen den Körper bewegt wird, genöthiget werde, seitwärts nach $AaMm$

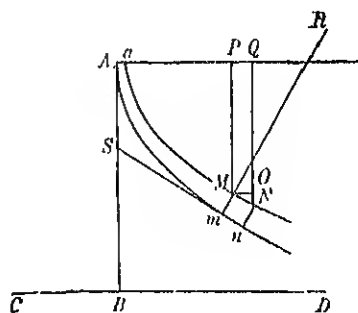


Fig. 14

anzuweichen, und wir wollen uns zu diesem Ende einbilden, als wenn dieselbe durch den krummen Canal $AaMm$ fortgieng. In diesem Zustande wird nun nicht nur die Direction derselben beständig verändert, sondern nachdem dieser Canal weiter oder enger wird, so wird auch die Geschwindigkeit grösser oder kleiner. Es sey die erste Weite $Aa = a$, welche als unendlich klein angesehen werden muß, indem man sich für eine jede Reihe einen besonderen Canal vorstellen kann. Ferner sey die Weite $Mm = z$; und die Geschwindigkeit der flüssigen Materie bey Mm sey $= \sqrt{v}$. Da sich nun die Geschwindigkeiten einer durch einen Canal bewegten flüssigen Materie umgekehrt verhalten, wie die Weite des Canals, so ist

$$a : z = \sqrt{v} : \sqrt{b};$$

und folglich

$$z \sqrt{v} = a \sqrt{b}.$$

Man ziehe eine Axe AP perpendicular auf AB , und nenne die Coordinaten $AP = x$, $PM = y$; hernach werde QN mit PM parallel und unendlich nah gezogen; so wird

$$PQ = MO = dx, \quad ON = dy, \quad MN = \sqrt{(dx^2 + dy^2)},$$

und das Theilchen der flüssigen Materie $MNnm$ durch

$$z \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

ausgedrückt werden. Man setze ferner

so wird

$$dy = p dx,$$

$$MN = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \sqrt{1 + pp},$$

und wenn R für das Centrum der Krümmung des Canals in MN angenommen wird, so bekommt man

$$MR = \frac{-dx(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}.$$

Um nun den Lauf dieses Theilchens $MNnm$ nach dieser Krümmung zu lenken, dazu wird eine Kraft nach der Direction MR erfordert, welche sich hält zum Gewicht desselben Theilchens, wie

$$2v \text{ zu } \frac{-dx(1 + pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}.$$

Wenn also das Gewicht dieses Theilchens durch seine Grösse $zdx\sqrt{1 + pp}$ ausgedrückt wird, so ist die Kraft [nach] MR

$$= \frac{-2vzdp}{1 + pp}.$$

Ferner wenn die Weite des Canals in Mm grösser wird, so nimmt die Geschwindigkeit ab. Hierzu wird eine Kraft nach der Direction mS , welche den Canal in m berührt, erfordert, und wenn diese Kraft $= T$ gesetzt wird, so bekommt man

$$zdx\sqrt{1 + pp} \cdot dv = -Tdx\sqrt{1 + pp} \quad \text{oder} \quad T = -zdv.$$

Diese zwey Kräfte MR und mS werden also zu Veränderung des Laufs der flüssigen Materie durch den Canal $AaMm$ in einem jeglichen Punkt M erfordert. Dahero, um die sämtliche Kraft zu bekommen, so wollen wir die beyden Kräfte nach den beständigen Directionen BA und AP auflösen. Die erstere Kraft MR , welche war

$$= \frac{-2vzdp}{1 + pp},$$

giebt nach der Direction BA diese Kraft

$$= \frac{-2vzdp}{(1 + pp)\sqrt{1 + pp}},$$

nach der Direction AP aber diese

$$= - \frac{2vzpdv}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}}$$

Die andere Kraft mS , welche war

$$= -zdv,$$

giebt nach der Direction BA diese Kraft

$$= \frac{zpdv}{\sqrt{(1+pp)}},$$

nach der Direction AP aber diese

$$= \frac{zdv}{\sqrt{(1+pp)}}$$

Für das Theilchen MNm wird also nach der Direction BA diese Kraft

$$= \frac{2vzdp}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} - \frac{zpdv}{\sqrt{(1+pp)}},$$

nach der Direction AP aber diese

$$= \frac{2vzpdv}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} + \frac{zdv}{\sqrt{(1+pp)}}$$

erfordert. Es ist aber, wie wir vorher gewiesen,

$$z = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{r}},$$

und folglich ist die aus der Bewegung des Theilchens MNm entstandene Kraft nach der Direction BA

$$= - \frac{2adp\sqrt{br}}{(1+pp)\sqrt{(1+pp)}} - \frac{apdv\sqrt{b}}{\sqrt{v(1+pp)}}.$$

Hiervon ist das Integrale

$$= - \frac{2ap\sqrt{bv}}{\sqrt{(1+pp)}} + C;$$

und giebt die Kraft nach der Direction AB $2ab$ an, woraus die Bewegung aller flüssigen Materie, wenn der Körper CD durch AB hindurchgeführt wird, wenn nur die Quantität m der flüssigen Materie, welche diese Quantität recht zu bestimmen, wenn man ab mit m multiplicirt genommen wird, in welchem Fall $2ab$ die wirkliche Kraft ist, die ganze Kraft verschwinden mit ab , man erhält $2ab$ m und folglich $C = 2ab$. Dahero wird die Kraft, welche auf Grund AA/AM erhaltenen flüssigen Materie m wirkt, $2abm$ erfordert, welche ist

$$2ab = \frac{2\pi r^2 L^2}{(1 + r^2)} = 2ab \left(1 - \frac{r^2}{1 + r^2} \right)$$

Es deutet aber $\frac{r^2}{1 + r^2}$ den Cosinus des Winkels mSB an, wenn der Radius durch 1 ausgedrückt wird, die obige Kraft

$$2ab \left(1 - \frac{r^2}{1 + r^2} \right) = 2ab \cos mSB$$

und mit eben dieser Kraft wird der Körper CD durch AB hindurchgeführt. Es bedeutet aber $2ab$ die Kraft, welche auf einen Körper wirkt, dessen Basis ist $AA = a$, und der von AB durchdrungen wird, womit die flüssige Materie gegen den Körper CD wirkt, womit der Körper gegen die flüssige Materie m wirkt, und folglich der Widerstand, besteht also theilhaft aus $2ab$, welcher die flüssige Materie entgegen abgelenkt, und theilhaft aus der Geschwindigkeit, welche dieselbe nach dem Stoß behält.

Hieraus erhellt, daß wenn die flüssige Materie, wenn sie abweichen, bis auf einen rechten Winkel von ihrer Richtung abgelenkt wird, dergestalt, daß der Winkel $mSB = 90^\circ$ wird, so wird die gefundene Kraft $= 2ab$; und wenn die ab bei allen Flüssen der Körper CD im Wege steht, gesucht, so kommt der Widerstand heraus, welchen wir in der vorigen Auseinandersetzung gefunden haben. Eben dieses geschieht auch, wenn die flüssige Materie ihre Bewegung durch den Stoß verliert, so daß aber die ab nicht dem Stoß nach der vorigen Direction mit gleicher $2ab$ m C $2ab$ m prellen, so wird der Winkel $mSB = 180^\circ$, und $1 + \frac{r^2}{1 + r^2} = 2$ gefunden worden.

Wenn man also wissen könnte, auf was Art ein jeglicher Strahl der flüssigen Materie Aa , welcher gegen den Körper CD fährt, sowohl in Ansehung der Geschwindigkeit, als der Direction, dem Körper ausweiche, so könnte man auch hieraus die Kraft bestimmen, welche auf den Körper wirkt. Man hat aber zu diesem Ende nicht nöthig, die Weite und die Krümmung des Canals $AaMm$, in welchem sich der Strahl Aa gegen den Körper zu bewegen gesetzt worden, allenthalben zu wissen; sondern es ist genug, wenn diese Sachen in dem letzten Punkt des Canals bekannt sind: indem die aus dem Stück $AaMm$ entstehende Kraft nach der Direction AB durch diese Formel

$$2ab \left(1 - \frac{Vv}{Vb} \cos. mSB \right),$$

oder da

$$\frac{Vv}{Vb} = \frac{a}{z},$$

durch diese

$$2ab \left(1 - \frac{a}{z} \cos. mSB \right)$$

ausgedruckt wird, allwo z die Weite des Canals im letzten Punkt M andeutet, und der Winkel mSB durch die Lage des letzten Stückleins MNm bestimmt wird. Hier kommt es also nur darauf an, wo das Ende des Canals angenommen werden soll. Geht man so weit, biß die flüssige Materie um den Körper völlig vorbeý gelassen, und ihren vorigen Lauf wiederum erlangt hat, so wird $z = a$, und der Winkel mSB verschwindet, daher der Cosinus desselben $= 1$ wird. In diesem Fall würde also die auf den Körper nach der Direction AB wirkende Kraft

$$= 2ab(1 - 1) = 0,$$

und der Körper little gar keinen Widerstand; woraus erhellet, daß man für Wasser und Luft nicht denjenigen Punkt des Canals, wo die Bewegung hinter dem Körper mit der ersten wiederum völlig übereinkommt, für den letzten annehmen könne. Um nun hiervon die Ursache zu untersuchen, so dürfen wir nur den Ursprung dieser Kraft, welche auf den Körper wirkt, genauer betrachten. Wenn wir nur auf den Theil des Canals $AaMm$ Acht haben, so ist die Kraft, welche daraus auf den Körper nach der Direction AB entspringet,

$$= 2ab \left(1 - \frac{a}{z} \cos. mSB \right),$$

und diese wird folglich immer grösser, so lang der Winkel MSB wird, je weiter man von dem Anfang Aa fortgeht. Das ist, wenn dieser Canal von dem Körper abwärts krümmt, so lange nicht eine entgegengesetzte Kraft, welche den Körper nach der Direction AB fortstößt, entsteht. Wenn aber dieser Canal, wie in Fig. 15, seine Krümmung umso

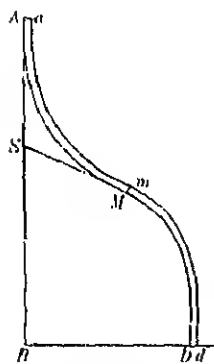


Fig. 15.

von M bis D gegen den Körper zu wendet, so wird der Winkel MSB immer ab, und die Kraft wiederum vermindert; dergestalt, dass der Canal in Dd mit Aa parallel läuft, und die Kraft gleich weit ist, die ganze Kraft zornichtet. Wenn nun der Canal eine solche Figur hat, so muss man denselben nach seinen beyden Theilen AM und MD gesondert betrachten, wovon jener AM seinen Druck von dem Körper BD abwärts, dieser aber seinen von dem Körper zugekehrt hat. Aus dem ersten Theile entsteht eine Kraft, welche den Körper nach

der Direction AB fortstößt, und durch $2ab\left(1 - \frac{a}{z} \cos. MSB\right)$ ausgedrückt wird. Aus dem andern Theil DM aber entsteht eine Kraft, welche den Körper gegen BD drückt, und von welcher der Körper nach der Direction BA zu bewegen sollte. Da nun kein Körper anders, als durch einen Widerstand in Bewegung gesetzt werden kann, so kann auch diese letztere Kraft so ferne auf den Körper wirken, als der Druck der flüssigen Materie hinten stark genug ist, den Körper vorwärts zu stoßen. Da nun das Wasser der Druck von vornen nicht nur dem Druck von hinten, sondern noch gemeiniglich grösser ist, so sieht man wohl, daß der Theil des Canals MD entstehende Kraft auf den Körper gar keine, wenigstens nur eine sehr geringe Wirkung haben könne. Und auch aus dem ganzen Canal AMD entstehende Kraft, welche auf den Körper der That wirkt, boynabe derjenigen gleich seyn, welche aus dem ersten entspringt, und folglich durch $2ab\left(1 - \frac{a}{z} \cos. MSB\right)$ ausgedrückt wird. Siehet aber hieraus auch zugleich, daß wenn eine flüssige Materie geschaffen wäre, daß die aus dem Theil MD entstehende und der Körper rück ziehende Kraft, ihre völlige Wirkung ausüben könnte, daß der dem Anstosso einer solchen flüssigen Materie ganz und gar kein Widerstand stehen, und folglich auch keinen Widerstand in derselben annehmen. Dieser Fall könnte Platz finden, wenn die flüssige Materie unendlich und zugleich von einer unendlichen Kraft zusammen gedrückt

leicht ist die subtile Himmels-Materie, in welcher sich die Planeten und Cometen bewegen, von einer solchen Eigenschaft, und daher dieses die Ursache, daß man in diesen Körpern keinen Abgang in ihrer Bewegung verspüren kann. Daß aber diese Eigenschaft in der Luft, dem Wasser und andern bekannten flüssigen Materien, nicht stattfindet, bezogenet der sehr beträchtliche Widerstand derselben: und da dieselben wegen ihrer gegen den Körper gewandten Krümmung MD denselben an sich zu ziehen nicht vermögend sind, so übet die aus der wiederwärtigen Krümmung AM entstehende Kraft ihre völlige Wirkung aus, und eben daher entspringt auch der grosse Widerstand derselben.

Um nun von der Grösse dieses Widerstands gründlicher urtheilen zu können, so wollen wir einen Cylinder betrachten, auf welchen eine solche flüssige Materie mit einer gegebenen Geschwindigkeit fliesset. Es sey daher (Fig. 16) $OPaQ$ die Hälfte dieses Cylinders, und AOQ die Axe desselben; weil, was von einer Hälfte gesagt wird, zugleich auch von der andern gilt. Man stelle sich diesen Cylinder in einem Canal eingeschlossen vor, dessen halbe Weite durch AH angedeutet wird, und durch diesen Canal soll Luft oder Wasser mit einer gegebenen Geschwindigkeit gegen den Körper zufließen. Man zertheile in Gedanken diese zufließende Materie in unendlich viel kleine Strahlen AB , BC , CD , DE etc. und erwege, was ein jeglicher derselben für einen Weg um den Körper nehmen werde; so wird man leicht sehen, daß sich dieselben umgekehrt, wie die Figur anzeigt, krümmen müssen. Ferner bemerke man in denselben die Punkte a , b , c , d , e , f etc., wo sich dieselben wiederum gegen den Körper zu krümmen anfangen, und berechne die Kräfte nach der Direction AO , welche aus der Krümmung dieser Strahlen, bis zu den Punkten a , b , c , d , e etc. entspringen; so werden alle diese Kräfte zusammen genommen, den Widerstand geben. Man sieht aber leicht, daß sich der erste Strahl $ABab$ bis auf einen rechten Winkel bengen müsse, und daher wird der daraus entstehende Widerstand seyn $= 2ab$, wenn nemlich a die Dicke des Strahls AB , und b die Höhe, woraus die Geschwindigkeit desselben erzeugt wird, andeutet. Der folgende Strahl $BCbc$ leidet schon keine so grosse Biegung, und folglich entsteht daraus eine kleinere Kraft; und solchergestalt werden die aus den nachfolgenden Strahlen

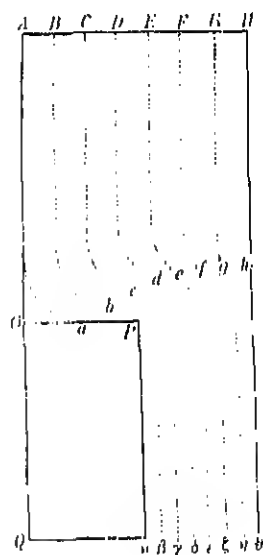


Fig. 16.

CD, DE, EF etc. entstehenden Kräfte immer kleiner, und zuletzt gar nicht mehr merklich. Worans erhellet, daß der sämtliche Widerstand weit kleiner seyn müsse, als das Gewicht eines Cylinders flüssiger Materie, dessen Weite mit dem Körper einerley, und dessen Höhe der doppelten Höhe *b*, wodurch die Geschwindigkeit ausgedruckt wird, gleich ist.

Was hier von einem Cylinder, oder einem solchen Körper, dessen Vorder-Theil flach ist, und gerade auf die flüssige Materie stößt, gesagt worden, läßt sich leicht auch auf andere Figuren ziehen. Man sieht aber alsobald, daß wenn der Vorder-Theil des Körpers nicht flach, sondern entweder erhaben, oder gar zugespitzt ist, der Widerstand kleiner seyn müsse, als in dem vorigen Fall. Denn da wird nicht einmahl der erste Strahl *AB* his auf einen rechten Winkel gebogen, und die Beugung der folgenden wird noch geringer, als vorher. Daher wir in diesem Stück dem Autori nicht beypflichten können, wenn er sagt, daß in solchen zusammen gedrückten flüssigen Materien der Widerstand nicht von der Figur des Körpers, sondern nur von der Dicks desselben, abhange. Um dieser Ursache willen, ist es sehr wahrscheinlich, daß der Widerstand, welchen Körper von verschiedenen Figuren auch in zusammen gedrückten flüssigen Materien leiden, nach oben der Regel, welche vorher ist gegeben worden, bestimmt werden könne: und daß der Unterscheid nur darinne bestehe, daß in dem gegenwärtigen Fall der Widerstand viel kleiner sey, als in dem vorigen. Man hat auch Ursache zu vermuten, daß der Widerstand einer Kugel in diesem Fall nur halb so groß sey, als eines gleich dicken Cylinders. Man ist aber im Stande, die meisten über den Widerstand sowohl der Luft, als des Wassers, angestellten Experimente zu erklären, wenn man annimmt, daß der Widerstand eines Cylinders, so sich seiner Länge nach bewege, gleich sey dem Gewicht eines gleich dicken und aus der flüssigen Materie bestehenden Cylinders, dessen Höhe gleich ist derjenigen, wodurch die Geschwindigkeit ausgedruckt wird.

VIERTE ANMERKUNG

Dieses muß aber nur von demjenigen Theil des Widerstandes verstanden werden, welcher aus dem wirklichen Anstoß des Körpers an die Theilchen der flüssigen Materie entspringt, und von welchem bisher allein die Rede gewesen. Es kann aber, wie schon bemerkt worden, dieser Widerstand noch durch einen besondern Zufall vermehret werden, wenn nemlich der Körper

von vorne stärker von der flüssigen Materie gedrückt wird, als von hinten. So lange aber der Druck rings um den Körper herum gleich groß ist, wie bey allen nicht allzuschleunigen Bewegungen geschieht, so leidet der Körper keinen andern Widerstand, als welcher von dem wirklichen Stoß des Körpers gegen die Theilchen der flüssigen Materie entstehet, und vorher bestimmt worden ist. Wenn sich aber der Körper zum Exempel in der Luft so geschwind bewegt, daß dieselbe nicht vermögend ist zu folgen, und die von dem Körper verlassenen Plätze gleich wieder einzunehmen, so wird der Körper von hinten gantz und gar nicht gedrückt, und folglich der Druck von vorne dadurch nicht aufgehoben; dahero denn der vorige Widerstand noch mit dem Druck von vorne vermehret werden muß.

Es kömmt also hier darauf an, wie geschwind die Luft einem Körper nachfolgen könne, oder mit was für einem Grad der Geschwindigkeit die Luft in einen Luft-leeren Raum hineindringe. Diese Geschwindigkeit beruht auf der Elasticität der Luft, welche wir oben durch das Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe = 29100 Rheinländische Schuh, ausgedrückt haben; folglich dringt die Luft in einen Luft-leeren Raum mit einer Geschwindigkeit, welche ein fallender Körper aus der Höhe von 29100 Schuhen erlangt, und also in einer Secunde 1348 Schuh beträgt. Wenn sich dahero ein Cylinder seiner Länge nach mit einer Geschwindigkeit von 1348 Schuhen in einer Secunde bewegt, so kann demselben die Luft just nachfolgen, daß kein Raum hinter demselben ledig gelassen wird. In diesem Fall übet aber die Luft von hinten auf den Cylinder gar keinen Druck aus. Da nun derselbe von vorne erstlich den Widerstand, welcher dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule, deren Höhe = 29100, als wodurch die Geschwindigkeit desselben ausgedrückt wird, gleich ist, und noch ausser dem den Gegendruck der Atmosphäre, welcher eben so groß ist, zu überwinden hat, so ist die sämtliche Resistenz zweymahl so groß, als der Widerstand allein, welcher aus dem Ausstoß dieses Körpers an die Lufttheilchen entstehet. Sollte sich aber der Cylinder mit einer noch grössern Geschwindigkeit bewegen, so würde derselbe von hinten nicht nur gleichfalls keinen Druck empfinden, sondern es würde so gar immer hinter demselben ein Luft-leerer Raum bleiben. Wenn man also die obige Höhe von 29100 Schuhen, wodurch die Geschwindigkeit der nachfolgenden Luft ausgedrückt wird, durch h , und die Höhe der wirklichen Geschwindigkeit des Cylinders durch v andeutet, dergestalt daß v grösser ist als h , so ist der Widerstand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich, deren Höhe = v , wie vorher angezeigt worden; der Gegendruck aber ist einer Luft-

Säule gleich, deren Höhe $= h$. Da nun dieser Cylinder von hinten Druck empfindet, so ist der völlige Widerstand gleich einer Luft-Höhe $= h + v$; dahingegen, wenn dieser Körper von vorne mit gleich stark gedrückt würde, der Widerstand nur durch die Luft gedrückt werden würde. Dahero in diesem Fall, wie der Auto-

Wenn aber die Geschwindigkeit des Cylinders kleiner ist, als die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft nachzufolgen vermögend ist, das ist, als h , so wird derselbe von hinten noch einen Druck empfinden, so viel grösser seyn wird, je kleiner die Höhe v ist, als h . Um zu finden, so kann man die Geschwindigkeit betrachten, mit welcher folgende Luft den Körper einhohlet, und welche gleich ist der Geschwindigkeit zwischen der Geschwindigkeit der Luft \sqrt{h} , und des Körpers \sqrt{v} , eben so viel, als wenn die Luft von hinten auf den Körper mit der Geschwindigkeit

$$\sqrt{h} - \sqrt{v}$$

stiesse: und da die Höhe, aus welcher diese Geschwindigkeit hervorgeht, ist $= h - 2\sqrt{hv} + v$, so scheint auch der Druck von hinten einer Luft-Säule gleich zu seyn, deren Höhe

$$= h - 2\sqrt{hv} + v.$$

Von vorne wird aber dieser Körper, wie vorher zurück getrieben, durch die Kraft, welche dem Gewicht einer Luft-Säule, deren Höhe $= h$, entspricht. Wenn wir also hiervon die fortreibende Kraft, welche der Körper empfindet, abziehen, so bleibt für den Widerstand das Gewicht einer Luft-Säule übrig, deren Höhe $= 2\sqrt{hv}$. Wenn also dieser Schluß richtig wäre, der Widerstand nicht, wie wir vorher gefunden haben, proportional der Geschwindigkeit des Körpers, sondern nur der Geschwindigkeit proportional seyn; so lange nemlich der Körper mit einer Geschwindigkeit fortgeht, als die Luft zu folgen vermögend ist. Dieses Schlusses aber beruhet darauf, daß die Stärke des Druckes proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit, womit die Theilchen der Luft aneinander stossen, proportional sey, wenn man annimmt, daß sich die Theilchen mit der Geschwindigkeit bewegen, welche sie erlangen würden.

1) Im Original fehlt der Faktor 2.

in einen leeren Raum hineindringen. Denn da der Druck der Luft auf einen Körper eben so stark ist, als wenn dieselbe mit einer so grossen Geschwindigkeit, als aus dem Druck entstehen kann, auf den Körper stiesse, so scheint das obige Raisonnement nicht ungegründet zu seyn.

Zum wenigsten, da die Natur der flüssigen Materien noch nicht so vollkommen bekannt ist, daß man darinn ohne Versuche bloß allein aus der Theorie alle Umstände bestimmen könnte, so wird es nicht undienlich seyn, diesen Begriff von der Wirkung der Luft und anderer flüssigen Materien auf harte Körper weiter auszuführen, ungeachtet derselbe, wie bald gezeigt werden soll, mit der Erfahrung unmöglich bestehen kann. Auf diese Art wird aber auch der Druck von vorne auf einen Cylinder, welcher sich seiner Länge nach mit einer Geschwindigkeit \sqrt{v} in der Luft bewegt, anders heraus kommen, als vorher. Denn wenn wir setzen, daß sich die Luft statt des Drucks mit einer Geschwindigkeit, so dem Druck gemäß ist, nemlich mit \sqrt{h} gegen den Cylinder bewege, so ist die relative Geschwindigkeit, womit der Cylinder von vorne auf die Theilchen der Luft stößt,

$$= \sqrt{h} + \sqrt{v},$$

und die Höhe, woraus diese Geschwindigkeit orzenget wird, $= h + 2\sqrt{hv} + v$. Also wird der Druck von vorne dem Gewicht einer Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe

$$= h + 2\sqrt{hv} + v.$$

Wenn nun die Geschwindigkeit des Cylinders grösser ist, als die Geschwindigkeit der nachfolgenden Luft, das ist, wenn $v > h$, so leidet der Körper von hinten gar keinen Druck, und folglich wird der Widerstand dem Gewicht einer Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe $= h + 2\sqrt{hv} + v$. Wenn aber die Geschwindigkeit des Cylinders \sqrt{v} kleiner ist, als \sqrt{h} , so ist der Druck von hinten, wie wir gesehen, $= h - 2\sqrt{hv} + v$, welcher von dem vorigen Druck abgezogen den Widerstand giebt $= 4\sqrt{hv}$, also daß in diesem Fall der Widerstand der Geschwindigkeit des Körpers \sqrt{v} selbst proportional seyn würde. Man siehet auch hieraus, daß der Widerstand um so viel grösser seyn müsse, je stärker die flüssige Materie zusammen gedruckt ist. Dahero wenn der Widerstand des Wassers solchergestalt beschaffen wäre, so würde der Widerstand eben desselben Cylinders, wenn derselbe mit einerley Geschwindigkeit in verschiedenen Tiefen unter dem Wasser bewegt würde, um so viel grösser seyn, je tiefer der Cylinder unter das Wasser getaucht würde. Der Widerstand würde nemlich

nach den Quadrat-Wurzeln der Tiefe unter dem Wasser zunimmt, daß in einer viermahl grössern Tiefe der Widerstand zweymahl grösser seyn würde. Also würde ein Fisch, welcher 40 Schuh tief unter dem Wasser schwimmt, eine zweymahl grössere Resistenz antreffen, als wenn sich nur 10 Schuh tief mit eben derselben Geschwindigkeit unter Wasser bewegte; wofern nur seine Geschwindigkeit kleiner wäre, als die eines fallenden Körpers aus der Höhe von 10 Schuhen erlangt. Es ist zu wünschen, daß man sich die Mühe gäbe, dergleichen Widerstand der Körper in verschiedenen Tiefen unter Wasser anzustellen.

Diese Art des Widerstandes verändert sich auch nach der Form setzen, wenn die Figur des Körpers nicht cylindrisch ist; und es ist nicht allein auf den Vordertheil des Körpers, welcher die Theilchen der flüssigen Materie stößt, an, sondern die Seiten theils muß dabey auch insonderheit in Betrachtung gezogen werden. wollen also, um die Beschaffenheit dieses Widerstandes genauer zu untersuchen, einen runden Körper betrachten, welcher durch die Herumdrehung um die Linie $AMSB$ um die Axe AB (Fig. 17) entsteht, und w

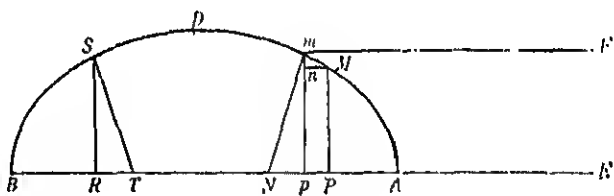


Fig. 17.

der Direction der Axe AB , in der Luft, oder einer andern zusammenhängenden flüssigen Materie, bewegen soll. Es sey also \sqrt{b} die Geschwindigkeit, mit welcher dieser Körper anjetzo nach der Direction AE fortgeht, und \sqrt{h} die Geschwindigkeit, mit welcher die flüssige Materie in einen leeren Raum eindringen würde, und welche wir nach diesem Begriff von dem Druck an statt des wirklichen Drucks betrachten. Weil nun dieser Körper allenthalben perpendicular ist, so ziehe man auf das Perpendicular-Linie mN , so wird dasselbe nach dieser Direction gedrückt werden, als wenn die Luft auf dasselbe gerade mit einer Geschwindigkeit $= \sqrt{h}$ stiesse. Da aber ferner der Körper nach der Direction AE mit der Geschwindigkeit $= \sqrt{b}$ fortzugehen gesetzt wird, und der Druck

fals auf Mm perpendicular ist, so muß dieselbe Geschwindigkeit nach dieser Perpendicular-Direction aufgelöset werden, da denn für dieselbe heraus kommt

$$\frac{mn}{Mm} \sqrt{b};$$

wenn man nämlich aus M und m auf die Axo AB die Perpendicular-Linien MP , mp und Mn der Axo parallel zieht. Es sey nun $AP = x$, $PM = y$, so wird

$$Pp = Mn = dx, \quad mn = dy \quad \text{und} \quad Mm = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}.$$

Man setze

$$dy = p dx,$$

so wird $Mm = dx \sqrt{(1 + pp)}$ und

$$\frac{mn}{Mm} \sqrt{b} = \frac{p \sqrt{b}}{\sqrt{(1 + pp)}}.$$

Dahero leidet das Element Mm theils von dem Druck, theils von dem Stoß eben die Kraft, als wenn die Luft nach der Direction mN mit einer Geschwindigkeit

$$= \sqrt{h} + \frac{p \sqrt{b}}{\sqrt{(1 + pp)}}$$

auf dasselbe stiesse: und folglich, als wenn auf dasselbe eine Luft-Säule, deren Höhe

$$= h + \frac{2p \sqrt{bh}}{\sqrt{(1 + pp)}} + \frac{b pp}{1 + pp},$$

druckte. Weil aber die Direction dieser Kraft nach mN gehet, so muß daran derjenige Theil genommen werden, welcher mit der Bewegung des Körpers einerley Direction hat, und dieser wird

$$= \frac{p}{\sqrt{(1 + pp)}} \left(h + \frac{2p \sqrt{bh}}{\sqrt{(1 + pp)}} + \frac{b pp}{1 + pp} \right).$$

Da nun der ganze Ring, welcher aus dem Element $Mm = dx \sqrt{(1 + pp)}$ durch die Hornmdrehung um die Axo AB entsteht, eben diese Gewalt leidet, die Oberfläche dieses Rings aber ist

$$= 2\pi y dx \sqrt{(1 + pp)},$$

wenn man $1:\pi$ für die Verhältniß des Diameters zur Peripherie wird die aus dem Ring entstehende Kraft, wodurch die Bewegung vermindert wird, seyn

$$= 2\pi y p dx \left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{1+pp}} + \frac{bpp}{1+pp} \right).$$

Und hiervon das Integrale genommen, wird die Grösse des Widerstandes, welcher aus dem Stück AM um die Ase gedreht, entspringet, auch also den ganzen Widerstand zu finden, so muß man dasselbe auf den ganzen Körper ausdehnen, wofern nemlich die Luft auf den Körper wirket, welches geschieht, wenn die Geschwindigkeit des Körpers kleiner ist, als \sqrt{h} . Es ist aber hierbey zu merken, daß der Widerstand im dachten Integralis, von A an weiter zu gehen, so lange zunimmt, als die Applicata y wachsen, welches bis in D geschieht. Wenn man weiter gegen B fortgehet, weil alsdenn der Buchstabe $p = \frac{dy}{dx}$ negativ wird, so wird die vorige Kraft des Widerstands dadurch vermindert, und in den Gegenden der Körper von dem Druck der Luft vorwärts gestossen. In diesem Fall bekömmt also auch in der Expression

$$h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{1+pp}} + \frac{bpp}{1+pp}$$

das andere Glied

$$\frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{1+pp}}$$

das Zeichen $-$. Wenn daher $b < h$, so bekömmt man den ganzen Widerstand, wenn man das obige Integrale

$$2\pi \int y p dx \left(h + \frac{2p\sqrt{bh}}{\sqrt{1+pp}} + \frac{bpp}{1+pp} \right)$$

auf die ganze krumme Linie ADB ausdehnet.

Wenn aber die Geschwindigkeit des Körpers \sqrt{b} grösser ist, als \sqrt{h} , so kann folglich die Luft von hinten nicht gänzlich nachfolgen kann, so findet man hinten ein Theil BS , auf welchen die Luft gar nicht drucket. Um den Widerstand zu finden, so darf man nur das Punkt S suchen, wo der Druck der Luft endlich anföhret, welches geschieht, wenn

$$\sqrt{h} + \frac{p\sqrt{b}}{\sqrt{1+pp}} = 0;$$

das ist, wenn man in S die Perpendicular-Linie ST auf die krumme Linie zieht, weil alsdenn ist

$$\frac{RT}{ST} = \frac{-p}{\sqrt{(1+pp)}},$$

so muß das Punkt S gefunden werden, wo

$$\sqrt{h} = \frac{RT}{ST} \sqrt{b}, \quad \text{oder wo} \quad \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}} = \frac{RT}{ST}.$$

Hat man nun dieses Punkt S gefunden, so muß das obige Integrale nicht weiter, als bis dahin genommen werden. Hieraus erhellet, daß wenn die krumme Linie bey B dergestalt zugespitzt ist, daß bis in B der Bruch $\frac{RT}{ST}$ beständig grösser ist, als $\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}}$, alsdenn das Integrale auch durch die ganze krumme Linie genommen werden müsse. Weil nun der Widerstand durch den Druck, so von hinten geschieht, vermindert wird, so sieht man leicht, daß je mehr der Körper von hinten zugespitzt ist, der Widerstand um so viel kleiner werde, wenn nemlich $\sqrt{b} > \sqrt{h}$. Verschiedene Autores wollen diesen Umstand wirklich durch die Erfahrung wahrgenommen haben, und behaupten, daß der Widerstand eines Schiffs nicht allein auf der Figur des Vordertheils beruhe, sondern daß die Figur des Hintertheils, wenn dasselbe wohl zugespitzt wird, sehr viel zur Verminderung der Resistenz beytrage. Ob nun gleich hierüber keine Experimente mit allem Fleiß angestellt worden, so würde doch diese neue Lehre von dem Widerstande der flüssigen Materien dadurch nicht wenig bekräftiget werden, wenn dieser Umstand nur einiger massen richtig wäre.

Wir wollen inzwischen nach der obigen Regel den Widerstand, welchen eine Kugel in der Luft antrifft, ausrechnen. Es sey also der Diameter der Kugel $AB = 2a$, so wird

$$yy = 2ax - xx \quad \text{und} \quad Mm = \frac{ady}{\sqrt{(aa-yy)}}.$$

Weil nun $pdx = dy$, so ist

$$\frac{p}{\sqrt{(1+pp)}} = \frac{\sqrt{(aa-yy)}}{a},$$

und die Integral-Formel wird

$$a \int y dy \left(h + \frac{2\sqrt{bh(aa-yy)}}{a} + \frac{b(aa-yy)}{aa} \right),$$

wovon das Integrale gefunden wird:

$$\pi h y y - \frac{4\pi(aa-yy)}{3a} \sqrt{bh(aa-yy)} + \frac{4\pi aa \sqrt{bh}}{3} + \pi b y y - \frac{\pi}{2}$$

Wenn nun $b < h$, so muß man dieses Integrale biß auf B ausdehnen, und setzen $y = 0$, wobey zu merken, daß wenn die Abscissa a der Radius a genommen wird, die Expression $\sqrt{aa-yy}$ das 2. komme. Dergehalben wenn man das Zeichen des andern Glieds $y = 0$ setzt, so kömmt der Widerstand

$$= \frac{8}{3} \pi aa \sqrt{bh}.$$

Es ist aber πaa die Fläche eines grossen Zirkels dieser Kugel, also diese Fläche durch cc andeutet, so wird der Widerstand

$$= \frac{8}{3} cc \sqrt{bh}.$$

Wir haben aber oben gesehen, daß wenn sich ein Cylinder, dessen mit einer gleichen Geschwindigkeit in der Luft bewege, sein seyn würde

$$= 4cc \sqrt{bh};$$

dahero sich der Widerstand einer Kugel zum Widerstand eines Cylinders verhalten wird, wie 2 zu 3.

Dieses ist aber nur wahr, wenn $b < h$; wenn aber $b > h$ Integrale nicht bis zum Punkt B , sondern nur bis S genommen

$$\sqrt{h} = \frac{-p \sqrt{b}}{\sqrt{1+pp}}$$

oder

$$\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{b}} = \frac{-\sqrt{aa-yy}}{a}.$$

Da aber dieses Punkt S hinter D fällt, so wird $\sqrt{aa-yy}$ neg. Integrale wird also ausgedrückt:

$$\pi h y y + \frac{4\pi(aa-yy)}{3a} \sqrt{bh(aa-yy)} + \frac{4\pi aa \sqrt{bh}}{3} + \pi b y y -$$

hier setze man also

$$\sqrt{aa - yy} = \frac{a\sqrt{h}}{\sqrt{b}} \quad \text{und} \quad aa - yy = \frac{aah}{b},$$

hence

$$yy = \frac{aa(b-h)}{b} \quad \text{und} \quad y^2 = \frac{a^2(b-h)^2}{bb},$$

kommt der verlangte Widerstand heraus

$$= \pi aa \left(\frac{1}{2} b + \frac{4}{3} \sqrt{bh} + h - \frac{hh}{6b} \right)$$

$$= \frac{8}{3} \pi aa \sqrt{bh} + \frac{\pi aa}{6b} (\sqrt{b} - \sqrt{h})^2 (3\sqrt{b} + \sqrt{h}).$$

aus welcher erhellet, daß, wenn $\sqrt{b} = \sqrt{h}$, der Widerstand wie in dem vorigen gefunden werde

$$= \frac{8}{3} \pi aa \sqrt{bh}.$$

Es sey, um noch ein Exempel anzuführen, der runde Körper, welcher nach der Direction seiner Axe BAE mit der Geschwindigkeit \sqrt{b} in der E bewegt (Fig. 18), aus zween Kegeln zusammen gesetzt, dergleichen Figur

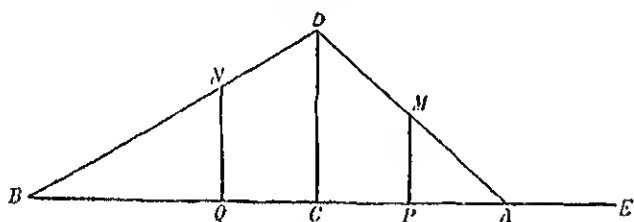


Fig. 18.

teht, wenn das Triangulum ADB um die Axe AB herum gedrehet wird. nenne die Höhe $DC = a$, die Seiten $AD = m$ und $BD = n$, so wird für Vordertheil ACD seyn

$$\frac{p}{\sqrt{1+pp}} = \frac{a}{m},$$

der Widerstand des Vordortheils

$$= 2\pi \int y dy \left(h + \frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm} \right) = \pi aa \left(h + \frac{2a\sqrt{bh}}{m} + \frac{aab}{mm} \right).$$

Der Druck der Luft aber auf den Hintertheil, wenn $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{n}$, wird vorwärts stossen mit einer Kraft

$$= \pi a a \left(h - \frac{2a\sqrt{b}h}{n} + \frac{a a b}{n n} \right).$$

Diese Kraft von der vorigen abgezogen, läßt den wirklichen Widerstand des Körpers über, welcher seyn wird

$$= \pi a^2 \left(\frac{2a(m+n)\sqrt{b}h}{m n} + \frac{a a b (n n - m m)}{m m n n} \right) = \frac{\pi a^3 (m+n)}{m n} \left(2\sqrt{b}h + \frac{a b (n - m)}{m n} \right).$$

Wenn aber $\sqrt{h} < \frac{a\sqrt{b}}{n}$, so empfindet der Hintertheil gar keinen Widerstand, ist also der Widerstand

$$= \pi a a \left(h + \frac{2a\sqrt{b}h}{m} + \frac{a a b}{m m} \right).$$

Wenn $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{n}$, so ist die Resistenz um so viel kleiner, je länger der Hintertheil ist, und wenn dasselbe unendlich lang wird, so wird die Resistenz

$$= \pi a a \left(\frac{2a\sqrt{b}h}{m} + \frac{a a b}{m m} \right).$$

Wenn aber eben dieser Körper umgekehrt würde, und sich mit der Geschwindigkeit DBC in der Luft mit eben der Geschwindigkeit bewegte, so würde der Widerstand desselben seyn

$$= \frac{\pi a^3 (m+n)}{m n} \left(2\sqrt{b}h + \frac{a b (m-n)}{m n} \right),$$

wenn nemlich $\sqrt{h} > \frac{a\sqrt{b}}{m}$. Woraus erhellet, daß wenn die beyden Theile gleich spitzig, der Widerstand des Körpers am kleinsten seyn wird, wenn der spitzigere Theil voraus geht.

Es könnten aus diesem Begriff von dem Widerstand der flüssigen Körper noch viele andere schöne Folgen hergeleitet werden, welche wir aber nicht weiter gehen, da es noch sehr ungewiß ist, ob derselbe mit der Erfahrung überein kommt oder nicht. Inzwischen wird auch der Satz des Verfassers bestätigt, daß wenn sich eine Kugel mit einer bestimmten Geschwindigkeit, als die Luft zu folgen vermögend ist, bewegt, der Widerstand weit grösser werde, als man sonst glaubt. Denn, wenn \sqrt{b}

muß zu dem Widerstand $\frac{8}{3}\pi a a \sqrt{b h}$, welcher heranskommt, wenn \sqrt{b} nicht grösser ist als \sqrt{h} , noch diese Quantität $\frac{\pi a a}{3 b} (\sqrt{b} - \sqrt{h})^3 (3\sqrt{b} + \sqrt{h})$ hinzugehan werden.

Es mag aber für die Luft diese oder eine andere Erklärung des Widerstands gelten, so kommt doch dabey noch ein anderer Umstand zu betrachten vor, wodurch der Widerstand noch mehr vergrössert wird. Dieser beruhet darauf, daß sich die Luft so wohl in einen kleinern Raum einschränken, als in einen grössern ausdehnen läßt. Dadurch geschieht, daß wenn sich ein Körper in der Luft sehr schnell bewoget, die Luft vor demselben mehr zusammen gedruckt, und folglich dichter, hinter demselben aber weniger zusammen gedruckt, und folglich dünner wird. Wegen des ersteren Umstands wird also die widerstehende Kraft von vorne stärker, wegen des andern aber die fort-treibende Kraft von hinten schwächer; dahero der Widerstand der Luft auch aus diesem Grunde bey schnellen Bewegungen weit grösser wird, als bey lang-samen.

ZWEYTER SATZ

Wie man den Widerstand der Luft, welchen ein darin bewegter Körper leidet, durch Versuche bestimmen soll?

Vormittelst der Maschine, welche oben in dem 8ten Satz beschrieben worden, bin ich immer im Stande, die Geschwindigkeit einer Kugel in einem jeglichen Punkt des Weges, durch welchen sich dieselbe bewoget, zu be-stimmen. Die ganze Sache kommt nur auf die Richtung des Laufs an, welche so beschaffen seyn muß, daß die Kugel an dem gegebenen Ort ihres Weges auf das Pendulum stosso. Ich nahm also oinen Mußketen-Lauf, welcher eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter schoß, und ladete denselben umgekehr mit dem halben Gewicht Pulver, wobey ich die Vorsichtigkeit gebrauchte, daß ich das Pulver immer auf das genaueste abwog, und in allen Stücken also verfuhr, daß ich durch sehr viel vorher angestellte Proben versichert seyn konnte, daß die Geschwindigkeit der Kugel in allen Schüssen biß auf 20 Schuh in einer Secundo eintröy war. Hierauf schoß ich diesen Lauf zu dreyen ver-schiedenen mahlen gegen das Pendulum loß, welches das erste mal 25 Schuh,

das andere mahl 75 Schuh, und das dritte mahl 125 Schuh v
Mündung des Laufs entfernt worden: und befand, daß die K
ersten Fall mit einer Geschwindigkeit von 1670 Schuhen in einer
das Pendulum gestossen, in dem zweyten Fall mit einer Geschw
1550 Schuhen, und in dem dritten mit einer Geschwindigkeit von
in einer Secunde. Also hatte diese Kugel, indem dieselbe 50 Sch
einer Secunde fortgegangen, an ihrer Geschwindigkeit ungefehr 120
in einer Secunde verlohren; und die Zeit, in welcher dieselbe
Raum von 50 Schuhen gefahren, war ungefehr $\frac{1}{32}$ oder $\frac{1}{30}$ e
Woraus folget, daß die mittlere Grösse des Widerstands der L
Versuchen ungefehr 120 mahl grösser gewesen, als das Gewich
und es hat also der Widerstand, da die Kugel bey nahe $\frac{1}{12}$ $\%$
gefehr 10 $\%$ Avoirdupoise betragen. Wenn wir nun hierüber
nach des Hrn. Newrons Methode für zusammengepreßte flüssige Ma
in der 38ten Propos. des 2ten Buchs angeführet ist, anstellen, u
nehmen, daß die Luft 850 mahl leichter ist, als Wasser, so word
daß der Widerstand einer Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, we
einer Geschwindigkeit von ungefehr 1600 Schuhen in einer Sec
nicht mehr als $4\frac{1}{6}$ $\%$ Avoirdupoise anstrage. Da wir nun wiss
Regeln, welche in der angeführten Proposition des Hrn. Newt
bey langsamen Bewegungen sehr genau eintreffen, so können wir
schließen, daß die widerstehende Kraft der Luft in langsamen
kleiner sey, als in geschwinden, und dieses in der Verhältnis v
welche Verhältniß zwischen diesen 1 zu 2 und 1 zu 3 enthalte

verlohren. In diesen Versuchen war also der Widerstand etwas grösser, als in den vorigen, und betrug hier zwischen 10 und 12 Pfund Avoirdupoise. Nach diesen Versuchen kommt also die Verhältniß der widerstehenden Kraft der Luft für sehr schnelle Bewegungen zu sehr langsamen der Verhältniß 3 zu 1 näher, als in den vorigen.

Nachdem ich also auf diese Art den Widerstand der Luft auf eine Geschwindigkeit bey nahe von 1700 Schuhen in 1" erkannt hatte, welche groß genug ist, um hinter der Kugel einen Luft-leeren Raum zu lassen, so habe ich auch den Widerstand für kleinere Grade der Geschwindigkeit untersucht. Zu diesem Ende habe ich den vorigen Lauf zwar mit eben so grossen Kugeln als vorher, aber mit weniger Pulver geladen, und nachdem ich das Pendulum 25 Schuh weit von dem Lauf gesetzt, habe ich fünfmal nach einander mit einerley Ladung gegen dasselbe geschossen, und die mittlere Geschwindigkeit der Kugel, mit welcher dieselbe auf das Pendulum gefahren, von 1180 Schuhen in 1" befunden. Alsdem habe ich das Pendulum auf eine Weite von 250 Schuhen von dem Lauf entfernt, und wiederum zu 5 malen nacheinander dazugeworfen geschossen; so war, nachdem ich dazwischen ein Mittel genommen, die Geschwindigkeit der Kugel noch 950 Schuh in der Secunde. Indem also die Kugel in der Luft durch einen Weg von 225 fortgegangen, so hat dieselbe 230 Schuh in 1" in ihrer Geschwindigkeit verloren. Da nun dieselbe diesen Weg in ungefahr $\frac{3}{11}$ einer Secunde zurück gelegt, so mußte der Widerstand der Luft auf einen mittlern Grad der Geschwindigkeit bey nahe $33\frac{1}{2}$ mal grösser gewesen seyn, als das Gewicht der Kugel, und folglich 2 # 10 Untzen Avoirdupoise betragen haben. Nun aber kommt nach den Regeln des Widerstands für langsame Bewegungen, für diesen Fall nur $\frac{7}{11}$ des gefundenen Gewichts heraus: daher die widerstehende Kraft der Luft auf eine Geschwindigkeit von 1065 Schuhen in einer Secunde nicht mehr, als nach der Verhältniß wie 7 zu 11 vermehrt wird, da wir doch bey den vorigen Versuchen gesehen, daß für einen höhern Grad der Geschwindigkeit diese Vermehrung der Verhältniß von 1 zu 3 sehr nahe gekommen.

Ferner habe ich drey Schüsse von der vorgemeldeten Grösse und Gewicht über ein stillstehendes Wasser dergestalt gethan, daß man den Ort, wo die Kugel das Wasser zu berühren anfing, deutlich bemerken, und so wohl die Zeit, als den Weg, welchen die Kugel von dem Lauf an bis in das Wasser durchgelaufen, genau bestimmen konnte. Ein jeder Schuß geschah mit einer Geschwindigkeit von 400 Schuhen in einer Secunde, und ich war durch viele

Versuche von eben dieser Ladung versichert, daß ich mich auf diese
 digkeit bey 10 Schuhen in einer Secunde verlassen konnte. Der
 reichte 313 Yards, ehe die Kugel das Wasser berührte, und solche
 in $4\frac{1}{4}$ Secunde: also daß die Kugel 313 Yards in $4\frac{1}{4}$ Secunde durch
 Die zweyte gieng 319 Yards in 4 Secunden, und die dritte 373 Yards
 Nach der für langsame Bewegungen fest gesetzten Lehre des V
 hätte der erste Schuß nur in 3",2, der zweyte in 3",28 und der drit
 geschehen müssen. Woraus erhellet, daß in einem jeglichen die
 die Bewegung merklich mehr durch den Widerstand der Luft is
 worden, als solches nach der Theorie hätte geschehen sollen. Folg
 noch bey solchen ziemlich langsamen Bewegungen, als von 400 Sch
 die widerstehende Kraft der Luft um ein merkliches grösser, als
 samen Bewegungen.

Aus allem diesen nun, was hier angeführet worden, erhellet a
 Lehre von dem Widerstand der Luft, so wie derselbe von dem 1
 für langsame Bewegungen fest gesetzt, und durch mancherley V
 stätiget worden, ganz und gar von der Wahrheit abweicht, wenn
 auf sehr schnelle Bewegungen, dergleichen eine Mußketen-Kugel
 will; dergestalt daß in diesem Fall die widerstehende Kraft der L
 drey-mahl grösser wird, als dieselbe nach der gedachten Lehre
 Gleichwohl aber nimmt diese Vermehrung der widerstehenden K
 um so vielmehr ab, je kleiner die Geschwindigkeit der Kugel wi
 lich, wenn diese Geschwindigkeit schon klein genug worden, di
 Widerstands mit der Theorie völlig überein kommt. Dahero
 Widerstand nicht nach den Quadraten der Geschwindigkeit, wie m
 lich anzunehmen pflegt, sondern derselbe weicht von dieser Verh
 vielmehr ab, je grösser die Geschwindigkeit der Kugel, nebst der
 drückung der Luft vor derselben wird. Wir dürfen also in Erw
 Umstände fest behaupten, daß, da man sich bißher von dem Wie
 Luft solche unvollkommene und irrige Begriffe gemacht, der W
 eine Kugel durch die Luft beschreibt, auch keinesweges mit G
 bestimmt werden können, und daß folglich die Kunst der Artille
 Stück bißher noch sehr unvollkommen geblieben ist. Inzwischen
 genug, daß wir hier diese Vermehrung des Widerstands der
 schnellen Bewegungen, welche alles dasjenige, was man bisher da
 maßt, weit übersteiget, dargethan, und außer Zweifel gesetzt ha

wenn wir in den Stand gesetzt werden sollen, die Bewegung der geschossenen Körper in der Luft zu bestimmen, so ist es nöthig, daß wir noch über dieses die wahre Verhältniß, nach welcher der Widerstand für einen jeglichen Grad der Geschwindigkeit bestimmt wird, ergründen. Dieses wird uns also die Materie zum folgenden Satz geben.

ERSTE ANMERKUNG

Der Verfasser liefert uns hier einige sehr merkwürdige Versuche, wodurch der wirkliche Widerstand der Luft für schnelle Bewegungen erkannt werden kann. Ob man nun gleich wegen der oben angeführten Ursachen die Geschwindigkeit der Kugel, welche der Autor herans gebracht, einiger maßen in Zweifel ziehen könnte, indem derselbe nicht auf alle nöthige Umstände gesehen zu haben scheint, und noch über dieses seine Rechnung nach einer unrichtigen Regel angestellt: so sind wir doch genöthiget, dieselben, weil der Fehler nicht sonderlich groß seyn kann, um so vielmehr als richtig anzunehmen, da aus Ermangelung einer vollständigen Beschreibung dieser Versuche mit dem Pendulo nicht möglich ist, den etwa im rechnen begangenen Fehler zu verbessern. Um nun vor allen Dingen zu sehen, wie viel die gemeine Lehre von dem Widerstand der Luft in diesen von dem Verfasser ungestellten Versuchen von der Wahrheit abweiche, so wollen wir nach derselben berechnen, wie viel die Kugel, welche mit einer gegebenen Geschwindigkeit sich zu bewegen anfängt, indem dieselbe durch einen gegebenen Weg fortgethet, von ihrer Geschwindigkeit verlieren müsse. Ob aber gleich dieser Weg, welchen die Kugel beschrieben, in der That eine Krümmung gehabt, so war doch dieselbe sehr geringe, und man siehet leicht, daß man dieselbe bey der gegenwärtigen Untersuchung gänzlich aus der Acht laßen könne. Wir wollen also setzen (Fig. 19),

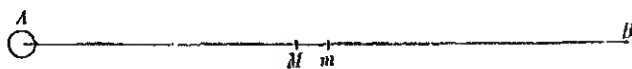


Fig. 19.

es bewege sich eine Kugel in der Luft nach der geraden Linie AB ; und die Schwere derselben verhalte sich zu der Schwere der Luft, wie n zu 1. Wenn man nun annimmt, daß das Wasser 850 mahl schwerer sey, als die Luft, so

bekömmt der Buchstabe n nach den verschiedenen Materien, wo bestehen kann, nachfolgende Werthe:

Materie der Kugel	Schwehrtr als Regen-Wasser	Der Werth des Buchstabens n
Gold fein	19,080	16218
Silber fein	10,480	8908
Bley	11,350	9647
Kupfor	8,840	7514
Eisen	7,820	6647
Meßing	8,412	7150
Helfenbein	1,826	1552
Marmel	2,710	2303

Es sey nun c der Diameter der Kugel, so wird die Kugel so v
ein gleich dicker Cylinder Luft, dessen Höhe $= \frac{2}{3}nc$. Die Gesch
Kugel in A sey ferner $= \sqrt{b}$, oder b soll die Höhe bedenten, a
fallender Körper mit der Kugel einerley Geschwindigkeit erhält
die Kugel durch den Weg $AM = x$ fortgelaufen, so soll \sqrt{v} di
keit derselben in M anzeigen. Wenn nun die Kugel einen el
Widerstand litte, als ein gleich dicker Cylinder, so würde de
dem Gewicht einer Luft-Säule gleich seyn, deren Höhe $= v$; da ab
stand einer Kugel nur halb so groß seyn soll nach der gewöl
so wird derselbe durch das Gewicht einer gleich dicken Luft-Säu
werden, deren Höhe $= \frac{1}{2}v$; folglich wird sich der Widerstand
der Kugel verhalten, wie $\frac{1}{2}v$ zu $\frac{2}{3}nc$, oder wie $\frac{3v}{4nc}$ zu 1. I
Kugel durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ forttrücker
diese Aequation bekommen:

$$dv = -\frac{3vdx}{4nc},$$

oder wenn man integrirt, diese

$$\frac{3x}{4nc} = l \frac{b}{v},$$

wo $l \frac{b}{v}$ den hyperbolischen Logarithmum von $\frac{b}{v}$ andeutet. Oo

$$\frac{3x}{4nc} = 2l \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{v}};$$

aber e für die Zahl gesetzt wird, deren hyperbolischer Logarithmus so hat man

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{v}} = e^{3x \cdot 8nc} \quad \text{oder} \quad \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = e^{-3x \cdot 8nc},$$

nun in den gegenwärtigen Exempeln $\frac{3x}{8nc}$ ein ziemlich kleiner Bruch ist, wird beynahe seyn:

$$\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{b}} = 1 - \frac{3x}{8nc} + \frac{9xx}{128nnc},$$

gleich

$$\frac{\sqrt{b} - \sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{3x}{8nc} - \frac{9xx}{128nnc}.$$

In diesen Formeln wollen wir also erstlich die ersten Exempel des Autoris nehmen. Die Kugel war von Bley, und also $n = 9647$. Ferner war der Durchmesser der Kugel $c = \frac{3}{4}$ Zoll und die Geschwindigkeit derselben in A betrug 1670 Schuh in einer Secunde, welche Zahl wir hier für \sqrt{b} annehmen werden, da es nur auf die Verhältniß zwischen \sqrt{b} und \sqrt{v} ankommt. Ferner betrug die Kugel in dem ersten Versuche durch 50 Schuh, und behielt eine Geschwindigkeit von 1550 Schuhen in einer Secunde. Also war $x = 50$ Schuh, $\frac{x}{c} = 800$, folglich

$$\frac{3x}{8c} = 300 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = \frac{300}{9647} = 0,03109.$$

von der Terminus

$$\frac{9xx}{128nnc} = 0,00048.$$

nun

$$\sqrt{b} = 1670 \quad \text{und} \quad \sqrt{v} = 1550,$$

wird

$$\frac{\sqrt{b} - \sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{120}{1670} = 0,07185,$$

welche Zahl gleich seyn sollte der vorigen 0,03061.¹⁾ Da aber jene mehr als zweymal grösser ist, als diese, so folgt daraus, daß der Widerstand mehr als zweymal grösser gewesen, als angenommen worden, welches fast mit des

1) Nämlich $\frac{3x}{8nc} - \frac{9xx}{128n^2c^2} = 0,03109 - 0,00048 = 0,03061.$ F. R. S.

Autoris Anmerkung gänzlich übereinkommt. Wir haben hi
 der Widerstand einer Kugel nur halb so groß sey, als e
 Cylinders; der Autor aber will, daß beyde Körper einen gle
 leiden. Wenn wir also den Widerstand dieser Körper zwe
 genommen hätten, so würden wir an statt der Zahl 0,03
 gefunden haben, welche der andern 0,07185 weit näher kom
 die gemeine Lehre nicht mehr so viel von der Wahrheit abg
 dickerung der Luft vor der Kugel könnte hinreichend scheinen
 des Widerstands zu verursachen. Inzwischen scheint aber
 des Autoris, daß eine Kugel mit einem gleich dicken Cylind
 stand leide, der Wahrheit nicht gemäß zu seyn, und wir wolle
 dem Autore diese Vermehrung des Widerstands einer andern
 ben, als dieser. Wir werden aber hernach auch langsam
 dieser Methode berechnen, um zu sehen, ob der Widersta
 der gantzen Höhe z , oder nur aus der Helfte derselben, bestin

Das zweyto Experiment des Autoris geht auf die vor
 nachdem dieselbe 100 Schuh weit gelaufen, eine Geschw
 Schuhen in einer Secunde behalten. Es war also nach
 $\sqrt{b} = 1670$, $\sqrt{v} = 1425$, folglich

$$\frac{\sqrt{b} - \sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{245}{1670} = 0,14670.$$

Ferner war $\frac{3x}{8ac} = 0,06220^*)$, und mußte also seyn 0,14670
 wiederum erhellet, daß der Widerstand allzuklein angeno
 diesen beyden Exempeln kommt fast einerley Verhältniß zu
 Widerstand, und dem angenommenen heraus; denn bey
 der angenommene Widerstand zu dem wahren verhalte,

Das dritte Exempel ist mit eben der vorigen Kug
 welche anfänglich in A eine Geschwindigkeit von 1690 S
 und nachdem dieselbo durch einen Raum von 150 Schuher
 eine Geschwindigkeit von 1300 Schuhen in einer Secunde
 also $\sqrt{b} = 1690$ und $\sqrt{v} = 1300$ folglich

$$\frac{\sqrt{b} - \sqrt{v}}{\sqrt{b}} = \frac{390}{1690} = 0,23077.$$

1) Im Original 0,06029. 2) Im Original 0,06218. 3) Das Verhältni
 ist beim ersten Experiment 1:2,35 und beim zweiten 1:2,43. F. R

Ferner war $\frac{3x}{8nc} = 0,09329^1)$, und müßte also seyn $0,23077 = 0,08907^2)$; woraus folgt, daß sich der angenommene Widerstand zu dem wahren verhalten, wie 1 zu 2,59.³⁾ Dieses Experiment stimmt also mit den vorigen nicht recht überein, und da in diesem die Kugel weiter gelaufen, so hätte, nach des Autoris eigener Meynung, der Unterscheid kleiner seyn sollen, als vorher, indem je mehr die Geschwindigkeit der Kugel abnimmt, auch der Widerstand mit der Theorie näher übereintreffen sollte.

Das vierte Experiment war mit einer gleichen Kugel angestellt; dieselbe hatte aber in A nur eine Geschwindigkeit von 1180 Schuhen in einer Secunde; nachdem nun dieselbe 225 Schuh weit gelaufen, so betrug ihre Geschwindigkeit noch 950 Schuh in 1". Also war

$$\frac{x}{c} = 3600 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = 0,13994.^4)$$

Ferner war $\sqrt{b} = 1180$ und $\sqrt{v} = 950$, folglich müßte nach der Theorie seyn

$$0,13994 = l \frac{1180}{950} = l \frac{118}{95} = 0,21681.$$

In diesem Fall ist also auch der angenommene Widerstand zu klein, und verhält sich zu dem wahren, wie 1 zu 1,493⁵⁾, welches mit des Autoris Verhältniß wie 7 zu 11 ziemlich genau übereintrifft. Da nun der Unterscheid um so viel kleiner gefunden wird, je kleiner die Geschwindigkeit der Kugel wird, so erhellet hieraus, daß man nicht fehle, wenn man für sehr langsame Bewegungen den Widerstand einer Kugel nur halb so groß annimmt, als eines gleich dicken Cylinders.

Die Untersuchung der folgenden Exempel erfordert eine andere Art der Rechnung; denn in denselben wird außer der Geschwindigkeit, so die Kugel im Anfange der Bewegung in A gehabt, die Zeit gegeben, innerhalb welcher dieselbe einen gegebenen Weg durchgelaufen. Wenn also wie vorher die Geschwindigkeit in $A = \sqrt{b}$, in $M = \sqrt{v}$ und der Weg $AM = x$ gesetzt wird, so haben wir diese Aequation gefunden

$$\sqrt{v} = e^{-3x:8nc} \sqrt{b}.$$

1) Im Original 0,09327. 2) Im Original $0,23077 = 0,08905$. 3) Im Original 1 zu 2,92.
4) Im Original 0,13993. 5) Im Original 1,549. Berichtigt von F. R. S.

Man setze nun die Zeit, in welcher die Kugel von A bis M g
so wird

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{v}} = \frac{e^{3x:8nc} dx}{\sqrt{b}},$$

wovon das Integrale gefunden wird:

$$t = \frac{8nc(e^{3x:8nc} - 1)}{3\sqrt{b}} = \frac{8nc}{3b}(e^{3x:8nc} - 1)\sqrt{b}.$$

Welche Formel also zu gebrauchen ist: man drücke b in Tausen
eines Rheinländischen Schuhs aus, und dividire alsdenn die he
Zahl durch 250; so wird der Quotient die Anzahl der Secunde
die Zeit t bestehet, anzeigen.¹⁾ Wir haben aber oben²⁾ gesehen,
 \sqrt{b} , nachdem man b in tausendsten Theilen eines Rheinlän
ausgedruckt hat, durch 4 dividirt, der Quotient anzeige, wie
Kugel mit der Geschwindigkeit \sqrt{b} in einer Sekunde durchzu
ist. Wenn also die Kugel mit ihrer ersten Geschwindigkeit in
dische Schuhe in 1" hätte zurück legen können, so wird $\frac{\sqrt{b}}{4} = 1$
Rheinländische, oder $\frac{16mm}{970}$ Englische Schuh, und die gesuchte

✱

$$t = \frac{8nc}{3b}(e^{3x:8nc} - 1) \cdot \frac{m}{62,5}$$

Secunden. Wenn also die Zeit t in Secunden ausgedruckt wi

$$e^{3x:8nc} = 1 + \frac{1875bt}{80mnc}$$

oder

$$\frac{3x}{8nc} = t \left(1 + \frac{1875bt}{80mnc} \right).$$

Wenn demnach diese Aequation bey einem Experiment statt
ein Zeichen, daß der Widerstand recht angenommen worden.

1) Weil EULER $\frac{1}{1000}$ des rheinländischen Fußes als Längen- und $\frac{1}{250}$ Se
wählt, erhält die Beschleunigung der Schwere die Maßzahl $\frac{31,25 \cdot 1000}{250^2} =$
geschwindigkeit für die Fallhöhe v die Maßzahl \sqrt{v} , jedoch bezogen auf rhe
Sekunden die Maßzahl $\frac{\sqrt{v}}{1000} \cdot 250 = \frac{1}{4} \sqrt{v}$. F. R. S.

2) Siehe p. 78. F. R. S.

so wird man bald sehen, ob der angenommene Widerstand zu groß oder zu klein, und dieses auch um wie viel. Wenn $\frac{3x}{8nc}$ eine sehr kleine Zahl ist, so läßt sich die erstere Aequation auf diese bringen:

$$t = \frac{mx}{62,5b} \left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16 \cdot 24n^2c^2} + \text{etc.} \right),$$

oder da $b = \frac{16mm}{970}$ Englische Schuh, so wird

$$t = \frac{97x}{100m} \left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16 \cdot 24n^2c^2} + \text{etc.} \right).$$

Oder wenn die erste Geschwindigkeit \sqrt{b} auch in englischen Schuhen gegeben wird, und dieselbe m solche Schuhe in einer Secunde beträgt, so kommt

$$t = \frac{x}{m} \left(1 + \frac{3x}{16nc} + \frac{9xx}{16 \cdot 24n^2c^2} + \text{etc.} \right)$$

Secunden, in welcher Formel es gleich viel ist, wenn nur die Grössen x , m und c nach einerley Maaß-Stab genommen worden, indem es nur auf die Verhältniß derselben ankommt. Ferner ist hier zu merken, daß die absolute Größe des Widerstands durch $\frac{3}{8n}$ angedeutet wird. Wenn also der angenommene Widerstand zu klein gefunden wird, so darf man nur sehen, was für einen grössern Bruch man für $\frac{3}{8n}$ annehmen müsse, damit die Gleichheit erhalten würde, und alsdenn wird derselbe die wahre Größe des Widerstands anzeigen.

In diesen letztern von dem Verfasser angeführten Versuchen war nun wie vorher $c = \frac{3}{4}$ Zoll, und $n = 9647$. Ferner war die anfängliche Geschwindigkeit 400 Schuh in einer Secunde: wenn wir also setzen $m = 400$, so müssen wir auch die übrigen Grössen nach diesem Maaß ausdrucken. Der erstere Schuß gieng 313 Yards in $4\frac{1}{4}$ "; es hält aber ein Yard 3 englische Schuh, folglich wird $x = 939$ Schuh und $\frac{x}{m} = 2,3475$, ferner

$$\frac{x}{c} = 15024 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = 0,58401.$$

Wenn man nun diese Werthe in der obigen Vergleichung setzt, so kommt

$$4,25 = 3,18643^1),$$

1) Im Original 3,18839.

Berichtigt von F. R. S.

woraus erhellet, daß die angenommene Resistenz zu klein ist. Man findet für diesen Fall aus eben der Theorie 3,2", welche Zeit gegen sehr genau überein kommt. Um nun eine völlige Gleichheit zu erhalten, so müßte man den Widerstand beynahe noch so groß setzen, als hier, aber, daß man sich auf dieses Experiment nicht allzuwohl verlassen kann, da in dem folgenden Experiment die Kugel um 6 Yards weiter gegangen, woraus folglich der Widerstand kleiner heraus kommen muß. Wir wollen also dieses Experiment genauer erwegen. Hier wird nun $x = 957$ Schuh, und folglich $\frac{x}{m} =$

$$\frac{x}{c} = 15312 \quad \text{und} \quad \frac{3x}{8nc} = 0,59521.$$

Woraus man bekommt

$$4 = 3,2696.$$

Wenn also auch hier eine Gleichheit heraus kommen soll, so muß der Widerstand, und folglich der Terminus $\frac{3x}{8nc}$ grösser angenommen werden. $\frac{3x}{8nc} = z$, so muß seyn

$$\frac{4}{2,3925} = 1 + \frac{z}{2} + \frac{z^2}{6} + \frac{z^3}{24} + \frac{z^4}{120} + \text{etc.} = 1,6719$$

oder

$$\frac{z}{2} + \frac{z^2}{2 \cdot 3} + \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{z^4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \text{etc.} = 0,6719.^{2)}$$

Hieraus findet man

$$z = 0,9528^3),$$

und verhält sich also die angenommene Resistenz zu der wahren (wie 0,9528³) das ist wie 1 zu 1,0008.⁴⁾ Welcher Unterschied doch sehr groß scheint, weil oben in dem 4ten Experiment, da die Geschwindigkeit der Kugel im Anfang fast fünfmal grösser, als hier gewesen, die Resistenz (wie 1 zu 1,493⁵) heraus gebracht worden. Es kömmt aber hierinn eine genaue Bestimmung in allen Stücken an, da die geringste Abweichung einen sehr merklichen Unterschied verursachen kann. Dabei

1) Im Original 1,6718.

2) Im Original 0,6718.

3)

4) Im Original 1,6055.

5) Im Original 1,549.

Berichtigt von F. F.

Experimente nicht anders gebraucht werden, als nur überhaupt zu zeigen, daß der wahre Widerstand, welchen eine schnell bewegte Kugel in der Luft leidet, viel grösser sey, als die hier gebrauchte Theorie anzeigt, und daß, je grösser die Geschwindigkeit der Kugel ist, diese Theorie um so viel mehr von der Wahrheit abweiche.

ZWEYTE ANMERKUNG

Um diese Abhandlung von dem Widerstand der Körper in der Luft vollständig zu machen, so wollen wir auch langsamere Bewegungen untersuchen, dergleichen in fallenden Körpern beobachtet werden. In solchen Fällen läßt sich die GröÙe des Widerstands bestimmen, wenn man die Zeit bemerkt, in welcher ein gegebener Körper durch eine gegebene Höhe herunter fällt. Denn da man weiß, in wie langer Zeit ein Körper in einem Luft-leeren Raum durch eine jegliche Höhe kraft seiner Schwere fällt, so wird diese Zeit in der Luft grösser: und aus dem Unterschied ist man im Stande, die GröÙe des Widerstands herzuleiten. Die Luft hat aber hiebey eine doppelte Wirkung; denn auÙer dem Widerstand wird auch das Gewicht des Körpers um so viel vermindert, als eine mit demselben gleich grosse Masse Luft wiegt.

Es sey A (Fig. 20) eine Kugel, welche aus dem Punkt A nach der senkrechten Linie AB herunter fällt; der Diameter derselben sey $= c$, und ihre Schwere verhalte sich zu der Schwere der Luft, wie n zu 1: folglich wird das Gewicht derselben um $\frac{1}{n}$ Theil vermindert. Wir wollen setzen, die Kugel sey schon biß in P herunter gefallen, die Höhe AP sey $= x$, und die Geschwindigkeit in P sey $= v$. Hieraus wird nun in P die Kraft der Schwere durch $1 - \frac{1}{n}$, die Kraft des Widerstands aber durch $\frac{3v}{4nc}$ ausgedrückt werden: dahero die Acceleration in folgender Aequation enthalten seyn wird:

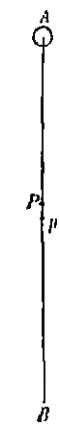


Fig. 20.

$$dv = \left(1 - \frac{1}{n} - \frac{3v}{4nc}\right) dx.$$

Hieraus bekommt man:

$$\frac{3dx}{4nc} = \frac{3dv}{4nc - 4c - 3v},$$

woven das Integrale ist

$$\frac{3x}{4nc} = l \frac{4(n-1)c}{4(n-1)c - 3v}.$$

Wenn nun e für die Zahl angenommen wird, deren hyperbolische
 mus $= 1$, oder wenn $e = 2,718281828459$, so wird

$$e^{3x:4nc} = \frac{4(n-1)e}{4(n-1)e-3v}$$

oder

$$1 - \frac{3v}{4(n-1)e} = e^{-3x:4nc},$$

und hieraus bekommt man

$$v = \frac{4(n-1)e}{3} (1 - e^{-3x:4nc}),$$

und folglich

$$Vr = \sqrt[4]{\frac{4(n-1)e}{3}} (1 - e^{-3x:4nc}).$$

Wenn ferner die Zeit, in welcher die Kugel aus A bis zu P
 fallen, durch t angedeutet wird, dergestalt, daß t in Secunden
 werden soll, so wird

$$dt = \frac{dx}{250 \sqrt[4]{\frac{4(n-1)e}{3}}} (1 - e^{-3x:4nc})$$

und

$$t = \frac{\sqrt[4]{3}}{500 \sqrt[4]{(n-1)e}} \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1 - e^{-3x:4nc}}}$$

Die Integration aber giebt

$$t = \frac{n \sqrt[4]{e}}{125 \sqrt[4]{3(n-1)}} l \frac{1 + \sqrt[4]{1 - e^{-3x:4nc}}}{1 - \sqrt[4]{1 - e^{-3x:4nc}}}$$

oder

$$t = \frac{2n \sqrt[4]{e}}{125 \sqrt[4]{3(n-1)}} l (1 + \sqrt[4]{1 - e^{-3x:4nc}}) + \frac{x \sqrt[4]{3}}{500 \sqrt[4]{(n-1)e}}$$

Wenn der Bruch $\frac{3x}{4nc}$ sehr klein ist, so setze man Kürze hal-
 und da wird

$$e^{-\frac{x}{m}} = 1 - \frac{x}{m} + \frac{x^2}{2m^2} - \frac{x^3}{6m^3} + \frac{x^4}{24m^4} - \text{etc.}$$

folglich

$$l(1 + \sqrt[4]{1 - e^{-\frac{x}{m}}}) = l(1 + \sqrt[4]{\frac{x}{m} - \frac{x^2}{2m^2} + \frac{x^3}{6m^3} - \frac{x^4}{24m^4} + \dots})$$

Wenn man nun diesen Logarithmum durch die Näherung ausdrückt¹⁾, und in obiger Aequation anbringt, so kommt

$$t = \frac{2n\sqrt{cx}}{125\sqrt{3}(n-1)m} \left(1 + \frac{x}{12m} + \frac{xx}{480m^2} - \frac{x^3}{2688m^3} - \text{etc.} \right)$$

oder

$$t = \left(1 + \frac{x}{12m} + \frac{xx}{480m^2} - \frac{x^3}{2688m^3} - \frac{x^4}{92160m^4} - \text{etc.} \right) \cdot \frac{1}{125} \sqrt{\frac{nx}{n-1}},$$

allwo in dem Glied $\sqrt{\frac{nx}{n-1}}$ die Höhe x in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhs ausgedrucket werden muß.

Um nun diese Formel durch ein Exempel zu erläutern, und zugleich zu sehen, wie genau dieselbe mit der Erfahrung überein stimmt, so wollen wir zu diesem Ende aus den *Princ. Phil. Nat.* des Hrn. Newtons eines nehmen, wo derselbe eine gläserne Kugel in der St. Paul-Kirche durch eine Höhe von 220 Englischen Schuhen hat herunterfallen lassen.²⁾ Die Kugel hielt in ihrem Diameter 5 Zoll, und wog 483 Gran. Eine gleich grosse Kugel von Wasser würde gewogen haben 16600 Gran; wenn also die Luft 850 mahl leichter gesetzt wird, als Wasser, so müßte eine gleich grosse Kugel von Luft gewogen haben $\frac{16600}{850}$, das ist 19,53 Gran. Also war $c = 5$ Zoll, und da diese Kugel in einem luftleeren Raum würde 502,53 Gran gewogen haben, so wird $n = \frac{502,53}{19,53} = 25,73$ und $x = 220$ Schuh. Ferner wird $m = 171,5$ Zoll, und da $x = 2640$ Zoll, so wird

$$\frac{x}{m} = \frac{26400}{1715} = 15,3935.$$

Da nun hier $\frac{x}{m}$ keine so kleine Zahl ist, daß die obige Näherung Statt finden könnte, so müssen wir die erst gefundene Aequation gebrauchen:

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3}(n-1)} l \frac{1 + \sqrt{(1 - e^{-3x:4nc})}}{1 - \sqrt{(1 - e^{-3x:4nc})}},$$

wo c in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Schuhs ausgedruckt

1) Man entwickle zunächst die Quadratwurzel nach steigenden Potenzen von $\sqrt{\frac{x}{m}}$ und setze dann das Resultat (es werde mit u bezeichnet) ein in $l(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} \dots$ F. R. S.

2) I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Editio tertia, Londini 1726, p. 351. F. R. S.

werden muß. Es wird also $c = 404,166$ und folglich

$$\frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt{3(n-1)}} = 0,48044.$$

Man setze Kürze halber

$$\frac{x}{m} = 15,3935 = \alpha,$$

so hat man

$$t = 0,48044 l \cdot \frac{1 + \sqrt{(1 - e^{-\alpha})}}{1 - \sqrt{(1 - e^{-\alpha})}}$$

Secunden. Es sey $e^{-\alpha} = z$, so wird $lz = -\alpha l e$; da nun $e = 2$, ist nach den gemeinen Logarithmis $lc = 0,43429448$, und also

$$lz = -15,3935 \cdot 0,43429448 = -6,6853,$$

folglich

$$z = \frac{1}{4845,100}.$$

Da nun $z = e^{-\alpha}$ eine so sehr kleine Zahl ist, so wird

$$\sqrt{(1-z)} = 1 - \frac{1}{9690,200}$$

und

$$t = 0,48044 l 19380400$$

Secunden. Der gemeine log. von 19380400 ist 7,287363, welcher multiplicirt den hyperbolischen Logarithmum giebt: dieser $w = 16,7797$, und da kommt heraus

$$t = 8,0616$$

Secunden. Newron hat aber diese Zeit auf das genauoste bei dieselbe befunden 8,2". Die Kugel hat also etwas mehr Zeit um aus der Höhe von 220 Schuhen herunter zu fallen, Theorie gefunden wird, folglich hat dieselbe einen etwas grössern Stand angetroffen, als nach der Theorie angenommen worden ist der Unterscheid so geringe, daß, da in der Observation kleiner Fehler könnte eingeschlichen seyn, die wahre Grösse des Falls daraus nicht wohl bestimmt werden kann. NEWTON hat noch mehr dergleichen Experimente auf eine andere Art an

dem er aus der gegebenen Zeit die Höhe gesucht, durch welche der Körper nach der Theorie hätte herunter fallen müssen. Er findet aber diese Höhe immer etwas grösser, als dieselbe in der That gewesen, woraus folglich genugsam erhellet, daß der Widerstand in der That etwas grösser gewesen seyn müsse, als solcher nach der Theorie gesetzt worden. Hierdurch wird also die Meynung des Verfassers noch um so viel mehr bekräftiget, daß bey schnellen Bewegungen die Theorie den Widerstand zu klein angebe; denn auch in diesen Versuchen war gegen das Ende des Falls die Geschwindigkeit nicht mehr klein, und betrug ungefehr 29 Schuh in einer Secunde, welche Geschwindigkeit schon einen etwas grössern Widerstand leiden muß.

Die Berechnung dieses und anderer dergleichen Exempel, wo $e^{-3x:4nc}$ eine so sehr kleine Zahl ist, kan folgender gestalt bequemer angestellt werden. Denn da ohne Fehler ist

$$\sqrt[3]{1 - e^{-3x:4nc}} = 1 - \frac{1}{2} e^{-3x:4nc},$$

so wird

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt[3]{3(n-1)}} t^2 - \frac{\frac{1}{2} e^{-3x:4nc}}{\frac{1}{4} e^{-3x:4nc}} = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt[3]{3(n-1)}} t^4 e^{3x:4nc}$$

oder

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{125\sqrt[3]{3(n-1)}} t^4 + \frac{x\sqrt[3]{3}}{500\sqrt[3]{(n-1)c}}.$$

Da nun $t^4 = 1,38629436$, so wird

$$t = \frac{n\sqrt{c}}{\sqrt[3]{(n-1)}} (0,0064030 + 0,0034641 \frac{x}{nc})$$

Secunden. Will man aber in diesen Fällen aus der gegebenen Zeit t die Höhe x finden, so kommt

$$0,0034641 \frac{x}{nc} = \frac{t\sqrt[3]{(n-1)}}{n\sqrt{c}} - 0,0064030$$

und also

$$x = 288,675 t\sqrt{c(n-1)} - 1,8484 nc,$$

oder

$$\frac{x}{nc} = 288,675 \cdot \frac{t\sqrt[3]{(n-1)}}{n\sqrt{c}} - 1,8484,$$

wo in dem Glied $\frac{t\sqrt[3]{(n-1)}}{n\sqrt{c}}$ die Zeit t in Secunden, und der Diameter c in tausendsten Theilen eines Rheinl. Schuhes ausgedruckt werden muß. Da nun

in dem vorher berechneten Exempel war $t = 8,2''$, $c = 404,166$ und $n = 128,65$ so wird $nc = 128,65$ Engl. Zoll, oder 10,72 Engl. Schuhe. Hieraus bekommt

$$\frac{x}{10,72} = 20,9086 \quad \text{oder} \quad x = 224,14$$

Engl. Schuhe, und ist daher grösser als die Höhe 220 Schuhe, welche die Kugel in dieser Zeit in der That beschrieben. Der Unterschied ist aber 4 Schuh, welche die Kugel in $\frac{1}{4}''$ durchlaufen könnte. Da nun ein so geringer Theil der Zeit nicht genau bemerkt werden kann, so sieht man hieraus, daß die gewöhnliche Theorie des Herrn NEWTONS bey nicht allzu schnellen Bewegungen sehr genau übereintreffe, bey schnellen Bewegungen aber den Widerstand allzuklein anzeige.

gefügten Anmerkungen, angeführten Gründe alle Kraft fast gänzlich zu verlieren scheinen. Insonderheit fällt die letztere daselbst gegebene Art den Widerstand zu bestimmen, wo derselbe der Geschwindigkeit selbst proportional gefunden worden, gänzlich weg: indem der Widerstand nicht zugleich den Geschwindigkeiten des Körpers selbst, und auch ihren Quadraten, proportional seyn kann. Denn ungeachtet es bey einem jeden Körper einen solchen Grad der Geschwindigkeit giebt, für welchen nach beyden Proportionen einerley Widerstand herans kommt, so muß derselbe doch bey allen übrigen Graden der Geschwindigkeit verschieden seyn. Wenn sich nemlich der Körper geschwinder bewegt, so geben die Quadrate der Geschwindigkeit einen grösseren Widerstand, als die Geschwindigkeiten selber: und umgekehrt, wenn sich der Körper mit einem geringeren Grad der Geschwindigkeit bewaget, so geben die Geschwindigkeiten selbst einen grössern Widerstand, als ihre Quadrate. Aus dieser Betrachtung könnte man also einwenden, daß sich öfters diese beyden Unterscheide ersetzen, und also beyde Theorien der Wahrheit gemäß gefunden werden könnten. Insonderheit scheint die letztere Meynung noch dadurch eine neue Kraft zu erhalten, daß in sehr langsamen Bewegungen der Widerstand grösser befunden wird, als die Theorie anzeigt: ungeachtet man gemeinlich diesen Umstand einer Zähigkeit der flüssigen Materie zuschreiben will.

Damit man aber hiervon desto gründlicher urtheilen könne, so wollen wir nach dieser Theorie einige Exempel¹⁾ berechnen. Es sey also c der Diameter der Kugel, und \sqrt{b} ihre Geschwindigkeit, \sqrt{h} aber die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft in einen leeren Raum hinein zu dringen vermögend ist; so wird der Widerstand eines gleich dicken Cylinders dem Gewicht eines Cylinders von Luft gleich seyn, dessen Höhe $= 4\sqrt{bh}$. Der Widerstand der Kugel wird aber dem Gewicht eines gleich dicken Cylinders Luft gleich seyn, dessen Höhe $= \frac{8}{3}\sqrt{bh}$, wenn nemlich $b < h$. Wenn aber $b > h$, so muß die Höhe eines gleich schweren Cylinders genommen werden

$$= \frac{8}{3}\sqrt{bh} + \frac{1}{6b}(\sqrt{b} - \sqrt{h})^3(3\sqrt{b} + \sqrt{h});$$

es ist aber $h = 29100$ Rheinl. Schnle, und dieser letztere Fall findet statt, wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secundo mehr, als 1348 beträgt. Nach der gemeinen Lehre würde der Widerstand dieser Kugel dem Gewicht einer Luft-Säule gleichen, deren Höhe $= \frac{1}{2}b$. Um also zu sehen, wenn die Kugel

1) Siehe hierzu EULERS Vierte Anmerkung zum Ersten Satze dieses Capitols.

nach diesen beyden Theorien einerley Widerstand leiden müßte, nur setzen $\frac{1}{2}b = \frac{8}{3}\sqrt{bh}$, und da kommt $\sqrt{b} = \frac{16}{3}\sqrt{h}$; oder die sich mit einer Geschwindigkeit von 7189 Schuhen in einer Secunde bey kleinern Geschwindigkeiten würde also $\frac{8}{3}\sqrt{bh}$ immer größer $\frac{1}{2}b$, und das um $\frac{16}{31}h$. Bey einer Geschwindigkeit also von einer Secunde, würde der Widerstand nach diesem neuen Begriffe grösser heraus kommen, als nach der gewöhnlichen Art. Da nun der Wahrheit sehr genau überein kommt, so ist klar, daß der alte gar entsetzlich von der Wahrheit abweichen müsse. Wenn man wollte, daß die Geschwindigkeit der Luft, womit dieselbe in eine Röhre hinein dringt, wegen anderer uns verborgenen Umstände nicht anders als wir hier angenommen, so würde doch immer noch etwas sehr heraus kommen. Denn wenn auch $\sqrt{h} = 100$ oder noch weniger wäre, so würde nicht nur bey sehr langsamen Bewegungen der Widerstand noch weit zu groß gefunden werden, sondern man würde auch bey sehr schnellen Bewegungen den Widerstand immer viel kleiner finden, als der üblichen Lehre, da doch nach dieser in solchen Fällen der Widerstand viel zu klein gefunden wird. Es würde derowegen unnöthig seyn, den letztern Begriff von dem Widerstand durch mehr Exempel zu erläutern, da die Unrichtigkeit desselben Sonnen-klar dargethan worden. Aus dem Schluß ziehen, daß man bey dergleichen Untersuchungen die äußerste Behutsamkeit gebrauchen müsse; da es nicht so leicht fällt, wie in der daselbst gebrauchten Methode gefohlet worden, zu dienen aber dieses, die gebräuchliche Lehre von dem Widerstande des Körpers auf langsame Bewegungen um so viel mehr zu bekräftigen, als allen Zweifel zu setzen. Wie aber dieselbe für sehr schnelle Bewegungen verbessert, und zur Vollkommenheit gebracht werden müsse, so wird in den folgenden dargethan werden.

DRITTER SATZ

Wie man die verschiedenen Vermehrungen der widerstehenden Kraft der Luft nach den verschiedenen Geschwindigkeiten der darinn bewegten Körper bestimmen soll?

Da in der Praxi nicht bald solche Schüsse vorkommen, in welchen die Kugel eine grössere Geschwindigkeit, als von 1700 Schuhen erhält, so habe ich auch noch keine Versuche angestellt, um die widerstehende Kraft der Luft zu bestimmen, wenn sich die Kugel mit einer grössern Geschwindigkeit bewegt. Es wird aber auch zu unserem gegenwärtigen Vorhaben genug seyn, wenn wir nur die Veränderungen des Widerstands für alle geringere Grade der Geschwindigkeit anzeigen können.

Nach den Versuchen, welche ich über diese Materie angestellt, wird die widerstehende Kraft der Luft für alle Geschwindigkeiten, welche kleiner sind, als von 1700 Schuhen in einer Secunde, mittelst der folgenden Regel immer sehr genau bestimmt werden können.

Man nehme (Fig. 21) AB zu AC , wie sich verhält die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde, zu der vorgegebenen Geschwindigkeit, für

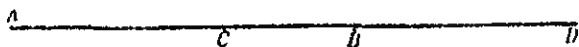


Fig. 21.

welche die widerstehende Kraft der Luft gesucht wird. Ferner verlängere man die Linie AB bis D , dergestalt, daß sich verhalte BD zu AD , wie sich verhält die widerstehende Kraft der Luft für sehr langsame Bewegungen, zu der widerstehenden Kraft für die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in 1". Wenn dieses geschehen, so wird sich CD zu AD verhalten, wie die widerstehende Kraft der Luft für langsame Bewegungen zu der widerstehenden Kraft für den vorgegebenen Grad der Geschwindigkeit, welche durch die Linie AC vorgestellet worden.

ERSTE ANMERKUNG

Nachdem also die gemeine Lehre von dem Widerstand der Luft auf mittelmäßige Bewegungen fest gesetzt, und zugleich dargethan worden, daß für sehr schnelle Bewegungen nach derselben der Widerstand zu klein heraus komme, so muß man in diesen Fällen den Widerstand vermehren, um diese Lehre der Wahrheit völlig gemäß einzurichten. Wir haben auch oben schon die Ursache dieser Vermehrung deutlich genug eingesehen, welche auf diesen zweyen Gründen beruhet, daß erstlich bey sehr schnellen Bewegungen, die Luft nicht vermögend ist, der Kugel zu folgen, wodurch folglich der Widerstand noch mit dem Druck der Luft von vorne vermehret wird. Hernach wird auch in diesen Fällen die Luft vor der Kugel viel dicker, wodurch so wohl der Gegendruck, als der Widerstand vermehret wird. Wenn sich nun diese beyden Umstände aus der Natur der Luft genau bestimmen liessen, so wäre man im Stande, die Lehre von dem Widerstand derselben zur Vollkommenheit zu bringen. Da aber unsere Erkenntniß hierzu keineswegs hinreichend ist, so muß man sich begnügen, aus der Erfahrung diese nöthige Verbesserung, so viel als möglich, genau und der Wahrheit gemäß herzu-leiten. Diesen Weg hat auch der Verfasser erwöhlet, um den Widerstand der Luft auf sehr schnelle Bewegungen in diesem Satz zu bestimmen: und da seine Versuche auf keine grössere Geschwindigkeiten, als von 1700 Schuhen in 1" gerichtet sind, so hat er sich begnügt, eine solche Regel zu geben, welche für alle geringere Grade der Geschwindigkeit den Widerstand eben so, wie er solchen durch die Erfahrung befunden hatte, anzeigte.

Höhe $= \frac{3}{2} v$, ausgedrückt worden. Wir wollen also, um unsere Ausdrückung allgemein zu machen, setzen, daß der wahre Widerstand einer Kugel dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleiche, deren Höhe $= \theta v$: und da ist klar, daß θ eine solche veränderliche Grösse seyn müsse, daß dieselbe, wenn v nicht sehr groß ist, immer $= \frac{1}{2}$ sey: wenn aber v sehr groß wird, einen grössern Werth bekomme, und endlich gar $= \frac{3}{2}$ werde, wenn die Geschwindigkeit der Kugel auf 1700 Schuh in 1" anwächst, das ist, wenn v ungefähr 46400¹⁾ Englische Schuh groß wird. Die ganze Sache kommt also darauf an, daß man für θ eine solche Ausdrückung finde, welche, wenn v nicht merklich groß ist, allezeit $\frac{1}{2}$, wenn aber $v = 46400$, als dem $\frac{3}{2}$ gebe. Dieser Buchstabe θ ist also dasjenige, was der Autor die widerstehende Kraft der Luft nennet, und welche er in diesem Satz für einen jeglichen Fall bestimmt. Um nun aus seiner gegebenen Regel den Werth dieses Buchstabens θ heraus zu bringen, so sey f die Höhe, aus welcher die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in einer Secunde erlangt wird, oder es sey $\sqrt{f} = 1700$, und \sqrt{v} die Geschwindigkeit, für welche die widerstehende Kraft oder der Werth des θ gesucht wird. Es bedeute ferner α den Werth für θ , wenn $\sqrt{v} = \sqrt{f}$, dergestalt, daß in diesem Fall α ungefähr $\frac{3}{2}$ seyn muß; wenn aber \sqrt{v} sehr klein, so muß seyn $\theta = \frac{1}{2}$. Man nenne nun die Linie $AB = a$, so macht der Verfasser erstlich diese Proportion

$$AB(a) : AC = \sqrt{f} : \sqrt{v},$$

hieraus wird

$$AC = \frac{a\sqrt{v}}{\sqrt{f}}.$$

Die zwoyto Proportion des Auleris verhält sich also:

$$BD : AD = \frac{1}{2} : \alpha,$$

welche in diese verwandelt wird:

$$AB : AD = \alpha - \frac{1}{2} : \alpha;$$

hieraus wird

$$AD = \frac{2\alpha a}{2\alpha - 1}.$$

1) EULER ersetzt hier 17² durch 290 und nimmt die Beschleunigung der Schwere zu 31,25 englische Fuß an, was übrigens für die folgende numerische Rechnung belanglos ist. F. R. S

Da nun $AC = \frac{a\sqrt{v}}{\sqrt{f}}$, so wird

$$CD = \frac{2\alpha a \sqrt{f} - (2\alpha - 1)a\sqrt{v}}{(2\alpha - 1)\sqrt{f}}$$

Endlich sagt er, werde seyn

$$CD : AD = \frac{1}{2} : \theta$$

und folglich

$$\theta = \frac{AD}{2CD}$$

Hieraus wird

$$\theta = \frac{\alpha\sqrt{f}}{2\alpha\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\sqrt{v}};$$

und der Widerstand einer Kugel, welche sich mit der Geschwindigkeit \sqrt{v} in der Luft bewegt, wird dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Sphäre von der Höhe

$$= \frac{\alpha\sqrt{f}}{2\alpha\sqrt{f} - (2\alpha - 1)\sqrt{v}} r.$$

Dieser gefundene Werth für θ hat nun die erfordernten Eigenschaften, wenn die Geschwindigkeit \sqrt{v} sehr klein ist, so verschwindet der Term $(2\alpha - 1)\sqrt{v}$ vor $2\alpha\sqrt{f}$, und wird also $\theta = \frac{1}{2}$; wenn aber die Geschwindigkeit \sqrt{v} , 1700 Schuhe in 1" beträgt, oder dem \sqrt{f} gleich wird, so kömmt der Nenner Null zu, wie erfordert worden. Für kleinere Geschwindigkeiten bekommt man andere Werthe, wie aus beygefügter Tabelle, wo wir $\alpha = \frac{3}{2}$ angenommen haben, erhellet.

Wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einer Secunde so viel Englische Schuhhe beträgt:	So ist die widerstehende Kraft der Luft, oder der Werth des Buchstabens θ :
0	0,5000
100	0,5204
200	0,5425
300	0,5667
400	0,5930
500	0,6219
600	0,6538
700	0,6892
800	0,7286
900	0,7727
1000	0,8226
1100	0,8793
1200	0,9444
1300	1,0200
1400	1,1087
1500	1,2143
1600	1,3421
1700	1,5000

man sieht aber leicht, daß man diesen Werth des Buchstabens θ nicht für grössere Geschwindigkeiten gebrauchen könne. Denn wenn $\sqrt{v} = \frac{2a\sqrt{f}}{2a-1}$, das ist, wenn die Geschwindigkeit 2550 Schuh in einer Secunde austragen sollte, würde θ unendlich groß, und müßte in diesem Fall der Widerstand unendlich groß seyn, welches ganz und gar ungereimt wäre. Ob nun gleich der Verfasser dieses wohl eingesehen, und seine Regel nur für kleinere Grade der Geschwindigkeit, als von 1700 Schuhen in 1" ausdrücklich einschränket, so sieht man doch, daß, da dieselbe von der Wahrheit bey grössern Geschwindigkeiten so sehr abweicht, dieselbe auch bey etwas kleineren der Wahrheit nicht völlig gemäß seyn könne. Und da man mit leichter Mühe unendlich viel dergleichen Formeln für θ finden kann, welche eben diese zwey Eigenschaften besitzen, daß erstlich für ganz kleine Geschwindigkeiten $\theta = \frac{1}{2}$, und zweytlich die Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in 1" heraus komme $\theta = \frac{3}{2}$, so wird man der Wahrheit näher kommen, wenn man aus denselben eine solche

erwehlet, welche dieser Ungereimtheit nicht unterworfen ist. Es s
vielmehr, daß man den wahren Widerstand durch eine solche Fo

$$\frac{1}{2} v + p v^n$$

ausdrücken sollte, wo p eine sehr kleine Zahl, und n grösser
Denn auf diese Art kann man gleichfalls die nöthigen Bedin
halten, daß wenn v sehr klein ist, der terminus $p v^n$ in An
 $\frac{1}{2} v$ verschwinde, und wenn v sehr groß, nemlich 46400 Schuh,
der terminus $p v^n$ zwey mahl so groß werde, als der erste $\frac{1}{2} v$
ersten Bedingung ein Genügen zu leisten, wird unumgänglich erf
die Zahl n grösser sey, als 1. Es kommt also nur darauf an, o
dieselbe $\frac{3}{2}$ oder 2 annehmen wolle: im erstern Fall würde diesor
den Cubis der Geschwindigkeit, im andern aber den Quadrato-qu
portional seyn. Wolte man das erstere erwehlen, so findet sich d
rigkeit, daß wenn der Körper zurück gieng, und man folglich die
digkeit \sqrt{v} negativ annähme, der Widerstand $= \frac{1}{2} v - p v \sqrt{v}$ hera
würde, da derselbe doch eben sowohl, als im ersteren Fall $=$
seyn müßte.

Diese Schwierigkeit fällt nun weg, wenn wir für n die Zahl 2
dergestalt, daß der Widerstand durch

$$\frac{1}{2} v + p v^2$$

ausgedrückt wird. Denn hier ist es gleich viel, ob die Geschwindigkeit
affirmative oder negative angenommen wird; ferner kommt auch n
die obige Schwierigkeit nicht zum Vorschein, daß für einen endlich
Geschwindigkeit der Widerstand unendlich groß wird. Diese Form
daher keine geringe Bekräftigung, daß bey sehr langsamen Bewe
Widerstand etwas grösser, als $\frac{1}{2} v$ werde, welche Wirkung der Z
Luft zugeschrieben wird. Es ist aber, wie der grosse Newton gewies
der Zähigkeit weder den Geschwindigkeiten, noch ihren Quadraten
mal, sondern sie bleibt immer einerley.¹⁾ Wenn also diese Zähigk
angedeutet wird, so kommt nach der ordentlichen Lehre der gar

1) I. NEWTON, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Editio tertia,
p. 274. P. R. S.

stand also ausgedrückt $\delta + \frac{1}{2} v$ heraus, wo δ eine so kleine Grösse ist, daß wenn v nicht über die massen klein ist, dieselbe in Ansehung des $\frac{1}{2} v$ gänzlich aus der Acht gelassen werden kann; als wenn zum Exempel δ nur den tausendsten Theil eines Schuhes bedeutete, so verschwindet dasselbe, so bald nur v etliche Zoll groß wird. Weil nun diese Expression $\delta + \frac{1}{2} v$ noch nicht den ganzen Widerstand ausdrückt, wenn v sehr groß ist, und folglich zu derselben noch ein Terminus gesetzt werden muß, so kann derselbe, allem Vermuthen nach, nicht anders als von dieser Form pv^2 seyn. Da wir aber den ersten Terminum δ bey geschwinden Bewegungen, dergleichen wir hier betrachten, gänzlich weglassen können, so wird der Widerstand also $\frac{1}{2} v + pv^2$ ausgedrückt werden müssen. Wenn wir daher gewiß wüsten, daß für eine Geschwindigkeit von 1700 Schuhen in 1", oder wenn $v = 46400$ Schuh, der wahre Widerstand drey-mahl grösser wäre, als nach der gemeinen Regel, so würde sich hieraus der Buchstabe p bestimmen lassen. Denn da müste seyn

$$\frac{1}{2} \cdot 46400 + p \cdot 46400^2 = \frac{3}{2} \cdot 46400,$$

folglich

$$p = \frac{1}{46400}.$$

Wenn aber der Widerstand erst für eine Geschwindigkeit von 1900 Schuhen 3 mahl so groß würde, so bekäme man $p = \frac{1}{58200}$, wobey zu merken, daß 58200 Schuh die doppelte Höhe h geben, welche oben zu Ausdrückung der Elasticität der Luft ist gebraucht worden.¹⁾ Weil uns aber dieser Werth für p noch nicht bekannt ist, so wollen wir für denselben $\frac{1}{2g}$ setzen, dergestalt, daß die wahre Grösse des Widerstands seyn soll

$$= \frac{1}{2} v + \frac{1}{2g} v^2;$$

und wir wollen den wahren Werth von g aus den Experimenten selbst bestimmen. Wenn man im übrigen für $\frac{1}{2g}$ den obigen Bruch $\frac{1}{46400}$ annimmt, so kommt für alle niedrigere Grade der Geschwindigkeit fast eben der Widerstand heraus, als aus des Autoris Regel. Denn wenn wir hier wiederum die

1) Dieser Wert von p entspricht auf rheinländisches Maß bezogen einer Geschwindigkeit von 1907 Schuh. F. R. S.

widerstehende Kraft der Luft durch θ andeuten, so wird

$$\theta = \frac{1}{2} + \frac{v}{46400},$$

oder wenn die Kugel n Schuh in einer Secunde macht, so wird

$$\theta = \frac{1}{2} + \frac{nn}{2890000}.$$

Ist also $n=100$, so wird $\theta=0,5034$, welches kleiner ist, als nach Regel; wird aber $n=800$, so kommt $\theta=0,7214$ fast wie bey θ wenn aber $n > 800$ bis $n=1700$, so sind die hieraus entstehen des θ grösser, als nach dem Autore, welches der Wahrhoit nicht seyn scheint.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir wollen also annehmen, der wahre Widerstand, welchen die sich mit einer Geschwindigkeit \sqrt{v} in der Luft bewege, sey g gleich dicken Cylinder Luft, dessen Höhe

$$= \frac{1}{2} c + \frac{1}{2g} v^2,$$

und wir wollen den Buchstaben g dergestalt bestimmen, daß die Resultate den Experimenten des Verfassers, so viel als möglich, übereinkommen. Nehmen wir daher (Fig. 19) der Diameter der Kugel $=c$, welche sich nach der geraden Linie AB in der Luft dergestalt bewegen soll, daß ihre Geschwindigkeit am Anfang der Bewegung in A sey $=\sqrt{b}$; woraus man die Geschwindigkeit in einem jeglichen Punkt M bestimmen solle, welche sey $=\sqrt{v}$. Den Weg $AM=x$, und die Kugel bestohe aus oiner solchen Materie, die n mahl schwerer sey, als die Luft, folglich wird die Schwere der Kugel gleich dicken Luft-Säule gleichen, deren Höhe $=\frac{2}{3} nc$; und die Schwerkraft wird sich also zu dem Widerstand in M verhalten, wie $\frac{1}{2} v + \frac{1}{2g} v^2$ oder

$$\text{wie } 1 \text{ zu } \frac{3v}{4nc} + \frac{3v^2}{4ncg}.$$

Indem also die Kugel durch den unendlich kleinen Raum $Mm = dx$ fortgeht, so wird seyn:

$$dv = -\frac{3dx}{4nc} \left(v + \frac{vv}{g} \right)$$

oder

$$\frac{3dx}{4nc} = \frac{-g dv}{gv + vv} = -\frac{dv}{v} + \frac{dv}{g+v},$$

welches gehöriger massen integrirt gibt

$$\frac{3x}{4nc} = l \frac{b(g+v)}{v(g+b)},$$

oder wenn e für die Zahl angenommen wird, deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$, so wird

$$e^{\frac{3x}{4nc}} = \frac{b(g+v)}{v(g+b)}$$

oder

$$e^{\frac{3x}{4nc}} be + e^{\frac{3x}{4nc}} gv = bg + bv,$$

woraus man erhält

$$g = \frac{(e^{\frac{3x}{4nc}} - 1)bv}{b - e^{\frac{3x}{4nc}}v},$$

wobey zu merken, daß wenn $\frac{3x}{4nc}$ ein sehr kleiner Bruch, alsdenn beynähe sey

$$e^{\frac{3x}{4nc}} = 1 + \frac{3x}{4nc} + \frac{9xx}{2 \cdot 16n^2c^2} + \text{etc.}$$

In den von dem Autore angeführten Exempeln war nun, weil die Kugel von Bley gewesen, $n = 9647$, und der Diameter der Kugel $c = \frac{3}{4}$ Zoll. Ferner hatte die Kugel anfänglich eine Geschwindigkeit von 1670 Engl. Schuhen in einer Secundo, daher $b = 41990$ Rheintl. Schuhe oder 43237¹⁾ Engl. Schuhe. Wir wollen hierzu das zweyto Exempel des Autoris in Betrachtung ziehen, worinn die Kugel, nachdem dieselbe einen Weg von 100 Schuhen durchgelaufen, noch eine Geschwindigkeit von 1425 Schuhen in einer Secunde behalten. Also verhält sich $\sqrt{b} : \sqrt{v} = 1670 : 1425$; und $b : v = 103 : 75$ bey nahe. Hernach da $x = 100$ Schuh, so wird

$$\frac{3x}{4nc} = 0,12439^2,$$

1) Im Original 42190.

2) Im Original 0,12436.

Berichtigt von F. R. S.

folglich

$$e^{\frac{3x}{4nc}} = 1,13242$$

und daher wird

$$g = \frac{0,13242 \cdot 75}{103 - 75 \cdot 1,13242} b = \frac{9,93150}{18,0685} b^1),$$

oder da $b = 41990$ Rheinl. Schuh, so wird $g = 23080^3)$ Rheinl.

Im dritten Exempel war $\sqrt{b} = 1690$ Schuh, $x = 150$ $\sqrt{c} = 1300$ Schuh, daher $\frac{3x}{4nc} = 0,18654$ und $e^{\frac{3x}{4nc}} = 1,20507$ und

$$g = \frac{0,20507 v}{b - 1,20507 v} b.$$

Da nun

$$\sqrt{b} : \sqrt{v} = 13 : 10 \quad \text{und} \quad b : v = 169 : 100,$$

so wird

$$g = \frac{20,507}{48,493} b.$$

Es ist aber $b = 42981$ Rheinl. Schuh, und wird also $g = 18176$

Wir wollen nun den Werth von g noch aus dem 4ten Experimenten, in welchem, wie in den vorhergehenden, war $c = \frac{3}{4}$ Zoll. Die Geschwindigkeit der Kugel in A aber war $\sqrt{b} = 1180$ Schuh, dieselbe den Raum $x = 225$ Schuh durchlaufen, war $\sqrt{v} = 950$ s wird $\frac{3x}{4nc} = 0,27986$ und also $e^{\frac{3x}{4nc}} = 1,32294$ folglich

$$g = \frac{0,32294 v}{b - 1,32294 v} b.$$

Es ist aber $b : v = 13924 : 9025$ und daher wird

$$g = \frac{2914,5335}{1984,4665} b.$$

Nun aber ist hier $b = 20958$ Rheinl. Schuh, derowegen wird g Schuh.

Aus diesen drey Experimenten des Autoris haben wir verschiedene Werthe für die Buchstaben g bekommen, nemlich

1) Im Original $\frac{9,93150}{18,86758} b.$ 2) Im Original 22102. Berichtig

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } g = 23080^1) \\ \text{II. } g = 18176 \\ \text{III. } g = 30781 \end{array} \right\} \text{Rheinl. Schuh.}$$

Wenn man nun zwischen diesen ein Mittel nimmt, so kommt heraus $g = 24012^2)$. Da aber in dem dritten die Kugel einen weit grösseren Weg, als in den beyden andern beschrieben, und auch der Unterschied zwischen den Geschwindigkeiten in A und M grösser gewesen, so hat die Unrichtigkeit der Ausmessungen in dem letzten Experiment keinen so grossen Einfluß haben können, als in den andern, und daher scheint der letzt gefundene Werth des g der Wahrheit am meisten gemäß zu seyn. Weil man aber doch Ursache zu vermuthen hat, daß derselbe noch etwas zu groß ist, die Höhe einer natürlichen Luft-Säule aber, welche der elastischen Kraft der Luft gleich ist, etwas kleiner gefunden wird, so scheint der Wahrheit gemäß zu seyn, daß dieser Buchstabe g dieser Höhe accurat gleich sey. Wir haben aber oben diese Höhe etwas zu groß angesetzt, weil wir daselbst die Luft 861 mahl leichter, als das Wasser genommen haben. Wenn wir also [für die Höhe] einer Quecksilber-Säule, deren Gewicht der Elasticität der Luft gleich ist, 30 Englische Zoll oder $2\frac{1}{2}$ Schuh annehmen, das Quecksilber aber 13,575 mahl schwerer, als Wasser, und 11538 mahl schwerer, als Luft setzen, so kommt die Höhe einer natürlichen Luft-Säule, deren Gewicht der Elasticität der Luft gleich ist, = 28845 Englische, oder 27979 Rheinl. Schuh, und also werden wir uns am allerwenigsten von der Wahrheit entfernen, wenn wir für g diese Höhe annehmen. Da wir nun bisher den Buchstaben h für diese Höhe gebräuchl. haben, welcher folglich diesen Werth haben wird

$$h = 28845$$

Engl. Schuh oder

$$h = 27979$$

Rheinl. Schuh, so wird $g = h$, und daher ist der Widerstand einer Kugel gleich dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule, deren Höhe = $\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$. Die widerstehende Kraft der Luft, welche hier durch $\frac{1}{2} + \frac{v}{2h}$ ausgedrückt wird, ist also um so viel grösser, je geschwinder sich die Kugel bewegt, und das fast nach

1) Im Original 22102.

2) Im Original 23686.

Berichtigt von F. R. S.

eben der Luft, welche auf die Kugel g wirkt. Die Geschwindigkeit der Kugel, deren Widerstand drey-mahl grösser der gemeinen, 1870 Rheinl. oder 1926 Engl. Schuh. Der Autor der Meynung zu seyn, als wenn dieses schon bey einer Geschw. 1700 Schuhen in 1" geschehe; der Unterscheid ist aber bey so vielen Umständen, welchen die Versuche unterworfen sind, nicht so groß in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Im übrigen bekömmt die Uebereinstimmung der Buchstaben g und h die Wahrhoyt unserer Vermuthung wenig, weil man vorher hätte sehen können, daß der Widerstand durch die Elasticität der Luft bestimmt werden müßte. Denn die Vermehrung des Widerstands, theils von der Verdickung der Luft vor der Kugel, theils von der Verdünnung hinter derselben herkommt. Umstände aber auf der Elasticität der Luft beruhend, so kann die Vermehrung keiner andern Ursache, als der Elasticität der Luft, zugeschrieben werden. Man siehet auch ferner, daß je grösser die Elasticität der Luft, je geringer die entstehende Verdickung vor der Kugel, und die Verdünnung hinter derselben seyn müsse; indem alsdenn die Luft mehr Kraft hat, mit der umliegenden ins Gleichgewicht zu setzen. Hieraus folgt, je grösser die Elasticität der Luft ist, je kleiner der Zuwachs des Widerstands werden, und daß derselbe, wenn die Elasticität unendlich groß wird, verschwinden müsse. Eben dieses weiset auch die gefundene Formel $\frac{1}{2}v + \frac{1}{2h}vv$, in welcher der Zusatz $\frac{1}{2h}vv$ um so viel kleiner wird, je man die Höhe h , wodurch die Elasticität der Luft ausgemessen wird, und wenn h gar unendlich groß gesetzt werden sollte, so würde $\frac{1}{2h}vv$ gänzlich verschwinden, wie solches die Natur der Sache erfordert. Eben diese Eigenschaften würden zwar auch Statt finden, wenn für g an Statt h , entweder $2h$ oder $3h$, oder auch $\frac{1}{2}h$ setzen würde. Ist aus den obigen Rechnungen leicht zu sehen, daß, um den Widerstand ein Genügen zu leisten, für g weder $\frac{1}{2}h$ noch $2h$, noch viel mehr genommen werden könne. Dahero diese Simplicität, daß just die Hälfte des Werth von g am nächsten gekommen, die Gewißheit unserer Vermuthung um so vielmehr bestärket, indem dergleichen Ausdrücke der Natur der Sache meistens gemäß befunden werden. Wenn also diese unsere Vermuthung den Widerstand der Luft zu bestimmen, mit der Wahrhoyt gänzlich übereinstimmt, ungeachtet dieselbe hier bloß aus der Erfahrung hergeleitet worden, so ist doch kein Zweifel, daß man dieselbe nicht auch aus der Theorie ableiten könnte.

heraus bringen können. Und da man von der Wahrheit derselben zum Voraus versichert ist, so kann die Betrachtung derselben nicht wenig zu einer vollkommenen Erkenntniß der Natur und wahren Ursache des Widerstands, als welche, wie aus dem obigen zur Gnüge erhellet, noch sehr unvollständig ist, beitragen.

VIERTER SATZ

Wie man die Geschwindigkeit, mit welcher Mafßketen- und Canonen-Kugeln durch Hülfe der gewöhnlichen Ladung Pulver heraus geschossen werden, bestimmen soll?

Aus den in dem 7ten Satz des ersten Capitols angestellten, und durch die folgenden Versuche bekräftigten Rechnungen erhellet, daß eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter und $1\frac{1}{3}$ Unzen Avoirdupoise am Gewicht, wenn dieselbe mit dem halben Gewicht Pulver aus einem Lauf, der 45 Zoll lang ist, heraus geschossen wird, eine solche Geschwindigkeit erhalte, mit welcher dieselbe nach einer gleichförmigen Bewegung 1700 Schuh in einer Secunde zurück legen würde.

Wenn man, an statt einer bleyernen Kugel, eine eiserne von gleicher Grösse und unter gleichen Umständen in den Lauf laden, und mit der vorigen Ladung Pulver herausschiessen sollte, so würde diese eiserne Kugel eine grössere Geschwindigkeit erhalten, als die bleyerne, und das nach der Verhältniß der Quadrat-Wurzeln aus der Schwere des Bleys zur Schwere des Eisens. Wenn wir nun diese Verhältniß setzen wie 3 zu 2, und nach den an dem angeführten Ort gegebenen Regeln die Rechnung anstellen, so wird man finden, daß eine eiserne Kugel, so 24 Pfund schwer, wenn dieselbe aus einem Stück, dessen Seelo 10 Schuh lang, mit 16 Pfund Pulver geschossen wird, dadurch eine solche Geschwindigkeit erhalten werde, womit dieselbe, nach einer gleichförmigen Bewegung, beynah 1650 Schuh in einer Secunde durchlaufen könnte.

Dieses ist also die Geschwindigkeit, welche eine Canon-Kugel von 24 Pfund nach unserer Theorie erhalten muß, wenn dieselbe mit voller Ladung heraus geschossen wird. Wenn man aber an statt dieser Ladung Pulver, welche $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel anträgt, nur die Hälfte des Gewichts der Kugel nemlich 12 Pfund laden sollte, so wird nach oben diesen Regeln die Geschwin-

1) Die Geschwindigkeit der Kugel in einer Sekunde nicht mehr, als 1450/3 Schuß zu
 diese Geschwindigkeit wird auch bey allen kleinern Kugeln Sta
 ferne dieselben nur mit einer ähnlichen Ladung Pulver gesch
 und die Länge des Laufs zum Diameter der Kugel beständig ein
 niß behält. Ob man aber gleich in der Artillerie bey den kle
 diese Verhältniß zwischen der Länge der Seele und dem Diamo
 nicht zu beobachten pflegt, so ist doch der Unterscheid nicht
 die hier bestimmte Geschwindigkeit viel von der Wahrheit abv
 welches vermittelt der Rechnung ein jeder leicht befinden wir

Wir setzen aber bey diesen Bestimmungen zum voraus,
 raum nicht grösser sey, als eben nöthig ist, die Kugel in de
 hinein zu bringen, ungeachtet es in der That entweder aus
 oder Unwissenheit öfters zu geschehen pflegt, daß der Diameter
 den Diameter der Kugel so sehr überschreitet, daß ein grosser t
 treibenden Gewalt des Pulvers an den Seiten heraus dringt: i
 Fall mag freylich die Geschwindigkeit der Kugel sehr merklich
 als wir hier bestimmt haben. Inzwischen ist es doch wahrs
 ein guter Theil dieses Verlusts durch den Zuwachs der grösser
 mit, wie oben in dem sechsten Satz angemerket worden, derg
 Ladungen Pulver allem Ansehen nach begleitet sind, ersetzt v

ZUSATZ

Die Betrachtung dieser hier bestimmten erstaunlichen O
 der Canonen-Schüsse kann dienen, um eine Schwierigkeit aufzu
 verschiedene Autores, welche über die gemeine Lehre der Artille
 haben, sind veranlasset worden, auf eine ganz ausserordentliche
 Meynung zu verfallen. Diese Schwierigkeit, wovon ich rede, be
 sogenannten Kernschuß, oder der Weite, durch welche die K
 einer geraden Linie, wie man sich die Sacho vorzustellen pflegt
 Unser ANDERSON¹⁾ hatte durch viele Versuche befunden, daß
 Kugeln und Bomben im ersten Anfang ihrer Bewegung nicht so
 war, als dieselbe nach den Grundsätzen des GALILEI, wenn man
 die Weite des Schusses in Vergleichung ziehet, hätte seyn so
 diesen Umstand nach seiner Theorie zu erklären, so hat er ge

1) Siehe die Anmerkung 2 p. 36. F. R. S.

einem jeglichen Schusse die Kugel durch eine gewisse Weite von der Mündung des Stücks in einer geraden Linie fortgehe, und daß die Kraft der Schwebre auf dieselbe inzwischen keine Wirkung habe. Durch dieses Mittel dachte er die Lehre von der parabolischen Bewegung zu retten, und stimmte zugleich der gemeinen Meynung, welche die practischen Scribenten überhaupt hierüber gegeben, bey. Wenn man aber auch gleich diese Beobachtung auf keine bessere Art erklären könnte, so würde doch verhoffentlich nicht nöthig seyn, eine so ungereimte Meynung, dergleichen die Aufhebung der Kraft der Schwebre ist, zu widerlegen. In der That aber hat sich der Anderson darinn betrogen, daß er nicht gewußt, wie sehr die erste Geschwindigkeit der schwehrsten Canonen-Schüsse durch den Widerstand der Luft während der Bewegung verändert wird. Hieraus ist es auch nicht schwer, die gemeine Meynung der practischen Artilleristen zu erklären, wenn dieselben behaupten, daß eine jede Canonen-Kugel auf eine gewisse Weite von dem Stück in einer geraden Linie fortgehe, welche eingeübete Weite sie den Kern-Schuß zu nennen pflegen. Denn hierzu haben wir nicht mehr nöthig, als darzuthun, daß in dieser also bestimmten und benannten Weite die Abweichung der Bahn, worinn sich die Kugel bewegt, von einer geraden Linie so geringe ist, daß sie dieselbe nach ihrer Art nicht zu bemerken vermögend sind. Da nun eine Kugel von 24 Zoll welche mit einer Ladung von $\frac{2}{3}$ ihres Gewichts Pulver geschossen wird, in einer Weite von 1500 Schritten von dem Stück nicht mehr von ihrer ersten Richtung, als um einen Winkel, so nur etwas wenig grösser ist, als ein halber Grad, abweicht, so werden diejenigen, denen die ungewissen Methoden bekannt sind¹⁾, nach welchen die Stücke öfters gerichtet zu werden pflegen, leicht erkennen, daß eine so geringe Abweichung als diese ist, von den gemeinen Hanfen der Artilleristen nicht wohl bemerkt werden könne, und daß dieselben folglich diesen Theil der Bahn, in welcher sich die Kugel bewegt, unfehlbar als eine gerade Linie ansehen müssen: insonderheit da noch öfters andere Fehler mitunterlanfen, welche vielmehr antragen, als die Krümmung dieser Linie, welche von der Kraft der allgemeinen Schwebre verursacht wird.

In diesem Satz ist also die Geschwindigkeit der Kugel, so wohl wenn die Ladung an Pulver zwey Drittel ihres Gewichts, als wenn dieselbe nur die Helfte austrägt, bestimmt worden. Ich muß aber bey dieser Gelegenheit erinnern, daß nach den Gründen unserer Theorie, welche in dieser Abhandlung fest ge-

1) Die Worte *bekannt sind* fehlen im deutschen, nicht aber die entsprechenden im englischen Original. P. R. S.

geschwindigkeit der Kugel dadurch nur biß auf einen gewissen Grad vermindert werden könne; dergestalt, daß man für einen jeglichen Fall eine Ladung anzeigen kann, durch welche die Kugel am geschwächtesten getrieben wird: und wenn man noch mehr Pulver laden sollte, so würde die Geschwindigkeit der Kugel geringer seyn würde. Diese Linie AD theilt der Kugel die größte Geschwindigkeit mittheilet, und die Verhältnisse der Geschwindigkeit zu denjenigen, welche von grössern oder kleineren Ladungen herkommen, kann folgender Gestalt ansündig gemacht werden.

Man stelle sich die Linie AB (Fig. 22) als die Axe des Schusses vor, und ziehe darauf die Perpendicular-Linie AC ; zwischen diesen Linien

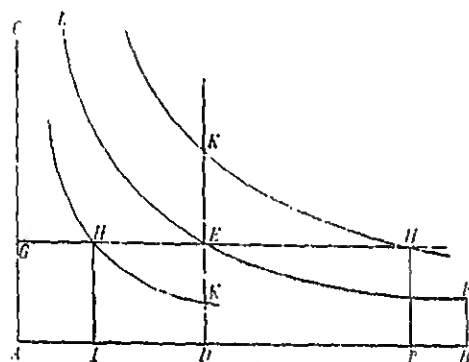


Fig. 22.

als den Asymptoten, lege eine Hyperbel LEP , die Linie BP parallel mit AC an, so finde man das Punkt D so, daß das Viereck $ADGE$ gleich wird dem hyperbolischen Raum DEP . Wird die Linie AD als die Ladung anzeigen, welche die allergröste Geschwindigkeit mittheilet. Da sich nun die Lehre von den Logarithmen ist, AD zu AB verhält, wie 2,71828, so wird aus

der Linie AD , welche solchergestalt gefunden worden, und aus der Mündung, die Menge des Pulvers, so zu dieser Ladung erforderlich sein, bestimmt werden können.

Wenn man aber an statt dieser Ladung eine andere annimmt, so ziehe man eine Linie AI einnimmt, so ziehe man eine Linie BE parallel, und beschreibe durch das Punkt H zwischen den vorhin gezogenen Linien AB und AC eine Hyperbel HK . Wenn dieses geschehen, so wird die Verhältnisse der gröste Geschwindigkeit zu der Geschwindigkeit, welche der Kugel mit der Ladung AI eingedruckt wird, verhalten, wie die Quadrat-Wurzel aus dem Viereck AE zu der Quadrat-Wurzel aus einem Raum, welcher man von dem Viereck AE die dreylinichte Figur HEK wegnimmt. Dieses folgt leicht aus den Grundsätzen, welche in dem siebenten Kapitel fest gesetzt worden.

ERSTE ANMERKUNG

Nachdem der Autor im ersten Kapitel nur die Geschwindigkeit von kleinen Mußketen-Kugeln ausgerechnet, und durch die Erfahrung vermittelst seiner Penduli bestätigt hatte, so zieht derselbe allhier die Canonen-Kugeln in Betrachtung; und da die Geschwindigkeit derselben nicht durch die vorher gebrauchte Maschine bestimmt werden kann, so begnügt er sich, dieselbe bloß allein aus seiner Theorie heraus zu bringen. Denn, weil bey kleinen Kugeln sich kein merklicher Unterschied zwischen der Theorie und der Erfahrung geäußert, so konnte er mit dem größten Grunde vermuthen, daß die Theorie auch bey grossen Kugeln mit der Erfahrung übereinstimmen würde. Und ob zwar gleich der Spielraum in Canonen nach Proportion weit grösser ist, als in Mußketen, und dadurch folglich vielmehr von der forttreibenden Gewalt des Pulvers verlohren geht, so ist hinwiederum bey Canonen-Schüssen die Erhitzung, welche durch die Entzündung des Pulvers verursacht wird, seiner Meynung nach grösser, als in kleinen Schießgewehren; und da hierdurch die forttreibende Kraft des Pulvers vermehret wird, so mag durch diesen Zuwachs der Gewalt der gedachte Abgang ungefehr ersetzt werden. Wir haben schon oben bemerkt, wie viel Umstände der Autor in Berechnung der Geschwindigkeit der Kugel aus der Acht gelassen. Da aber dieselben hauptsächlich bey Untersuchung der Natur und der wahren Kraft des Pulvers in Betrachtung gezogen werden müssen, so kann es zu dem gegenwärtigen Endzweck genug seyn, eine solche Formel, wodurch die Geschwindigkeit der Kugel ausgedruckt wird, zu erwählen, welche mit der Experientz bey kleinern Kugeln übereinstimmend befunden worden, wenn in derselben auch gleich nicht auf alle Umstände gesehen wird. Denn es ist zu vermuthen, daß eine solche Regel, welche für kleine Kugeln der Wahrheit gemäß gefunden worden, auch für grosse Kugeln nicht so sehr von der Wahrheit abweichen werde; insonderheit da man in diesem Stück kein vollkommene Erkenntniß hoffen kann.

Wir wollen also hierzu die in der Anmerkung zu dem letzten Satz des vorigen Kapitels gegebene Formel gebrauchen, als welche keine weitläufige Rechnung erfordert, und für kleine Kugeln fast oben diejenige Geschwindigkeit gibt, welche durch die Erfahrung befunden worden. Da sich aber in derselben zwey Buchstaben m und n befinden, welche auf der Güte des Pulvers beruhet, so wollen wir dafür diejenigen Werthe ansetzen, welche das Gouvernement Pulver, so der Autor gebrauchet, denselben beygelegt; es wird also ungefehr

$a = 244$ und $k = 425b$. Dieses vorausgesetzt, so sey die Länge des Laufs $= a$, die Länge des Raums hinter der Kugel, welcher mit Pulver gefüllt wird, $= b$, und k die Höhe einer Luft-Säule, so dem Gewicht der Kugel gleich ist, und h die Höhe einer Luft-Säule, welche die Kugel ausmisst, dergestalt, daß $h = 27980$ Rheinl. Schuh, wie wir befunden haben, sei v die Höhe, aus welcher ein fallender Körper eben diejenige Geschwindigkeit erlangt, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird, und diese Vergleichung gefunden:

$$v = \frac{244\beta bh}{k + 425b} \sqrt{\frac{800a}{404b} - \frac{396b}{404b}}.$$

Es ist aber nach dem Autore $244\beta = 1000^2$, und wenn wir $\frac{800a}{404b} - \frac{396b}{404b}$ für die Zahlen 396 und 404 die runde Zahl 400 setzen, so wird der Werth dieses Bruchs nicht merklich verändert wird, so be-

$$v = \frac{1000bh}{k + 425b} \sqrt{\frac{2a - b}{b}}.$$

Setzt man nun hier für des Autoris erstes Experiment $a = 45$ Zoll, $k = 4900$ Zoll, so kommen für die Geschwindigkeit der Kugel 1684 Zoll in einer Secunde, welches mit der Wahrheit ziemlich genau übereinstimmt. Wenn nun c für den Diameter der Kugel [gesetzt wird], und die Masse der Kugel n mahl schwerer ist, als die Luft, so wird $k = \frac{2}{3}nc$. Da nun das Gewicht des Pulvers ist $= 850b$, so wird sich das Gewicht der Kugel P zur Ladung verhalten, wie k zu $850b$. Es sey also das Gewicht der Kugel $= P$, das Gewicht der Ladung $= Q$, so wird seyn $k : 850b = P : Q$. Derowegen da in den Schüssen die Verhältnisse des Gewichts der Kugel und des Pulvers gegeben zu werden pflegt, hieraus diese Aequation

$$v = \frac{1000Qh}{425(2P + Q)} \sqrt{\frac{2a - b}{b}},$$

oder da $h = 27980$ Rheinl. Schuh, so wird

$$v = \frac{65700Q}{2P + Q} \sqrt{\frac{2a - b}{b}}$$

Rheinl. Schuh.

1) Siehe p. 234.

2) Siehe p. 205.

F. R. S.

Ferner da $k = \frac{2}{3} nc$, so wird

$$P : Q = \frac{2}{3} nc : 850b = nc : 1275b,$$

folglich

$$b = \frac{nQc}{1275P};$$

und wird also b durch den Diameter der Kugel c bestimmt. Es pflegt aber auch die Länge des Stücks a in solchen Diametern ausgedrückt zu werden wenn wir also setzen, daß $a = ic$, so wird

$$a : b = i : \frac{nQ}{1275P} = 1275iP : nQ$$

und also wird

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{2550iP - nQ}{nQ}$$

Rheinl. Schuh. Wenn nun, wie für die Canonen zu seyn pflegt, die Kugel von Eisen ist, so wird $n = 6647$ oder 6650 , daher für eiserne Kugeln seyn wird

$$v = \frac{65700Q}{2P+Q} l \frac{51iP - 133Q}{133Q}.$$

Rheinl. Schuh. Wenn also die Ladung Q halb so schwer genommen wird als die Kugel P , so bekommen wir

$$v = 13140 l \frac{102i - 133}{133}$$

Rheinl. Schuh. Beträgt aber die Ladung Q $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel so wird

$$v = 16425 l \frac{153i - 266}{266}$$

Rheinl. Schuh, und diese zwey Fälle werden hier von dem Autore in Betrachtung gezogen. Wir wollen aber noch über dieses setzen, daß die Ladung Q drey Viertel des Gewichts der Kugel ausmache, so wird

$$v = 17918 l \frac{204i - 399}{399}$$

Rheinl. Schuh.

$m = 244$ und $n = 850$. Dieses vorausgesetzt, so sey die Länge a des Laufs $= a$, die Länge des Raums hinter der Kugel, welcher mit Pulver gefüllt wird, $= b$, und k die Höhe einer Luft-Säule, so dem Gewicht der Kugel gleich ist, und h die Höhe einer Luft-Säule, welche die Elasticität ausnißt, dergestalt, daß $h = 27980$ Rheintl. Schuh, wie wir befunden haben, sei v die Höhe, aus welcher ein fallender Körper oben diejenige Geschwindigkeit erlanget, mit welcher die Kugel heraus gedrungen wird, und durch diese Vergleichung gefunden:

$$v = \frac{244\beta bh}{k + 425b} \sqrt{\frac{800a - 396b}{404b}}.$$

Es ist aber nach dem Autore 244 $\beta = 1000$), und wenn wir in $\frac{800a - 396b}{404b}$ für die Zahlen 396 und 404 die runde Zahl 400 setzen, und der Werth dieses Bruchs nicht merklich verändert wird, so bekommt man

$$v = \frac{1000bh}{k + 425b} \sqrt{\frac{2a - b}{b}}.$$

Setzt man nun hier für des Autoris erstes Experiment $a = 45$ Zoll, $b = 4900$ Zoll, so kommen für die Geschwindigkeit der Kugel 1684 Fugl in einer Secunde, welches mit der Wahrheit ziemlich genau übereinstimmt. Wenn nun c für den Diameter der Kugel [gesetzt wird], und die Materie n mahl schwerer ist, als die Luft, so wird $k = \frac{2}{3}nc$. Da nun das Gewicht des Pulvers ist $= 850b$, so wird sich das Gewicht der Kugel zu dem der Ladung verhalten, wie k zu $850b$. Es sey also das Gewicht der Kugel $= P$, das Gewicht der Ladung $= Q$, so wird seyn $k : 850b = P : Q$ oder $k : b = 850P : Q$. Derowegen da in den Schüssen die Verhältniß zwischen dem Gewicht der Kugel und des Pulvers gegeben zu werden pflegt, so hieraus diese Aequation

$$v = \frac{1000Qh}{425(2P + Q)} \sqrt{\frac{2a - b}{b}},$$

oder da $h = 27980$ Rheintl. Schuh, so wird

$$v = \frac{65700Q}{2P + Q} \sqrt{\frac{2a - b}{b}}$$

Rheintl. Schuh.

1) Siehe p. 234.

2) Siehe p. 265.

1275
 wird also b durch den Diameter der Kugel c bestimmt. Es pflegt aber die Länge des Stücks a in solchen Diametern ausgedrückt zu werden; wir also setzen, daß $a = ic$, so wird

$$a : b = i : \frac{nQ}{1275P} = 1275iP : nQ$$

also wird

$$c = \frac{65700Q}{2P+Q} t^{\frac{2550iP-nQ}{nQ}}$$

l. Schuh. Wenn nun, wie für die Canonen zu seyn pflegt, die Kugel von 12 ist, so wird $n = 6647$ oder 6650 , daher für eiserne Kugeln seyn wird

$$c = \frac{65700Q}{2P+Q} t^{\frac{51iP-133Q}{133Q}}$$

l. Schuh. Wenn also die Ladung Q halb so schwer genommen wird, die Kugel P , so bekommen wir

$$c = 13140 t^{\frac{102i-133}{133}}$$

l. Schuh. Beträgt aber die Ladung Q $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel P , wird

$$c = 16425 t^{\frac{153i-266}{266}}$$

l. Schuh, und diese zwey Fälle werden hier von dem Antoro in Betracht gezogen. Wir wollen aber noch über dieses setzen, daß die Ladung Q ein Viertel des Gewichts der Kugel ausmache, so wird

$$c = 17918 t^{\frac{204i-399}{399}}$$

l. Schuh.

Und wenn endlich die Ladung Q an Pulver dem Gewicht der Kugel gleich genommen wird, so bekommt man

$$v = 21900 \sqrt{\frac{51i - 133}{133}}.$$

Der Autor betrachtet ferner nur die Schüsse einer halben Carthaunen, dem er das Gewicht der Kugel 24 ℓ setzt; wir wollen aber hier anstatt der Formeln die Geschwindigkeit der Kugeln für alle gebräuchliche Arten von Stücken ansprechen. Hier kommen also erstlich vor die ganzen Carthaunen, aus welchen 48pfündige Kugeln geschossen werden; in denselben pflegen wir $i = 20$ zu seyn. Hernach folgen die drey Viertel-Carthaunen, welche Kugeln von 36 ℓ schiessen; in diesen ist gemeiniglich $i = 20$. Drittens kommen die halben Carthaunen, so 24pfündige Kugeln schiessen, und in welchen $i = 24$. In den Viertel-Carthaunen von 12pfündigen Kugeln ist $i = 26$, in Achtel-Carthaunen von 6pfündigen Kugeln ist $i = 27$. In Regiments-Stücken ist aber selten i als 18. Außer diesen pflegen noch andere Arten Stücke gebraucht zu werden, als da sind die ganzen Feldschlangen, aus welchen 18pfündige Kugeln geschossen worden, in diesen ist $i = 30$; für halbe Feld-Schlangen ist $i = 32$. Viertel- oder vielmehr Drittel-Feldschlangen, weil die Kugeln 6 Pfund wiegen, ist $i = 34$. In Quartier-Feldschlangen oder Falkonets ist $i = 36$; in den halben Falkonets ist $i = 38$, und in den Serpentineln ist $i = 40$. Aus allen diesen verschiedenen Arten von Stücken wird also die Kugel mit einer solchen Geschwindigkeit heraus geschossen, als die nachfolgende Tabelle anzeigt, welche aus 4 Columnen besteht. Die erste gilt, wenn das Gewicht der Ladung so groß ist, als das Gewicht der Kugel, die andere, wenn die Ladung das doppelte Gewichts der Kugel austrägt; die dritte ist für die Ladung, welche das dreifache Gewichts der Kugel ausmacht, und die vierte, wenn die Ladung der Kugel das vierfache ist. Die Geschwindigkeit ist endlich in Rheinl. Schuhen ausgedrückt, die die Kugel in einer Secunde durchlaufen würde.

	h. Lad.	$\frac{2}{3}$ Lad.	$\frac{1}{2}$ Lad.	g. Lad.	$\frac{1}{4}$
ganze Carth.	1447	1515	1535	1559	18
3viert. Carth.	1479	1554	1577	1612	20
halbe Carth.	1532	1618	1647	1697	24
viertel Carth.	1554	1645	1676	1733	26
achtel Carth.	1565	1657	1690	1749	27
Reg.-Stück	1447	1515	1535	1559	18
g. Feld-Schl.	1593	1692	1727	1794	30
h. Feld-Schl.	1610	1712	1749	1821	32
dr. Feld-Schl.	1626	1731	1769	1845	34
Falkonets	1642	1749	1788	1868	36
h. Falkonets	1656	1766	1806	1889	38
Serpentinel	1669	1781	1823	1909	40

Ans diesem Täflein sieht man also, daß, wenn die Ladung zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß hat, alsdenn die Geschwindigkeit der Kugel um so viel grösser heraus komme, je mehrmahl der Diameter der Kugel in der Länge des Stücks enthalten ist. Also treibet eine ganze Carthanne ihre Kugel mit einer geringeren Geschwindigkeit heraus, als eine halbe Carthanne, welches denen Artilleristen, welche von dem Widerstand der Luft keinen rechten Begriff haben, unglaublich und ungereimt vorkommen wird. Denn da durch die Erfahrung bekannt ist, daß unter einerley Richtung der Schuß einer ganzen Carthanne weiter reicht als einer halben, so scheint daraus zu folgen, daß auch die Kugel der ganzen Carthanne eine grössere Geschwindigkeit haben müsse, als einer halben. Dieser Schluß würde seine völlige Richtigkeit haben, wenn entweder der Widerstand der Luft gar nicht vorhanden, oder doch nicht merklich wäre, wie man insgemein dafür zu halten pflegt; denn alsdenn müßte auch ohne Zweifel ein Schuß unter einerley Richtung des Stücks um so viel weiter reichen, je grösser die Geschwindigkeit wäre, mit welcher die Kugel heraus getrieben wird. Weil aber der Widerstand der Luft so erstaunlich groß ist, wie allbereit dargethan worden, und derselbe insonderheit von der Größe der Kugel abhängt, so ist es möglich, daß eine grössere Kugel weiter reicht, als eine kleinere, wenn auch jener anfanglich eine kleinere Geschwindigkeit eingedruckt worden, als dieser. Um dieses begreiflicher zu machen, so ist zu merken, daß die Wirkung des Widerstands nicht so wohl ans der Grösse

desselben selbst, als aus der Verhältniß desselben zum Gewicht der Kugel urtheilet werden müsse. Wenn wir uns also zwey Kugeln von gleichem Durchmesser vorstellen, wovon die erste dem Diameter nach zweymahl so groß als die andere, so wird das Gewicht der ersten acht mahl grösser als der andern. Ob nun gleich der Widerstand der ersten viermahl grösser als der andern, wenn ihre Geschwindigkeiten einander gleich sind, so wird der Widerstand sich nach den Oberflächen, oder nach den Quadraten des Durchmessers richten, so wird doch die Wirkung des Widerstands der ersten sich zur andern verhalten, nicht wie 4 zu 1, sondern wie $\frac{4}{8}$ zu 1, d. h. wie 1 zu 2. Wird die Wirkung des Widerstands in der ersten und größten Kugel halb so groß seyn, als in der andern. Hieraus erhellet nun, daß beyden Kugeln mit einerley Geschwindigkeit und Richtung geworfen, die erstere nothwendig viel weiter reichen würde, als die andere; beyde gleich weit gehen sollten, so würde die grössere anfanglich einen andern Grad der Geschwindigkeit gehabt haben, als die kleinere. Die Ursache ist auch, wie aus dem folgenden mit mehreren erhellen wird, daß sich daraus gar leicht begreifen läßt, wie eine grössere Kugel mit einer andern Richtung weiter getrieben werden könne, als eine kleinere, ungeachtet sie anfanglich keine so grosse Geschwindigkeit gehabt, als diese.

Der Autor betrachtet nur eine eiserne 24pfündige oder halbe Cannonen-Kugel, und gibt derselben, wenn die Ladung 16 \mathcal{L} ist, eine Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in 1", welches ziemlich genau mit unserer Bestimmung eintrifft; denn die Tabelle weiset für diesen Fall 1618 Rheinl. Schuh oder 1666 englische Schuh beträgt. Wenn aber die Ladung nur halb so groß ist, als die Kugel, nemlich von 12 \mathcal{L} , so setzt der Autor die Geschwindigkeit nur von 1490 Engl. Schuhen in 1", da wir für diesen Fall 1532 Engl. Schuh gefunden. Es ist aber zu merken, daß der Autor die Geschwindigkeit nach einer solchen Regel gerechnet, in welcher alle Umstände, welche sich bey Entzündung des Pulvers ereignen, aus der Rechnung lassen worden. Die Regel, deren sich derselbe bedient, ist in diesem Buche enthalten

$$v = \frac{1000bh}{k} l \frac{a}{b}$$

oder, wenn die Gewichte der Ladung und der Kugel eingeführt werden, dieser

$$v = \frac{32850Q}{p} l \frac{1275i}{nQ}$$

Rheinl. Schuh, wo P , Q , n und i oben die Werthe haben, welche denselben in unserer Formel beygeleget worden. Wenn also die Kugel von Eisen ist, so ist nach des Autoris Regel

$$v = \frac{32850 Q}{P} t^{\frac{51 i P}{266 Q}},$$

und wenn die Ladung Q halb so groß ist, als das Gewicht der Kugel P , so wird

$$v = 16425 t^{\frac{51 i}{133}}.$$

Wenn nun hier $i = 24$ gesetzt wird, wie in den halben Carthannon zu seyn pflegt, so findet man die Geschwindigkeit der Kugel = 1509 Rheinl. oder 1554 Engl. Schuh in einer Secunde, welches von des Autoris Rechnung ziemlich unterschieden ist. Wenn nun kein Druckfehler in des Autoris Zahl eingeschlichen ist, so mag der Unterscheid außer den Buchstaben h und k , welche der Autor etwas anders bestimmt, insonderheit daher rühren, daß wir hier den Diameter der Kugel dem Diameter der Mündung des Stücks gänzlich gleich gesetzt haben, da sich doch dazwischen wegen des Spielraums ein kleiner Unterschied befindet. Weil sich aber wegen so vieler andern Umstände hierinn nichts genaues bestimmen läßt, so haben wir nicht nöthig erachtet, diesen Umstand in Betrachtung zu ziehen, und dadurch die Rechnung beschwerlicher zu machen. Die Haupt-Ursache aber des Unterscheids zwischen des Autoris und unserer Formel steckt darinn, daß derselbe die gröbere Materie des Pulvers, welche theils mit in Bewegung gesetzt werden muß, theils den Raum der zusammen gepreßten Luft vermindert, gar nicht in Betrachtung gezogen hat. Der erstere Umstand, daß diese gröbere Materie mit in Bewegung gesetzt werden muß, vermindert die Geschwindigkeit der Kugel; der andere aber, insofern die zusammen gepreßte Luft dadurch in einen kleinern Raum eingeschränckt wird, macht die Geschwindigkeit der Kugel grösser. Wenn also diese beyden Wirkungen beynahe gleich viel austragen, so stimmt des Autoris Regel mit der unsrigen überein, wie bey der 24pfündigen Kugel, welche mit 16 # Pulver geschossen wird, geschehen; in andern Fällen aber hat man sich nicht zu verwundern, wenn dieselben sehr merklich von einander abgehen. Inzwischen haben wir doch Ursache zu glauben, daß die in obiger Tabelle gegebenen Zahlen zu groß seyn worden, indom wir darinn angenommen, daß sich alles Pulver auf einmahl entzündet, und auch den wegen des Spielraums entstehenden Verlust der fortreibenden Kraft nicht in Betrachtung gezogen haben. Unter-

dessen wird doch die Verhältniß derselben Zahlen unter sich ziemlich richtig seyn. dergestalt, daß wenn man wüßte, um wie viel eine der groß wäre, man auch die übrigen darnach verbessern könnte. Sollten halbe Carthausen-Kugel durch 16 \mathcal{L} Pulver wirklich eine Geschwindigkeit 1650 Engl. oder 1601 Rheind. Schuben erhalten, so würden unsere Zahlen umgekehrt um 20 Schuh zu groß seyn, welcher Unterschied vermittelst der Probe unmöglich wahrgenommen werden kann.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir haben in diesen Rechnungen angenommen, daß das Pulver schwerer, als Wasser, und folglich 850 mahl schwerer sey, als Luft von der Wahrheit nicht merklich abweichen mag. Denn obgleich die Körner in dem Wasser zu Boden fallen, so trägt hiuwiederum die den Körnern enthaltene Luft so viel aus, daß ein cubischer Schuh Pulver nahe eben so viel wägen kann, als Wasser. Wenn wir des Autors um die Geschwindigkeit der Kugel zu finden, {anwenden} nemlich

$$v = \frac{1000bh}{k} \sqrt{\frac{a}{b}},$$

und die Schwere des Pulvers dergestalt bestimmen, daß für eine 2 eiserne Kugel, welche mit 16 Pfund Pulver geschossen wird, eine Geschwindigkeit von 1650 Engl. Schuben in 1" heraus kommt, so müßte das Pulver schwerer, als die Luft angenommen werden. Hierbey ist aber der 15te Theil der ganzen Mündung¹⁾ betrachtet worden, welcher in Canonen gemeinlich 15ten Theil der ganzen Mündung¹⁾ beträgt. Wenn wir also setzen das Pulver in der That m mahl schwerer sey, als Luft, so wird die Ladung Q dem Gewicht eines Cylinders Luft gleich seyn, dessen Höhe mit der Kugel einerley, die Höhe aber $= \frac{16}{15} mb$. Und also wird sich $P:Q = \frac{2}{3}nc:\frac{16}{15}mb$, oder wie k zu $\frac{16}{15}mb$; und muß folglich nach der Rechnung gesetzt werden $\frac{16}{15}m = 910$, woraus kommt $m \approx 853$, fast angenommen haben. Wenn wir aber den Spielraum mit in unsere ob-

1) Das Wort *Mündung* bedeutet hier die Großkreistfläche des kugelförmigen Pro-

nung ziehen wollen, so müssen wir an statt der Zahl 850 in der Verhältniß P zu Q , die Zahl 910 gebrauchen, so kommt $P:Q = ac:1365b$, und da $a = ic$, so wird $a:b = 1365iP:nQ$, und $k:b = 910P:Q$. Hieraus entspringt

$$v = \frac{1000 Qh}{455 (2P + Q)} t^{\frac{2730 iP - nQ}{nQ}}$$

oder

$$v = \frac{61494 Q}{2P + Q} t^{\frac{65 iP - 158 Q}{158 Q}}$$

Rheinl. Schuß für eine eiserne Kugel. Und nach den oben angenommenen Verhältnissen zwischen P und Q , kommt heraus:

$$\text{Wenn } Q = \frac{1}{2} P,$$

$$v = 12298,8 t^{\frac{65i - 79}{79}},$$

$$\text{wenn } Q = \frac{2}{3} P,$$

$$v = 15373,5 t^{\frac{195i - 316}{316}},$$

$$\text{wenn } Q = \frac{3}{4} P,$$

$$v = 16771,1 t^{\frac{130i - 237}{237}}, \text{ 1)}$$

$$\text{wenn } Q = P,$$

$$v = 20498,0 t^{\frac{65i - 158}{158}}.$$

Und hieraus kann nach Belieben die obige Tabelle verbessert, oder von neuem berechnet werden.

Wir wollen nun aus dieser Vergleichung, welche der Wahrheit näher kommen muß, als die vorhergehende, eine andere Tabelle ausrechnen; und damit man aus derselben mehr Nutzen ziehen könne, so wollen wir auch kleinere Ladungen betrachten. Zu diesem Ende wollen wir das Gewicht der Kugel, welche von Eisen angenommen wird, in 6 gleiche Theile theilen, und die Rechnung auf 6 verschiedene Ladungen richten. Erstlich soll die Ladung an Pulver dem sechsten Theil des Gewichts der Kugel gleich seyn, hernach zwey Sechsteln, drittens drey Sechsteln, viertens vier Sechsteln, fünftens fünf Sechsteln, und endlich sechstens sechs Sechsteln, oder dem ganzen Gewicht

1) Im Original $v = 16862,0 t^{\frac{130i - 237}{237}}$. Berichtigt von F. R. S.

der Kugel gleich seyn. Wenn also die ganze Länge des Stü-
 ckens P zum Durchmesser der Kugel verhält, wie i zu 1, und v die Höhe in
 Faden bedeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall in einem
 Secundenstück eine gleiche Geschwindigkeit mit der Kugel erhält, so wird für
 die Ladungen der Werth von v also ausgedrückt werden. Es ist
 vorher P das Gewicht der Kugel, und Q das Gewicht der Ladung.

Wenn	i	so wird seyn
$Q = \frac{1}{6} P$	1	$v = 4730,31 \text{ l} \sqrt{\frac{780 i - 316}{316}}$
$Q = \frac{2}{6} P$	2	$v = 8784,85 \text{ l} \sqrt{\frac{390 i - 316}{316}}$
$Q = \frac{3}{6} P$	3	$v = 12298,8 \text{ l} \sqrt{\frac{260 i - 316}{316}}$
$Q = \frac{4}{6} P$	4	$v = 15373,5 \text{ l} \sqrt{\frac{195 i - 316}{316}}$
$Q = \frac{5}{6} P$	5	$v = 18086,5 \text{ l} \sqrt{\frac{156 i - 316}{316}}$
$Q = \frac{6}{6} P$	6	$v = 20498,0 \text{ l} \sqrt{\frac{130 i - 316}{316}}$

Weil hernach ferner die Geschwindigkeit der Kugel nicht
 von den Abständen der Stücke, als auf der Grösse der Zahl i beruhet, so
 vorher erstlich $i = 18$ setzen, und damit immer um zwey aufsteigen
 Solchergestalt werden hierunter alle mögliche Arten von Stücken
 werden. Denn wenn auch bißweilen i eine ungrade Zahl seyn
 es leicht seyn, aus den nächsten geraden Zahlen für diese Fälligkeit
 zu schliessen. Damit man aber auch für kürzere
 Geschwindigkeit finden könne, so wollen wir mit $i = 10$ den
 und wie oben die Geschwindigkeiten der Kugel, in Rheind. S.
 Secunde gerechnet, ausdrücken.

Länge des Stücks Caliber	Ladung					
	$\frac{1}{4}$ Kug.	$\frac{2}{5}$ Kug.	$\frac{3}{4}$ Kug.	$\frac{1}{2}$ Kug.	$\frac{3}{5}$ Kug.	$\frac{1}{3}$ Kug.
10	967	1155	1233	1256	1245	1206
12	996	1201	1295	1336	1342	1325
14	1019	1238	1315	1398	1417	1414
16	1039	1269	1386	1448	1478	1484
18	1056	1295	1420	1491	1528	1543
20	1071	1318	1450	1527	1571	1592
22	1084	1338	1477	1559	1608	1635
24	1096	1357	1501	1588	1642	1672
26	1107	1374	1522	1614	1671	1706
28	1117	1389	1542	1637	1698	1736
30	1126	1403	1560	1658	1723	1764
32	1135	1416	1576	1678	1745	1789
34	1143	1428	1591	1696	1766	1813
36	1150	1439	1605	1713	1785	1834
38	1157	1449	1619	1729	1803	1854
40	1164	1459	1631	1744	1820	1873

u kann uns dieser Tabelle einen vielfältigen Nutzen ziehen, und mancherley
 umstände, welche in der Artillerie vorkommen, erklären. Erstlich sieht man
 aus, daß, wenn die Ladung nach dem Gewicht des Pulvers gegeben, die
 Geschwindigkeit der Kugel immer grösser werde, je länger das Stück ist.
 Dieses scheint zwar mit der Erfahrung zu streiten, indem man insgemein
 der Meinung ist, als wenn die Geschwindigkeit der Kugel in einem allzu-
 langen Stücke wiederum geschwächt würde, und aus diesem Grunde hat man
 die vortheilhafteste Länge eines Stücks bestimmen wollen. Ungachtet aber
 die Kugel in dem Stücke den Widerstand der Luft auf sich empfindet, so ist
 derselbe doch nicht nur nicht grösser, als in der freyen Luft, sondern wenn die
 Geschwindigkeit sehr groß ist, noch um ein merkliches kleiner, indem hinter
 der Kugel in dem Stück kein leerer Raum statt finden kann, wie in der of-
 fenen Luft zu geschehen pflegt. Ueber dieses bleibt die fortreibende Kraft
 des Pulvers, so lange sich die Kugel in dem Stück befindet, noch sehr be-
 deutlich, und also hinlänglich, die Geschwindigkeit derselben zu vermehren;
 und was die Friction anlangt, so ist schon oben dargethan worden, daß die-
 selbe in Ansehung der grossen Gewalt des Pulvers nicht verdiene, in Betrach-
 tung gezogen zu werden. Da also die Kugel, so lange sie in dem Stück ist,
 keine Verminderung ihrer Bewegung leidet, welcher dieselbe in offener Luft

nicht in einem höheren Grad ausgesetzt wäre, und außer dem darin noch mehr fortgetrieben wird, so ist es unmöglich zu begreifen, allzu große Länge des Stücks die Geschwindigkeit der Kugel vermindere. Es könnte zwar geschehen, daß, wenn das Stück nicht nach einer gehörig gebohret worden, die Kugel darinnen einen so grossen Abgang an Bewegung litte, daß dieselbe, wenn das Stück kürzer gemacht, und der Theil davon abgeschnitten würde, die Kugel eine grössere Geschwindigkeit hielte; und dieser Umstand hat sich ohne Zweifel in denjenigen ereignet, worauf man diese Meynung zu gründen pflegt. Man beruft sich auf einen Zufall, da von einer sehr langen Canone ein Stück lang ungefehr abgesprungen, wobey man wahrgenommen haben sollte, denselben Stück nach diesem Zufall die Kugel mit einer grösseren Geschwindigkeit geschossen worden, als vorher. Allein eben dieser Zufall soll beweisen, daß die Seele dieses Stücks vorher gekrümmet gewesen, und die gemeldte Stücke daraus nicht so wohl von der Gewalt des Pulvers, als vom Anstossen der Kugel, abgesprungen. Hernach pflegt man sich auch, in Meynung zu behaupten, auf die Veränderung, welche mit den alten [vorgenommen wurde], als welche viel länger waren, als heut zu Tag, zu machen. Denn da man durch diese Verkürzung keinen geringen Vortheil erhalten glaubt, so will man daraus schliessen, daß eine nach der heutigen Art gebohrte Canone die Kugel mit einer grösseren Geschwindigkeit heraus treibt, dieselbe länger wäre. Man beweiset aber dieses durch kein tüchtiges Argument, sondern führt nur an, wie man wahrgenommen, daß eine alte von 96 ℓ nicht so weit geschossen, als eine heutige gantze Carthanne ungeachtet jene länger gewesen, als diese. Wenn nun gleich in beyden die Ladung an Pulver zum Gewicht der Kugel einerley Verhältniß gehabt ist, doch zu merken, daß die Geschwindigkeit der Kugel nicht so wohl von der Länge der Canone, als von der Anzahl der Caliber abhänge. Also wenn eine solche 96pfündige Canone länger gewesen seyn, als eine heutige Carthanne, ungeachtet ihre Länge weniger Caliber in sich enthalten; so würde eine 96pfündige Canone ihre Kugel mit eben der Geschwindigkeit als eine Carthanne hätte heraus treiben sollen, so hätte jene um den vierten Theil länger seyn müssen, als diese.

Die fürnehmste Ursache aber, weswegen man die alten langen und schweren Canonen abgeschafft, war ohne Zweifel die grosse Beschwerlichkeit, denselben im Felde fortzuschleppen, welche weder durch die Grösse der Ladung, noch durch die grössere Geschwindigkeit derselben ersetzt werden kann.

wenn eine Breche geschossen werden soll, so thut eine zweymahl so schwere Kugel keine zweymahl so starke Wirkung, indem dieselbe kein zweymahl so grosses Loch in den Wall, welcher zerstört werden soll, macht; dahero zwey Schüsse mit einer halb so schweren Kugel wohl mehr anrichten, und dabey nicht mehr kosten, als ein Schuß aus der doppelten Canone. Um dieser Ursache willen werden auch die ganzen 48pfündigen Carthaunen bey dem Brocheschiessen nicht mehr gebraucht, indem man durch halbe Carthaunen mit weniger Mühe und Unkosten den vorgesetzten Zweck erhalten kann. Hingegen aber werden die ganzen Carthaunen auf der See mit wohl grösserem Vortheil gebraucht, als die halben. Denn wenn ein Schiff von einer ganzen Carthaune unter dem Wasser wohl getroffen wird, so läßt sich das Loch nicht nur nicht so leicht wiederum zustopfen, sondern die Kugel verursacht noch dazu so viel Splitter, daß die Umstehenden dadurch auf eine gute Entfernung beschädigt und ums Leben gebracht werden.

Hernach hat man auch auf die Vermehrung der Geschwindigkeit so sehr nicht nöthig zu sehen. Denn wenn die Kugel so geschwind heraus geschossen wird, daß dieselbe entweder zu Lande den Wall auf eine gewisse Tiefe, oder zu Wasser das Schiff durch zu bohren vermögend ist, so würde es unnöthig und in einigen Fällen so gar schädlich seyn, der Kugel eine grössere Geschwindigkeit einzudrücken. Wenn nun eine 24pfündige Kugel, welche aus einer halben Carthaune mit 12 Z Pulver geschossen wird, die erwünschte Wirkung thut, so beträgt dieser erforderte Grad der Geschwindigkeit ungefähr 1500 Schuh in einer Secunde. Bey Batterie-Stücken kommt es also darauf an, daß man die Länge der Canone bestimme, damit dadurch einer 24pfündigen Kugel eine Geschwindigkeit von 1500 Schuh in einer Secunde eingedrückt werde. Soll nun dieses mit 12 Z Pulver bewerkstelliget werden, so muß die Canone 24 Caliber lang seyn, welches das ordentliche Maas der halben Carthaune zu seyn pflegt. Wollte man aber eben diese Wirkung mit weniger Pulver zu wegbringen, so müßte die Canone viel länger seyn; denn wenn man nur 8 Z Pulver brauchen wolte, so würden 40 Caliber noch lange nicht für die Länge des Stücks hinlänglich seyn. Wollte man aber mehr Pulver zu einem jeglichen Schuß anwenden, so könnte man an der Länge der Canone etwas gewinnen, als wenn man zu einem jeden Schuß 16 Z Pulver brauchen wolte, so dürffte die Länge der Canone nur ungefähr 19 Caliber betragen. Wolte man aber 20 bis 24 Z Pulver haben, so müßte doch die Canone nicht kürzer, als 17 Caliber seyn. Wenn man also die Unkosten des Pulvers mit den Beschwerden

der Länge und folglich des Gewichts der Canonen vergleichen können, es leicht seyn, hieraus die vortheilhafteste Länge der Canonen zu bestimmen. Zum wenigsten sieht man hieraus so viel, daß es vortheilhafter ist, die Canone 24 Caliber lang zu gebrauchen, und die Canone 24 Caliber lang zu machen, als 4 \mathcal{L} zu ersparen, hingegen aber die Canone mehr als 40 Caliber lang zu machen. Was hernach die Ladung von 16 \mathcal{L} Pulver betrifft, so ist der Vortheil von 5 Calibern, welche man an der Länge der Canone zu grössern Unkosten in Ansehung des Pulvers nicht zu ersetzen gebräuchliche Ladung von 12 \mathcal{L} Pulver und die Länge des Stückes über die bequemste zu seyn scheint.

Weil ferner eine grössere Kugel in der Luft nicht so viel Geschwindigkeit verliert, als eine kleinere, so ist auch nicht nöthig, von dem Pulver eine so grosse Geschwindigkeit eingedrückt zu werden, um die Kugel zu kleinern. Also kan eine 48pfündige Kugel eben so tief in eine Erde dringen, als eine 24pfündige, wenn gleich die erste Geschwindigkeit ist, als dieser. Wenn die ganzen Carthallen zu diesem Endzweck sind, so muß die nöthige Geschwindigkeit einer 48pfündigen Kugel in einer Secunde betragen. Wenn man nun diese Geschwindigkeit mit Pulver erhalten wolte, so müste die Canone 34 Caliber lang seyn. Diese Maschine zum Gebrauch gänzlich untüchtig seyn würde. Will man einen Schuß 24 Pfund Pulver gebrauchen, so ist eine Länge von 24 Calibern genug, welche die aller vortheilhafteste ist: indem, wenn man 32 \mathcal{L} Pulver, als 32 \mathcal{L} zu einem Schuß anwenden wolte, man an der Länge 8 Caliber gewinnen würde.

Sollten aber kleine Kugeln eben so weit gehen, als eine 24pfündige mit einer Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde hergekommen wird, so müssen dieselben, wegen des grösseren Widerstands der Luft, anfänglich eine grössere Geschwindigkeit haben. Alles beruhet auf dem Endzweck, welchen man sich bey einer jeglichen Art von Schuß vorgesetzt. Denn daraus erkennet man die Geschwindigkeit, welche die Kugel aus dem Stück führet, haben muß, und hieraus kan man die vortheilhafteste Länge des Stückes, nebst der bequemsten Ladung finden. Man setzt, daß man ein Stück verlange, aus welchem eine 48pfündige Kugel einer Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secunde geschossen wird. Wenn man nun hierüber die gegebene Tabelle zu Rathe zieht, so ist leicht, daß dieses weder mit einer Ladung von 3 Pfund, noch mit 9 Pfund Pulver geschehen könne, dieweil auch in dem letzten Fall

noch über 40 Caliber lang sein müste. Wolte man aber dazu 12 Pfund Pulver gebrauchen, so müßte die Canone 30 Caliber lang seyn; für 15 Pfund Pulver aber wird die Canone ungefehr 25 Caliber lang, und für 18 Pfund Pulver wird dieselbe ungefehr 23 Caliber lang. Bey den letzten Fällen sieht man wohl, daß man um 2 Caliber willen nicht 3 Pfund Pulver mehr laden werde, 5 Caliber aber möchten den Zuwachs der Ladung von 3 Pfund ungefehr ersetzen. Dahero wird die Canone am füglichsten 30 Caliber lang, und die Ladung 12 Pfund schwehr genommen werden. Dieser Umstand ereignet sich in der That bey den Feld-Schlangen, deren Endzweck in weit reichenden Schüssen besteht.

DRITTE ANMERKUNG

Wenn wir nun diese Bestimmungen, welche durch die Erfahrung bestätigt worden, zum Grunde legen, so kann daraus nachfolgende Regel hergeleitet werden, vermittelst welcher man für eine jede Geschwindigkeit, welche der Kugel mitgeteilt werden soll, die vorthoilhaftigste Länge der Canone, nebst der dazu gehörigen Ladung anzeigen kann.

Es sey n der Weg in Rheinländischen Schuhen, welchen die Kugel in einer Secunde beschreiben soll; die Länge der Canone halte i Caliber oder Diameter der Kugel, und die Ladung verhalte sich zum Gewicht der Kugel wie m zu 1, das ist, es sey $Q = mP$. Da nun oben v die Höhe angedeutet, aus welcher ein Körper durch den Fall mit der Kugel einerley Geschwindigkeit erhält, so ist

$$n = \frac{1}{2} \sqrt{1000v},$$

und folglich

$$v = \frac{16n^2}{1000}.$$

Oben¹⁾ ist aber gefunden worden

$$v = \frac{61494 Q}{2P + Q} \sqrt{\frac{65iP - 158Q}{158Q}}$$

oder

$$v = \frac{61494 m}{2 + m} \sqrt{\frac{65i : m - 158}{158}}$$

Rheinl. Schuh. In den obigen Bestimmungen aber der Canonen, welche durch die Erfahrung bestätigt worden, hält i zu m fast überall einerley Verhältniß, welches für halbe Carthannon, so 24 Caliber lang gemacht worden, ist wie 48 zu 1. Bey

1) Siehe p. 325. P. R. S.

dieser Formel ist nun die nachfolgende Tabelle berechnet worden, welche eine jegliche Geschwindigkeit der Kugel die Länge der Canone in Caliborn, die Ladung in tausendsten Theilen des Gewichts der Kugel anzeigt:

Geschwindigkeit der Kugel in Rh. Schritten, auf 1 Secunde	Länge der Canone in Caliborn und hundertsten Theilen	Pulver Ladung in tausendsten Theilen des Gewichts der Kugel
500	2,09	46
550	2,54	57
600	3,04	68
650	3,50	80
700	4,19	93
750	4,85	108
800	5,56	124
850	6,32	141
900	7,15	159
950	8,02	179
1000	9,00	200
1050	10,02	223
1100	11,12	248
1150	12,29	273
1200	13,55	308
1250	14,89	334
1300	16,33	363
1350	17,87	397
1400	19,51	434
1450	21,26	484
1500	23,14	544
1550	25,14	559
1600	27,29	606
1650	29,59	659
1700	32,06	712
1750	34,71	771
1800	37,56	835
1850	40,63	903
1900	43,96	977
1950	47,53	1056
2000	51,40	1142
2050	55,61	1236
2100	60,20	1338
2150	65,20	1449
2200	70,68	1571

Durch Hülfe dieser Tabelle ist es also leicht, für einen gegebenen Fall, die bequemste Form der Canone, nebst der dazu Ladung zu bestimmen, wenn man nur die Geschwindigkeit der Kugel, welche zu Erhaltung des vorgesetzten Endzwecks erfordert wird, ist es aber öfters am schwehrsten, diesen Grad der Geschwindigkeit zu bestimmen, indem man bißher nicht einmahl im Stand gewesen, die Grösse der Geschwindigkeit einer Canon-Kugel nur beyläufig auszumessen. Da man aber die Länge der Canone und der Grösse der Ladung die Geschwindigkeit der Kugel ziemlich genau ausrechnen kann, so darf man nur aus einer vorhandenen Canone mit verschiedenen Ladungen einige Schüsse abfeuern, sehen, welcher noch vermögend ist, dem vorgesetzten Endzweck zu leisten: und auf diese Art kann man sodann die dazu erforderliche Ladung durch die Rechnung bestimmen. Nur ist zu merken, daß die Prob-Schüsse mit einer eben so grossen Kugel, als bey der vorhin angegebenen Canone gebraucht werden soll, und in eben der Distanz, anstellen muß, um den Widerstand der Luft sowohl auf Kugeln von ungleicher Grösse, als auch verschiedene Distantzen eine ungleiche Wirkung ausübet. Diese Methode soll aber im folgenden dergestalt ausgeführt werden, daß wenn man mit grösseren oder kleineren Kugeln in verschiedenen Distantzen schiessen werden sollte, man daraus gleichwohl die nöthige Geschwindigkeit der Kugel ermitteln könnte. Wenn also zum Breche-schiessen eine 24pfündige Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde aus der Canone getrieben werden soll, so sieht man aus der gegebenen Tabelle, daß zu diesem Ende tüchtigste Canone $23\frac{11}{100}$ Caliber lang seyn, und daß man zu diesem Ende an Pulver $\frac{514}{1000}$ des Gewichts der Kugel oder $12\frac{1}{8}$ Pfund genommen werden müsse, welches mit der üblichen Einrichtung der halben Canone genau übereinkömmt. Es giebt aber viel Gelegenheiten, in welchen es nöthig ist, daß die Kugel eine so grosse Geschwindigkeit habe, als die VAUNANS Batterien à Ricochet, und wenn durch die Kugeln nur in keiner allzugrossen Entfernung getödtet werden sollen. Wenn man zu diesem Ende eine Geschwindigkeit von 1000 Schuhen in 1" hindurch treiben will, so dürften dazu die tauglichsten Canonen nicht mehr als 9 Caliber lang seyn, und die Ladung an Pulver nicht mehr als den fünften Theil des Gewichts der Kugel betragen. Wolte man aber zu diesem Endzweck keine kleinen Canonen verfertigen, sondern sich anderer, welche eigentlich zu andern Zwecken bestimmt, und viel länger sind, bedienen, so könnte man

dem Pulver nicht wenig ersparen: indem, zum Exempel, nach der vorigen Tabelle¹⁾, wenn die Canone 20 Caliber lang wäre, nicht einmahl der sechste Theil des Gewichts der Kugel nöthig ist, wenn eine Geschwindigkeit von 1000 Schuhn in 1" hervorgebracht werden soll. Wenn man aber auf eine sehr grosse Entfernung mit einer Canonen-Kugel noch gewiß schiessen wolte, und zu diesem Ende die Kugel eine Geschwindigkeit von 1900 Schuhn in einer Secunde haben müßte, so würde dieser Endzweck mit keiner nach Art der Carthannen verfertigten Canone erreicht werden können, sondern die beste Canone müßte fast 44 Caliber lang seyn, und die Ladung an Pulver beynahe dem ganzen Gewicht der Kugel gleich genommen werden. Mit einer solchen Canone würde man also viel weiter schiessen können, wofern nur die Kugel nicht allzulein angenommen wird, als mit einer Feldschlange, welche 30 Caliber lang, und mit $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel geladen wird. Man könnte auch nach dieser Tabelle solche Canonen verfertigen, welche der Kugel eine noch schnellere Bewegung eindrücken, wenn solches verlangt werden sollte.

VIERTE ANMERKUNG

Wenn man auf diese Art für eine gegebene Kugel sowohl die Länge der Canone, als die Grösse der Ladung gefunden hat, so ist es leicht, die dazu erforderte Stärke des Metalls an allen Orten zu bestimmen, und einen lüchtigen Riß von der ganzen Canone zu verfertigen. Die Länge der Canone wird zu diesem Ende am füglichsten in zwey Theile zertheilet, wovon der hintere Theil die Ladung oder das Pulver in sich enthält, der vordere Theil den Weg, wodurch die Kugel getrieben wird, vorstellt. Die Stärke des hintern Theils muß aus der Gewalt des Pulvers im ersten Augenblick der Entzündung bestimmt werden, welche am grösten ist, ehe die Kugel noch von ihrer Stelle fortgerückt wird. Wenn wir also mit dem Autero annehmen, daß die erste Gewalt des Pulvers 1000 mahl grösser ist, als der Druck der Atmosphäre, welcher durch eine Wasser-Säule von 32 Schnen im Gleichgewicht erhalten wird, so muß das Boden-Stück einer Canone so stark seyn, daß dasselbe den Druck einer Wasser-Säule, welche 32000 Schuh hoch ist, anhalten könnte. Wenn man also die Stärke des Metalls, woraus die Canone gegossen wird,

1) Siehe p. 327 F. R. S.

der Kugel gleich seyn, und da die Gewalt auf das Boden-Stück allenthalben gleich groß ist, so ist auch unnöthig, daß die Canone zu hinterst bey A stärker gegossen werde, als bey F . Aus dieser Betrachtung könnte also bey Giessung der Canonen nicht wenig Metall erspartet und dieselben dadurch ohne Gefahr leichter gemacht werden. Denn wenn die Dicke bey E , welche schon etwas kleiner als der Diameter der Kugel gesetzt zu werden pflegt, stark genug ist, der Gewalt des Pulvers zu widerstehen, so wird auch bey D keine grössere Stärke erfordert. Was aber das Mundstück FB anlangt, so ist leicht für ein jegliches Punkt desselben M die Gewalt des Pulvers zu bestimmen, welche darauf wücket, wenn die Kugel bis dahin ist fortgestossen worden. Nach des Autoris Regel verhält sich diese Kraft zu der ersten Kraft des Pulvers, welche das Boden-Stück aussteht, wie AF zu AM , und folglich könnte die Dicke des Metalls bey M um so viel geringer seyn, als bey F , um so viel AF kleiner ist, als AM ; solchergestalt würde die äußere Figur einer Canone nach einer Hyperbel gekrümmet seyn müssen. Nach unserer Bestimmung der Gewalt des Pulvers nimmt dieselbe, indem die Kugel durch das Mundstück FB fährt, nach einer größern Verhältniß ab, und dürfte also das Mundstück nicht so stark seyn, als nach des Autoris Regel. Allein da sich die beyden Regeln auf die plötzliche Entzündung des Pulvers gründen, in der That aber die Entzündung nach und nach geschieht, so wird die Gewalt, welche das Mundstück auszustehen hat, in Ansehung der Gewalt des Bodenstücks grösser seyn, als nach den angeführten Regeln, und folglich muß die Dicke desselben allenthalben etwas grösser seyn, als nach diesen Regeln gefunden wird.

Wenn man aber gleich die allmähliche Entzündung des Pulvers in die Rechnung bringen könnte, so findet sich doch noch ein anderer Umstand, welcher die Bestimmung der Stärke des Mundstücks viel schwehrer und fast unnöthig macht. Derselbe besteht darinne, daß das Mundstück nicht allein der Gewalt des Pulvers ausgesetzt ist, sondern auch von der Kugel, indem dieselbe dadurch fährt, öfters keine geringere Kraft auszustehen hat. Wenn zwar die Seele einer Canone vollkommen nach einer geraden Linie gebohret wäre, und die Kugel beständig nach eben dieser geraden Linie fortgetrieben würde, so würde dieselbe auf die Seele der Canone nicht die geringste Gewalt ausüben und dadurch gleichsam, ohne die Canone zu berühren, herans fahren, indem das Gewicht der Kugel, wovon die untere Seite derselben gedrückt wird, für nichts zu achten ist. Wenn aber die Seele der Canone nur etwas wenig gekrümmet wäre, und folglich die Kugel genöthiget würde, von ihrer einge-

auf die Canone nach der Kraft, welche Vis centrifuga gemeine
wirken müsse. Diese Kraft kan nun sehr beträchtlich werde
wir setzen, daß das Mundstück irgendwo nach einem Zirkulbog
dius $= r$, gekrümmt sey, und daß die Geschwindigkeit der
durch die Höhe v bestimmt werde, so wird sich der Druck
die innere Wand der Canone zu ihrer Schwelre verhalten, $v^2 : r$
Wenn also diese Krümmung der Seele der Canone nach einem Zi
dessen Radius $r = 100$ Schuh, dergleichen Krümmung in einer 100
kaum zu merken ist, und wenn die Kugel daselbst eine Geschw
1500 Schuhen in einer Secunde hätte, so würde $v = 36000$ Schuh
none würde an diesem Ort von einer Kraft gedrückt werden, welch
grösser wäre, als das Gewicht der Kugel, wovon die Wirkung
grösser seyn würde, da diese ganze Kraft nur auf einen sehr ge
in welchem die Kugel das Metal berührt, [wirkt,] als diejenige, w
Ausdehnungskraft des Pulvers herrührt. Eben dieser Umstand k
auch ereignen, wenn gleich die Seele der Canone vollkommen ger
worden: denn wenn die Kugel durch die Gewalt des Pulvers
nach der Direction der Seele fort getrieben wird, so ist es eben
wenn die Seele in Ansehung der Bewegung der Kugel eine kleine
hätte, und ist felglich die Canone in diesem Fall eben der Gewalt
als in dem verigen. Es kan aber aus vielerley Ursachen die Direc
der Kugel von dem Pulver eingedruckt wird, etwas wenigens von d
der Seele abweichen: wohin insonderheit der Spielraum zu rechnen
die Direction der forttreibenden Kraft nicht durch das Mittelpunk d
der Kugel durch gehet. Dieses sind nun Umstände, welche bißwe
bißweilen weniger anstragen können: und in denselben scheint die
sache verbergen zu seyn, warum bißweilen eine Canone von einem
zustarken Schuß zerspringet, nachdem dieselbe doch vorher eine gro
stärkerer Schüsse ausgehalten. Um dieser Ursache willen ist u
nöthig, daß man das Mundstück einer Canone weit stärker mache
irgend einer oben angeführten Regel erfordert wird, damit dieselbe
gewissen Kräften meistens zu widerstehen hinreichend sey.
walt der Kugel sind aber die längern Canonen mehr unterworfen
kürzern; denn je länger die Canone ist, desto eher und leichter ka
Umstand ereignen, daß die Direction der Kugel etwas von der Axe d
abweicht. Hernach erhält auch die Kugel in längern Canonen eine

Geschwindigkeit, wodurch die Vis centrifuga sehr merklich vermehret wird, als welche nach den Quadraten der Geschwindigkeit wächst.

Endlich kan auch mit Stillschweigen nicht übergangen werden, daß die Bewegung der Kugel selbst durch diesen Druck gegen die Canone keinen geringen Abbruch loidet. Denn dadurch wird die Friction, welche sonst, wie oben gewiesen worden, nicht merkwürdig war, gar sehr vermehret, als welche um so viel grösser wird, je stärker ein Körper gegen den andern gedrückt wird. Da also dieser Druck auf sehr gewissen Umständen beruhet, so kan es leicht geschehen, daß bey gleichen Kugeln, welche mit gleicher Ladung auf einer Canone geschossen werden, ein ziemlicher Unterschied in ihrer Geschwindigkeit wahrgenommen werden kan. Inzwischen scheint es doch, daß man durch einen grossen Fleiß diese Unrichtigkeit meistens heben können, wenn man nemlich erstlich die Canone vollkommen gerade bohren, hernach die Kugeln vollkommen rund machen, und drittens bey der Ladung alle Sorgfalt anwenden wolte, damit der Mittelpunkt der Kugel auf das genaueste in die Axe der Seele zu liegen käme, und in wärend der Bewegung daraus nicht weichen könnte. Auf diese Art würde die Canone nicht nur keine so grosse Gewalt auszustehen haben; sondern man würde sich auch auf die Schüsse selbst viel sicherer verlassen können, wie in folgendem ausführlich dargethan werden wird.

FÜNFTE ANMERKUNG

Was der Autor ferner in diesem Satz gegen die ungeroimte Meynung derjenigen, welche behaupten, daß eine Canonen-Kugel anfänglich auf eine gewisse Weite in einer völlig geraden Linie fortgehe, anführt, ist an sich klar und deutlich; indem die erste Geschwindigkeit einer solchen Kugel so groß ist, daß die Krümmung ihrer Bahn, welche von der Schwerkraft verursacht wird, in einer ziemlichen Weite noch nicht bemerkt werden kan. Denn wenn die Geschwindigkeit durch die Höhe v angedeutet, und die Kugel nach einer Horizontal-Direction geschossen wird, so muß der Radius eines gleich krummen Zirkels, als die Bahne der Kugel ist, einer Länge von $2v$ gleich seyn. Nun, wenn die Geschwindigkeit der Kugel 1500 Schuh in einer Sekunde beträgt, wird $v = 36000$ Schuh, so wird die Bahn dieser Kugel keine grössere Krümmung haben, als ein Zirkel, dessen Radius 72000 Schuh hält. Diese Krümmung ist aber so geringe, daß dieselbe erst in einer Weite von 125

Schuhen einen Grad austrägt. Ob nun gleich wegen des Wiederholens diese Weite etwas verringert wird, so bleibt dieselbe doch groß in der Praxi einen sehr langen Theil der Bahn, als eine geringe Fehler ansehen kanu, welche von den Artilleristen die Weite corrigiren genenot zu werden pflegt. Weil aber hiervon im folgenden nicht gehandelt werden soll, so wollen wir uns dabey nicht länger aufhalten, noch dasjenige, was der Autor in diesem Satz von der stärksten Canone anführt, erwegen, ungeachtet wir schon oben in der fünften zum 11. Satz diese Materie ziemlich weitläufig abgehandelt, und dazumal Ladung daselbst eine Tabelle¹⁾ gegeben haben. Inzwischen liegt es doch da, daß es für eine jede Canone eine bestimmte Ladung gibt, wodurch die größte Bewegung mitgetheilet wird, in der bey unsrer Zeitrechnung zu diesem Satz gegebenen Tabelle²⁾ deutlich vor Augen derselben sehen, daß aus einer Canone, welche 10 Caliber lang ist, einer Ladung von $\frac{2}{3}$ des Gewichts der Kugel schneller heraus getrieben wird, als mit einer grössern Ladung. Eben diese stärkste Ladung ist noch in oben derselben Tabelle bey 12 und 14 Caliber angegeben, aus welchen die Kugel mit einer ihrem ganzen Gewichte gleichem Pulver nicht so geschwind heraus getrieben wird, als mit kleineren.

Der Autor bestimmt die Grösse dieser stärksten Ladung, wodurch er die Geschwindigkeit der Kugel angiebt, und welche Form enthalten ist

$$v = \frac{1000bh}{k} \log \frac{a}{b}.$$

Da nun in dieser Form sehr viel Umstände aus der Acht gelassen, welche doch keine geringe Veränderung verursachen, so ist keine Bestimmung der stärksten Ladung mit der unsrigen nicht möglich. Aus dieser Formel findet der Autor, daß für die stärkste Ladung b des Raums, welchen das Pulver anfüllet, zur ganzen Länge a allerzeit einerley Vorhåltniß haben müssen, nemlich wie 1 zu deren hyperbolischer Logarithmus = 1; nach unserer Regel ist dieses Verhåltniß nicht immer einerley, sondern beruhet sowohl auf dem Calibor, welche in der Länge des Stückes a enthalten sind, als auf der Kugel, wie aus der oben gegebenen Tabelle erhellet: inzwi-

1) Siehe p. 192. F. R. S.

2) Siehe p. 327. F. R. S.

doch eine ziemlich Uebereinstimmung zwischen dieser Tabelle und des Autors Verhältniß wahrnehmen. Wie aber diese Verhältniß aus des Autors Formel folge, ist aus der Lehre von dem grössten und kleinsten an sich klar. Denn weil k und h unveränderliche Grössen sind, so kommt die Sache nur darauf an, daß man den Werth von b bestimme, damit $bl \frac{a}{b}$ am aller grössten werde. Zu diesem Ende muß man diese Quantität $bl \frac{a}{b}$ dergestalt differentiren, daß man nur b als veränderlich annehme: da denn kommt

$$db l \frac{a}{b} = db.$$

Dieses Differentiale muß man ferner nach der bekannten Regel gleich Null setzen, so hat man

$$l \frac{a}{b} - 1 = 0 \quad \text{oder} \quad l \frac{a}{b} = 1.$$

Weil nun hier von hyperbolischen Logarithmis die Rede ist, so muß $\frac{a}{b}$ derjenigen schon öfters gebrauchten Zahl 2,7182818 etc. gleich seyn, deren hyperbolischer Logarithmus = 1: folglich wird

$$\frac{a}{b} = 2,7182818 \quad \text{oder} \quad b:a = 1:2,7182818,$$

wie der Autor gefunden. Da nun $l \frac{a}{b} = 1$, so wird diese grösste Geschwindigkeit nach dem Autore aus der Höhe v entspringen, dergestalt daß

$$v = \frac{1000 bh}{k}.$$

Um aber mit dieser Geschwindigkeit andere kleinere Geschwindigkeiten der Kugel zu vergleichen, wie der Autor gelhan, so hat man nur in der Hyperbel (Fig. 22, p. 316) LEF' zu betrachten, daß, da $AD = b$ und $AB = a$, erstlich das Viereck $ADEG$ allenthalben eine beständige Grösse habe, und daß sich ferner dieses Viereck zum Inhalt der Figur $EDBF$ verhalte, wie 1 zum hyperbolischen Logarithmo von $\frac{AB}{AD}$. Da nun dieser Logarithmus gleich 1 ist, so muß die Figur $DEFB$ dem Viereck $AGED$ gleich seyn. Wir wollen die Linie $DE = f$ setzen, so wird die Figur $DEFB$ durch $bl \frac{a}{b}$, das ist durch $b l \frac{a}{b}$ ausgedrückt werden. Man betrachte jetzt eine andere Ladung, welche der

Lauf von A bis I anfülle, und nenne $AI = \beta$, so wird die grössten Geschwindigkeit zum Quadrat der aus dieser Ladung Geschwindigkeit verhalten, wie bf zu $\beta fl \frac{a}{\beta}$. Es ist aber

$$l \frac{a}{\beta} = l \frac{a}{b} + l \frac{b}{\beta} = 1 + l \frac{b}{\beta},$$

weil $l \frac{a}{b} = 1$, also wird jene Verhältniß wie bf zu $\beta f + \beta l \frac{b}{\beta}$ her angeführten Natur der Hyperbel aber drückt $\beta fl \frac{b}{\beta}$ die $IIKD$ aus, und βf ist das Viereck $AGHI$, gleich wie bf der gleich ist; dahero ist

$$\beta f + \beta fl \frac{b}{\beta} = AGHI + IIKD = AGED = 1$$

Folglich wird sich das Quadrat der grössten Geschwindigkeit aus der Ladung AI entspringenden Geschwindigkeit verhalten zu $AGED = HEK$, wie der Autor findet. Wir haben betrachtet, da die Ladung AI kleiner ist, als die stärkste AD grösser ist, als AD , und $\beta > b$; so ist der Beweis mit dem wenn man nur erweget, daß in diesem Fall der Inhalt der $IIKD$ durch $\beta fl \frac{b}{\beta}$, sondern durch $\beta fl \frac{\beta}{b}$, oder durch $\beta fl \frac{b}{\beta}$ ausgedrückt wird.

Ungeachtet wir nun die stärkste Ladung aus einer näher kommenden Formel schon oben bestimmt haben, so wird der Buchstabe a nicht die ganze Länge des Laufs, sondern desselben angedeutet, so daß in derselben Tabelle immer als daselbst bemerkt wird, verstanden werden muß. Um a zu ersetzen, so wollen wir aus derjenigen Formel, welche die Bestimmung der Geschwindigkeit gebraucht haben, auch die a herleiten, weil dieselbe auf diese Art der Wahrheit weit näher ist. Unsere Aequation ist nun, wenn der Spiel-Raum mit in Betrachtung wird, diese¹⁾:

$$v = \frac{1000bh}{k + 455b} l^{\frac{2a-b}{b}}.$$

Diese wird am grössten, wenn $\frac{b}{k + 455b} l^{\frac{2a-b}{b}}$ den grössten Wert diesen zu finden, so differenzire man diese Formel, indem

1) Siehe p. 318 und 325. F. R. S.

anderlich ansieht, und setze das Differentiale gleich nichts, so wird man

$$(k + 455b)^2 l^{\frac{2a-b}{b}} = \frac{2adb}{(k + 455b)(2a-b)} = 1$$

$$l^{\frac{2a-b}{b}} = \frac{2a(k + 455b)}{(2a-b)k}.$$

setze

$$\frac{2a-b}{b} = u.$$

wird $b = \frac{2a}{1+u}$ und

$$lu = 1 + \frac{1}{u} + \frac{910a}{ku}.$$

man wir nun setzen, daß das Stück i Caliber lang, und die Materie der Kugel n mahl schwerer sey, als Luft, so wird

$$k : a = 910 : \frac{1365i}{n},$$

man bekommt man

$$lu = 1 + \frac{1}{u} + \frac{1365i}{nu}.$$

man ferner die Kugel von Eisen angenommen wird, so ist $n = 6650$ und $\frac{1}{6}$ so nahe, daß der Unterschied nicht zu achten. Daher hat man

$$lu = 1 + \frac{i + 5}{5u}.$$

In dieser Aequation kan zwar überhaupt der Werth von u nicht angezeigt werden; in einem jeglichen Fall aber ist es leicht, denselben durch die Näherung heraus zu bringen. Um ein Exempel hiervon zu geben, so wollen wir annehmen $i = 30$; so wird

$$lu = 1 + \frac{7}{u}.$$

man man nun eine Tabelle von hyperbolischen Logarithmis bey der Hand haben, so wird man bald sehen, daß u zwischen 7 und 8 enthalten sey. Man nehme also dem u diese beyden Werthe, und bemerke bey jedem den Unterschied folgender Gestalt

$$\begin{array}{rcl}
 u = 7 & & u = 8 \\
 1/u = 1,945909 & & 2,079441 \\
 1 + \frac{7}{u} = 2,000000 & & 1,875000 \\
 \text{Unterschoid} = 0,054091 & & 0,204441
 \end{array}$$

Weil diese beyden Unterscheide verschiedene Zeichen haben, dieselben zusammen, und sage nach der Regel falsi, wie sie verhält zu 1, nemlich dem Unterschoid zwischen den beyden Werthen von u , also verhält sich 0,054091 zum Überschuß des von u über 7, welcher gefunden wird = 0,21, also ist $u = 30c$, so wird $b = \frac{60c}{8,21} = 7,31c$. Hieraus kan man auch wicht dieser stärksten Ladung in Ansehung des Gewichts der L. Denn, wenn das Gewicht der Kugel = P , das Gewicht der L. man setzt $Q = mP$; so wird beynabe $m = \frac{b}{6c}$. Aus diesem die folgende Tabelle ausgerechnet worden:

Tabelle für die stärkste Ladung¹⁾

Länge des ganzen Laufs in Calibern	Länge des Pulver- Raums in Calibern	Gewicht des P in 100sten Theil Gewichts der
2	0,82	16
4	1,54	31
6	2,18	43
8	2,78	55
10	3,35	67
12	3,86	77
14	4,30	86
16	4,77	95
18	5,20	104
20	5,59	112
22	5,96	119
24	6,32	126
26	6,66	133

1) Zufolge der Interpolation zwischen zu weiten Grenzen ist in der Spalte dieser Tobelle je die letzte Stelle ungenau. F. R. S.

Länge des ganzen Laufs in Calibern	Länge des Pulver- Raums in Calibern	Gewicht des Pulvers in 100sten Theilen des Gewichts der Kugel
28	6,99	140
30	7,31	146
32	7,61	152
34	7,90	158
36	8,18	163
38	8,41	169
40	8,69	174
42	8,93	179
44	9,18	184
46	9,42	188
48	9,66	193
50	9,89	198
52	10,11	202
54	10,31	206
56	10,51	210
58	10,71	214
60	10,90	218

Da diese Tabelle aus derjenigen Formel entsprungen, welche wir zuletzt gefunden, und in welcher alle Umstände ausser der allmählichen Entzündung des Pulvers in Betrachtung gezogen worden, so ist kein Zweifel, daß die in dieser Tabelle gegebenen stärksten Ladungen mit der Wahrheit näher übereinstimmen werden, als diejenigen, welche entweder nach des Autoris Regel gefunden worden, oder in der oben gegebenen Tabelle enthalten sind. Erstlich sieht man, daß alle in dieser Tabelle befindlichen stärksten Ladungen kleiner sind, als in der obigen; und wenn man ferner dieselbe mit des Autoris Regel vergleicht, so findet man, daß, wenn die Länge des Laufs kleiner ist, als 6 Caliber, die hier gegebene stärkste Ladung grösser sey, als nach dem Autorens Boy 6 Calibern stimmen dieselben völlig mit einander überein, und wenn der Lauf länger ist, als 6 Caliber, so weichen unsere Ladungen je länger je mehr ab von des Autoris Regel. Denn wenn der Lauf 60 Caliber lang ist, so kommt nach des Autoris Regel die Länge des Pulver-Raums ungefähr von 22 Calibern heraus, da unsere nicht einmahl die Helfte austrägt. Und wenn es möglich wäre, einen Lauf so 10000 Caliber lang zu machen, so würde die zum stärksten Schuß erforderte Ladung nicht mehr als einen Raum von $49\frac{3}{4}$ Calibern ein

nehmen, und diese Ladung würde bey nahe 10 mahl schwächer
Gewicht der Kugel. Wolte man aber die allmähliche Entzündung
noch in Betrachtung ziehen, so würden, allem Ansehen nach, die
Ladungen noch kleiner heraus kommen, daher man um so viel weniger
Ursache hat, daß die Regel des Antoris diese Ladung weit zu

FÜNFTER SATZ

*Wenn eine Canonen-Kugel von 24 Pfund mit voller Ladung geschossen
ist der Widerstand der Luft, indem dieselbe aus der Canone heraustritt,
als zwanzig mahl grösser, als das Gewicht derselben.*

Wir haben in dem zweyten Satz dieses Capitols gezeigt, daß der
Widerstand der Luft auf eine Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, welche
eine Geschwindigkeit von 1670 Schuhen in einer Secunde bewog, die
von 10 Pfunden gleich sey. In dem vorhergehenden Satz aber
ist worden, daß eine eiserne Kugel von 24 Pfunden, wenn dieselbe
mit Pulver geschossen wird, welche Ladung gemeiniglich für die
Breche zu schiessen gehalten wird, eine Geschwindigkeit von
1670 Schuhen in einer Secunde erhalte, welche von der vorigen
nicht unterschieden ist. Da nun der Umfang¹⁾ dieser letztern Kugel mehr
grösser ist, als der Umfang der vorigen, so $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter,
so sind ihre Geschwindigkeiten bey nahe einerley waren, so folget, daß die
Ladung, welche die grössere Kugel empfunden, mehr als 540 Pfund an
bey nahe 23 mahl mehr ist, als das Gewicht der Kugel.

ZUSATZ.

Wir haben schon oben in der Einleitung angemerket, daß
welche sich die Artillerie gründlich abzuhandeln bemühet hat
verans gesetzt, daß die Bahn einer Stück-Kugel oder Bombe derjenige
Linie, welche Parabel genennt wird, sehr nahe komme. Unser

1) Das Wort *Umfang* wird hier zur Bezeichnung der Oberfläche verwendet.

ren Sätze zielen nun insonderheit dahin ab, um diese Meynung zu widerlegen.

Die Ursache aber, warum die gedachten Autores diese Meynung behauptet haben, gründete sich fürnehmlich darauf, daß sie glaubten, der Widerstand der Luft könne keine merkliche Wirkung haben. Weil nun unstreitig war dargethan worden, daß die Bahn aller geworfenen Körper, wenn kein Widerstand vorhanden wäre, eine Parabel seyn müßte, so haben sie aus Uebereilung so gleich geschlossen, daß dergleichen schwere Körper als Bomben und Stück-Kugeln von einer solchen subtilen Materie, als die Luft ist, keinen merklichen Widerstand leiden könnten, und daß folglich ihre parabolische Bahn dadurch nicht merklich verändert würde.

Dieses Vorurtheil wird nun durch den erstaunlichen Widerstand der Luft auf eine 24 pfündige Kugel, dessen Grösse wir hier bestimmt haben, hinlänglich bestritten. Denn, wie irrig muß nicht eine solche Meynung seyn, in welcher eine Kraft, so mehr als zwanzig mahl grösser ist, als das Gewicht des Körpers, für nichts geachtet wird? Unterdessen wollen wir uns nicht allein begnügen, die Wirklichkeit und die Grösse des Widerstands der Luft erwiesen zu haben; sondern wir wollen auch noch die wahre Bahn der Körper in dieser flüßigen Materie umständlicher in Erwägung ziehen. Wir wollen fürnehmlich durch vielerley Versuche deutlich zeigen, wie sehr die Bahn, welche ein jeglicher geworfener Körper in der Luft beschreibt, nach allen Umständen von derjenigen, welche aus den insgemein angenommenen Gründen fliesset, abweiche. Zu diesem Ende ist aber nöthig, einige wenige Sätze voraus zu setzen, wovon der Beweis bey den meisten Autoren, welche die gemeine Lehre von den fallenden Körpern abgehandelt haben, gefunden wird.

1. Lehr-Satz. Wenn der Widerstand der Luft so klein ist, daß die Bewegung eines geworfenen Körpers in einer Parabel geschieht, so steht die Axe dieser Parabel immer senkrecht auf dem Horizont, und folglich ist der Theil dieser krummen Linie, in welchem der Körper hinauf steigt, demjenigen gleich und ähnlich, in welchem der Körper wiederum herunter fällt.

2. Lehr-Satz. Wenn die Parabel, in welcher sich der Körper bewegt, auf einer Horizontal-Fläche aufsteht, so ist der oberste Punkt derselben von beyden Enden gleich weit entfernt.

3. Lehr-Satz. Der Körper wird in diesem Fall auch unter eben demselben Winkel, und mit eben der Geschwindigkeit auf die Erde fallen, als derselbe anfänglich ist herauf geworfen worden.

4. Lehr-Satz. Wenn der Körper mit einerley Geschwindigkeit verschiedenen Winkeln, geworfen wird, so wird derjenige Wurf der weitest reichen, welcher unter einem Winkel von 45 Graden mit dem Horizontalen gethan worden.

5. Lehr-Satz. Wenn die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper horizontal geworfen wird, bekannt ist, so kann die größte Weite, die er erreichen kann, also gefunden werden. Man berechne nach der bekannten Horizontalgeschwindigkeit den Fall der Körper die Höhe, aus welcher ein Körper durch den Fall diese Geschwindigkeit erhält, mit welcher der Körper geworfen wird diese Höhe zweymahl genommen, die größte Weite geben, die ein Körper, wenn derselbe unter einem Winkel von 45 Graden mit dem Horizontalen geworfen wird, gelangen kann.

6. Lehr-Satz. Die Horizontal-Würfe eines Körpers, wenn er mit einerley Geschwindigkeit unter verschiedenen Winkeln mit dem Horizontalen geworfen wird, verhalten sich untereinander, wie der Sinus der doppelten Winkel, unter welchen die Würfe geschehen.

7. Lehr-Satz. Wenn der Körper unter einerley Winkel mit dem Horizontalen, aber mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortgeworfen wird, so verhalten sich die Würfe auf einer Horizontal-Fläche, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

In diesen Lehr-Sätzen sind nun alle diejenigen Gründe enthalten, welche die Bewegung der geworfenen Körper von den heutigen Artillerie berechnet zu werden pflegt. Wenn also einige von diesen Sätzen bey der Bewegung der geworfenen Körper nicht Stich halten, so ist unstreitig, daß der Körper in seiner Bewegung von der Parabel abweiche. Dahero wird die gemeine Lehre von der Bewegung der Körper völlig umgestossen, wenn wir werden darthun können, daß kein einer von diesen Sätzen mit der wahren Bewegung der Körper einstimme.

ERSTE ANMERKUNG

In diesem Satz untersucht der Autor die Grösse des Widerstands der Luft, welchen eine halbe Carthausen-Kugel, so sich darin mit einer Geschwindigkeit von 1650 Schuhen in einer Secundo bewegt, auszustehen hat, und weist, daß die Kraft des Widerstands über 20 mahl grösser sey, als das Gewicht der Kugel. Um dieses zu erweisen, so legt er den vorher bestimmten Widerstand, welchen eine Kugel, so nur $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter hat, und sich mit einer Geschwindigkeit von 1670 Schuhen in 1" bewegt, leidet, zum Grunde. Denn da diese beyden Geschwindigkeiten nicht merklich von einander unterschieden sind, so muß sich der Widerstand der grössern zum Widerstand der kleinern verhalten, wie das Quadrat des Diameters der grössern zum Quadrat des Diameters der kleinern: weil sich die Oberflächen zweyer Kugeln unter sich, wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten. Nun aber sagt der Autor, daß die Oberfläche der 24pfündigen Kugel mehr als 54 mahl grösser gewesen, als der kleinern Kugel, deren Diameter nur $\frac{3}{4}$ Zoll war, folglich muß der Diameter der großen Kugel gewesen sein $= \frac{3}{4} \sqrt{54}$ Zoll, das ist beynabe $5\frac{1}{2}$ Zoll. Dahero wiegt eine eiserne Kugel, deren Diameter $5\frac{1}{2}$ Zoll groß ist, 24 Pfund: und hieraus läßt sich der Diameter einer jeglichen eisernen Kugel, deren Gewicht bekannt ist, bestimmen. Wir können aber aus der oben gefundenen Formel, wodurch der Widerstand einer Kugel ausgedruckt wird, in einem jeglichen Fall die Verhältniß des Widerstands der Luft zu dem Gewicht der Kugel leicht anzeigen. Denn es sey der Diameter der Kugel $= c$, und v die Höhe, aus welcher die Geschwindigkeit der Kugel erzeugt worden kam, so ist, wie wir gefunden haben¹⁾, der Widerstand dem Gewicht einer mit der Kugel gleich dicken Luft-Säule gleich, deren Höhe

$$\frac{1}{2} v + \frac{1}{2h} v v,$$

wo h eine Höhe von 28845 Englischen oder 27979 Rheinal. Schuhen anzeigt. Ferner ist die Kugel selbst einem gleich dicken Cylinder gleich, dessen Höhe $= \frac{2}{3} c$. Wenn also die Materie der Kugel n mahl schwerer, als die Luft gesetzt wird, so ist das Gewicht der Kugel dem Gewicht einer gleich dicken Luft-Säule gleich, deren

1) Siehe p. 311. F. R. B.

Höhe $= \frac{2}{3}nc$, folglich wird sich der Widerstand der Kugel zu ihrer Schwerkraft verhalten, wie $\frac{1}{2}c + \frac{1}{2h}vv$ zu $\frac{2}{3}nc$, das ist, wie $3h + v$ zu $4n$. Wenn also die Kugel von Eisen ist, so wird $n = 6647$, und die Kugel verhält sich zu ihrer Schwerkraft, wie $\frac{c(h+v)}{3363ch}$ zu 1. Laßt die Geschwindigkeit der Kugel betrage 1650 Englische oder 1600 in einer Secunde, so wird die Höhe $v = 40960$ Rheinl. oder 42200 und $h + v = 71071$ Engl. Schuh. Folglich wird sich der Widerstand der Kugel zu ihrer Schwerkraft verhalten, wie 11,7386 Schuh zum Durchmesser. Weil nun nach des Autoris Rechnung der Durchmesser der Kugel $5\frac{1}{2}$ Zoll, oder $\frac{11}{24}$ Schuh beträgt, so muß sich der Widerstand der Kugel zu ihrem eigenen Gewicht von 24 \mathcal{L} verhalten, wie 11,7386 zu 25,6115') zu 1, und ist also der Widerstand über 25 $\frac{1}{2}$ mahl größer als das Gewicht der Kugel. Es ist nicht nöthig, die Ursache zu untersuchen, warum der Autor diesen Widerstand nur 23 mahl grösser findet, als der wirkliche der Kugel. Denn man sieht aus seinem Vortrag sogleich, daß sein Vorhaben dahin gegangen, um zu zeigen, daß der Widerstand der Kugel in diesem Fall gewiß über 20 mahl grösser sey, als das Gewicht derselben; mag derselbe mit Fleiß alle Bestimmungen etwas zu klein angenommen haben, damit man um so viel weniger an der Richtigkeit seines Satzes zweifeln die Ursache hätte.

Da nun der Widerstand der Luft so erstaunlich groß ist, so ist es der gemeinen Meynung, daß sich die Kugeln in Parabeln bewegen, und weniger länger beypflichten, da dieselbe schon hinlänglich weit von der Erde würde, wenn auch der Widerstand der Luft nur dem Gewicht der Kugel gleich wäre. Inzwischen ist die Unrichtigkeit dieser gemeinen Meynung längst gründlich genug dargethan worden, obgleich der gemeine Artillerist sich wenig daran gekehret zu haben scheint. Daß der Autor seine Ausdrückungen, als wenn er zu allererst diesen Fehler der gemeinen Meynung etwas mäßigen sollte. Wir haben schon in unsern Anmerkungen über die Rede des Verfassers gewiesen, daß dieser Fehler bereits vor geraumer Zeit bemerkt, sondern auch verbessert worden; indem man eine Kugel, welche von einem Körper wirklich in der Luft beschrieben wird, als eine wirkliche vermögend gewesen. Unterdessen aber hat man doch die größte Aufmerksamkeit dem Autori verpflichtet zu seyn, daß er diesen merklichen Zuwachs der

1. Im Original: 25,6615.

Berichtigt von F. R. S.

der Luft, wenn die Bewegung sehr schnell ist, wahr genommen; als wodurch er nicht nur den gemeinen Haufen von einem groben Irrthum befreyet, sondern auch den Gelehrten die Unrichtigkeit der durchgehends angenommenen Lehre von dem Widerstand der Luft deutlich vor Augen gelegt hat.

ZWEYTE ANMERKUNG

Weil der Autor im folgenden Satz willens ist, den grossen Unterscheid durch Versuche zu zeigen, welcher sich zwischen der wahren Bahn, so ein geworfener Körper in der Luft beschreibt, und einer Parabel befindet, so zieht er hier die fürnehmsten Eigenschaften der parabolischen Bewegung in Betrachtung. Denn da es nicht so leicht ist, die wahre Bahn, welche ein Körper beschreibt, durch die Erfahrung zu bestimmen, so würde es sehr schwer seyn, unmittelbar den Unterscheid zwischen dieser Bahn und einer Parabel zu beobachten. Derowegen betrachtet hier der Verfasser einige Eigenschaften, mit welchen die Bewegung in einer Parabel nothwendig verknüpft ist, um nachgehends untersuchen zu können, ob sich diese Eigenschaften bey der Bewegung eines Körpers in der Luft befinden, oder nicht. Denn wenn nur einige von diesen Eigenschaften in der Luft nicht statt finden, so folgt darans unstreitig, daß die Bahn, welche ein solcher Körper in der Luft beschreibt, keine Parabel seyn könne. Ob sich nun gleich diese Eigenschaften in unzählich viel Büchern gründlich erwiesen befinden, so wollen wir doch dieselben allhier aus den ersten Grund-Sätzen der Bewegung herleiten, theils damit man die Wahrheit derselben desto deutlicher einsehe, theils aber fürnehmlich, damit wir hernach auf gleiche Weise die wahre Bewegung eines Körpers in der Luft desto leichter bestimmen können.

GALILEES hat schon gefunden, daß ein schwerer Körper in einem Luft-leeren Raum, oder wenn derselbe gar keinen Widerstand antrifft, sich in einer Parabel bowege; und aus eben diesem Grunde haben die meisten Autores, welche von der Artillerie geschrieben haben, die Bahn einer Bombe oder einer Stück-Kugel in der Luft für eine Parabel gehalten; nicht als wenn dieselben gar keinen Begriff von dem Widerstand gehabt hätten, sondern weil sie diesen Widerstand so klein zu seyn geglaubot haben, daß derselbe in der Bewegung dieser Körper keine merkliche Veränderung verursachen könnte. Wir wollen also setzen, daß der Körper gar keinen Widerstand leide, und aus den Grund-

sätzen der Bewegung diejenige Linie bestimmen, nach welcher Bewegung fortsetzen muß, nachdem derselbe mit einer gegebenen Geschwindigkeit unter einem gegebenen Winkel mit dem Horizont geworfen

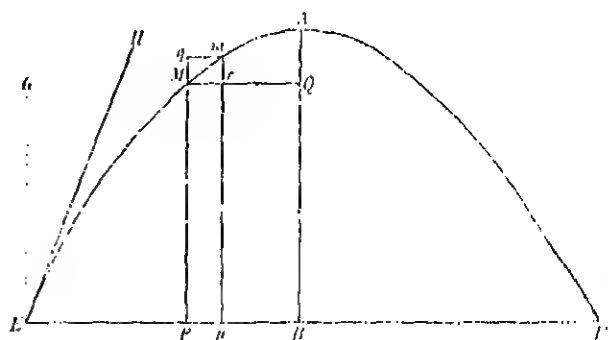


Fig. 23.

Es sey demnach EF (Fig. 23) eine Horizontal-Linie, auf welcher aus dem Punkt E nach der Direction EH mit einer Geschwindigkeit V der Fall aus einer Höhe $= b$ erlangt wird, geworfen worden, und die Linie $EMAF$ soll den Weg vorstellen, nach welchem sich der Körper bewegt; daß derselbe wiederum auf die Horizontal-Linie in F heruntersinkt, nenne den Winkel $HEP = \zeta$, welchen die Direction des Körpers mit der Horizontal-Linie EF macht. Da nun die Geschwindigkeit des Körpers in E durch Vb ausgedrückt wird, wenn man diese Bewegung in zwey andere zertheilt, deren eine nach der Vertikalen, die andere aber nach der Horizontal-Linie EF gerichtet ist, so wird die Geschwindigkeit der erstern $= Vb \cdot \sin. \zeta$, und die Geschwindigkeit der andern $= Vb \cdot \cos. \zeta$. Wenn man nemlich den Sinum von $90^\circ = 1$ annehmen will, so wollen wir setzen, der Körper sey schon in M gekommen, und die Perpendicular-Linie MP herunter lassen, alsdenn $EP = x$ nennen; die Zeit aber, in welcher der Körper in M gekommen, sey t ; einer unendlich kleinen Zeit dt wird der Körper durch Mm fortbewegt, wenn der Weg durch die Zeit dividirt für die Geschwindigkeit v wird, so wird die Geschwindigkeit des Körpers in M seyn $= \frac{Mm}{dt}$. Diese Bewegung zertheile man auch in zwey andere nach den Directionen MP und MQ , deren jene auf den Horizont perpendicular, diese aber dem Horizont parallel ist; und weil, nachdem man die Linie mp mit MP parallel gemacht

$$Mq = mr = dy \quad \text{und} \quad Mr = dx,$$

die Geschwindigkeit nach der Direction $Mq = \frac{dy}{dt}$ und nach der Direction $Mr = \frac{dx}{dt}$. Da nun die Bewegung des Körpers nur allein von seiner Höhe verändert wird, deren Direction nach MP abwärts gerichtet ist, so kann wohl, daß die Geschwindigkeit nach der Direction Mr davon keine Verminderung leide, und daher allenthalben gleich groß, das ist der ersten Geschwindigkeit nach der Horizontal-Direction, welche war $= Vb \cdot \cos. \zeta$, be-
 gleich bleibe. Daher ist

$$\frac{dx}{dt} = Vb \cdot \cos. \zeta, \quad \text{oder} \quad dx = dt Vb \cdot \cos. \zeta,$$

Vergleichung integrirt giebt

$$x = t \cos. \zeta \cdot Vb,$$

erhellet, daß der Körper nach der Horizontal-Direction immer gleich weit fortgehe. Hergegen wirkt aber die ganze Schwere nach der Vertical-Direction Mq . Da nun die Geschwindigkeit nach dieser Direction ist $= \frac{dy}{dt}$, so wird die Höhe, aus welcher diese Geschwindigkeit ent-
 springt wird, $= \frac{dy^2}{dt^2}$, wovon das Differentiale, wenn dt unveränderlich an-
 genommen, seyn wird

$$= \frac{2 dy ddy}{dt^2}.$$

Das Differentiale muß sich zu dem Raum dy , welchen der Körper nach seiner Bewegung in der Zeit dt beschreibt, verhalten, wie die Kraft, welche auf ihn nach der Direction Mq auf den Körper wirkt, zu seinem Gewicht. Nun aber ist diese Kraft dem Gewicht des Körpers selbst gleich; nur ist zu merken, daß sie durch die Geschwindigkeit nicht vermehrt, sondern vermindert werde. Also erhalten wir diese Proportion:

$$\frac{2 dy ddy}{dt^2} : dy = - 1 : 1,$$

aus dieser Aequation entspringt:

$$2 ddy = - dt^2.$$

Wenn man das Integrale

$$\frac{2 dy}{dt} = C - t,$$

aus dem Keinem Oport omnia His Mathematicis

allwo $\frac{dy}{dt}$ die Vertical-Geschwindigkeit des Körpers nach Verfließen t anzeigt. Da nun im Anfange, da $t = 0$, die Vertical-Geschwindigkeit $= \sqrt{b} \cdot \sin. \zeta$, so wird für diesen Ort $2\sqrt{b} \cdot \sin. \zeta = C$, wodurch Buchstaben C , welcher durch die Integration hinein gekommen wird. Also wird seyn

$$\frac{2dy}{dt} = 2\sqrt{b} \cdot \sin. \zeta - t,$$

oder

$$2dy = 2dt \sin. \zeta \cdot \sqrt{b} - t dt,$$

wovon das Integrale giebt

$$2y = 2t \sin. \zeta \cdot \sqrt{b} - \frac{1}{2} t t.$$

Aus der Differential-Aequation

$$\frac{2dy}{dt} = 2\sqrt{b} \cdot \sin. \zeta - t$$

erhellet erstlich, weil $\frac{dy}{dt}$ die Vertical-Bewegung anzeigt, daß wenn die Vertical-Geschwindigkeit des Körpers verschwindet, und die Horizontal-Bewegung allein behalte. Wenn wir also setzen, Punct A geschehe, so wird die Tangens der krummen Linie EA seyn. Wenn aber t grösser wird, als $2\sqrt{b} \cdot \sin. \zeta$, so bekommt die Geschwindigkeit $\frac{dy}{dt}$ einen negativen Werth, welcher anzeigt, daß alsdenn im Herunterfallen begriffen sey. Also wird EA derjenige Theil der Bahn EMF seyn, durch welchen der Körper hinauf steigt, und durch welchen der Körper wiederum herab fällt.

Um aber die Natur dieser krummen Linie näher zu erkennen, daß

$$t = \frac{x}{\cos. \zeta \cdot \sqrt{b}}.$$

Man setze also diesen Werth für t in der Integral-Aequation

$$2y = 2t \sin. \zeta \cdot \sqrt{b} - \frac{1}{2} t t,$$

so wird

$$2y = 2x \tan g. \zeta - \frac{x x}{2 b \cos. \zeta^2},$$

oder

$$x x - 4 b x \sin. \zeta \cos. \zeta = - 4 b y \cos. \zeta^2.$$

Hieraus kommt

$$-x + 2b \sin. \zeta \cos. \zeta = 2 \cos. \zeta \cdot \sqrt{(bb \sin. \zeta^2 - by)}.$$

Aus dieser Aequation sieht man nun leicht, daß die gesuchte krumme Linie EMF' eine Parabel sey. Denn man nehme

$$EB = 2b \sin. \zeta \cos. \zeta,$$

so wird

$$BP = 2b \sin. \zeta \cos. \zeta - x.$$

Hernach richte man in B die Perpendicular-Linie auf $BA = b \sin. \zeta^2$, und ziehe MQ mit EF' parallel, so wird

$$AQ = b \sin. \zeta^2 - y, \quad MQ = BP.$$

Nun nenne man $AQ = p$ und $QM = q$, so wird $q = 2 \cos. \zeta \cdot \sqrt{bp}$ oder

$$qq = 4bp \cos. \zeta^2,$$

welche Aequation klar zeigt, daß die gesuchte krumme Linie eine Parabel sey, deren Axe die Vertical-Linie AB . Und hieraus erhellet die Wahrheit des ersten, andern und dritten Lehrsatzes: nemlich erstlich, daß die Axe der Parabel AB auf die Horizontal-Linie EF' perpendicular, und daß folglich die beyden Theile AE und AF' einander gleich und ähnlich seyn. Hernach ist auch klar, daß die äussersten Punkte auf der Horizontal-Linie E und F' gleich weit von dem höchsten Punct A entfernt seyen. Drittens folgt aus dieser Gleichheit der Theile AE und AF' , daß die Winkel, welche die krumme Linie in E und F' mit der Horizontal-Linie EF' macht, einander gleich seyen. Weil ferner $EE' = 2EB = 4b \sin. \zeta \cos. \zeta$, so wird die Vertical-Geschwindigkeit des Körpers in F' seyn

$$= \sqrt{b} \cdot \sin. \zeta - \frac{x}{2\sqrt{b} \cdot \cos. \zeta},$$

wenn man für x den Werth $4b \sin. \zeta \cos. \zeta$ setzt. Es wird also diese Geschwindigkeit

$$= -\sqrt{b} \cdot \sin. \zeta,$$

welche von der ersten in E nur darinne unterschieden ist, daß jene aufwärts, diese aber abwärts gerichtet ist. Weil nun die Horizontal-Bewegung immer

einerley bleibt, so folgt hieraus, daß der Körper in P eben-
schwindigkeit habe, mit welcher er in E fortgeworfen worden.
 $EB = 2b \sin. \frac{\zeta}{2} \cos. \frac{\zeta}{2}$, so ist $EB = b \sin. 2\zeta$, und die Weite des
Horizontal-Linie, nemlich EF ,

$$= 2b \sin 2\frac{\pi}{2}.$$

Woraus erstlich folgt, daß, wenn die Geschwindigkeit \sqrt{b} einerley bleibt, die Weite des Wurfs dem Sinus des doppelten Winkels HEF proportional sey; wenn aber der Winkel $F'EH$ verändert wird, so ist die Weite EF dem b , das ist dem Quadrat der Geschwindigkeit proportionet zum Beweisthum des 6ten und 7ten Lehr-Satzes. Wenn nun die grösste Weite des Wurfs anlangt, weil die Weite EF gefunden worden, so sieht man sogleich, daß dieselbe am größten seyn wird, wenn der Winkel 2ζ neunzig Grad hält; denn da wird sein Sinus den aller übrigen Sinus abor sind, wie bekannt, kleiner als der Radius. Der Wurf auf der Horizontal-Linie am weitesten reichen soll, wenn der Winkel HEB , unter welchem der Körper anfänglich geworfen worden, gleich dem Winkel HFE ist, welcher durch die Richtung des Körpers im Anfang gemacht wird; und hierinne besteht der vierdte Lehr-Satz. Nimmt man nun HEB von 45° , so wird $\sin 2\zeta = 1$ und folglich die Weite des Wurfs EF das ist, der doppelten Höhe b , aus welcher die erste Geschwindigkeit des Körpers durch den Fall erzeugt werden kann. Hieraus erhält man auch den 5ten Lehr-Satz seine Richtigkeit. In allen Fällen abor kann die Weite des Wurfs durch diese Regel De-tri gefunden worden. Man sage nömlich: Wie hält der Sinus von 90° zum Sinus des doppelten Winkels HEF , also hält die doppelte Höhe b , woraus die Geschwindigkeit des Körpers entsteht, zur Weite des Wurfs EF , welche solcher Gestalt gefunden wird. Will man noch ferner die grösste Höhe AB bestimmen, zu welcher der Körper nach seinem Heraufsteigen gelangt, so ist dieselbe $AB = b \sin^2 \zeta$, welches sich leicht durch die Regel De-tri gefunden.

Wenn also der Widerstand der Luft auf die Canonen Wirkung hätte, so würde die Bahn derselben beständig eine Parabel sein. Die Bewegung der Kugel würde sich auch nach den hier gefundenen Gesetzen richten, und folglich leicht bestimmt werden können, wie fast alle Bewegungen der Artillerie, welche auf diese Gründe gebaut worden sind, sich erhellet. Wir hätten auch leicht unsere Bestimmung aller

können, wenn wir die Linie EF nicht horizontal, sondern auf den Horizont nach Belieben inclinirt, angenommen hätten. Die Rechnung würde fast gar nicht weitläufiger worden seyn, und aus derselben würde man gesehen haben, daß, wenn der Wurf auf einer solchen schiefen Fläche am weitesten reichen soll, alsdenn die erste Direction des Körpers EH den Winkel GEF , welchen die Vertical-Linie GE , als nach welcher die Schwere wüthet, mit der schiefen Linie EF macht, gleichfalls in zwey gleiche Theile zerschneiden müsse. Weil aber diese Betrachtungen in der Artillerie gar keinen Nutzen haben können, so wollen wir uns dabey nicht länger aufhalten, sondern zum folgenden Satz des Autoris fortschreiten.

SECHSTER SATZ

Die Bahn, nach welcher sich eine Bombe oder Stück-Kugel in der Luft bewegt, ist weder eine Parabel, noch bey nahe eine Parabel, wenn die Geschwindigkeit, womit dieselben geschossen worden, nicht sehr geringe ist.

Wir haben in dem vierten Satz dieses Capitels gewiesen, daß eine Mußketen-Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter, wenn dieselbe mit der Helfte ihres Gewichts Pulver aus einem Lauf, der 45 Zoll lang, geschossen wird, eine Geschwindigkeit von ungefehr 1700 Schuhen in 1" erlange. Wenn sich nun diese Kugel in einer Parabel bewegte, so müßte der weiteste Schuß, welcher unter einem Winkel von 45° mit dem Horizont geschieht, kraft des fünften Lehr-Satzes sich ungefehr auf 17 Englische Meilen erstrecken. Nun aber vorsichern uns alle practische Autores, daß dieser Schuß nicht einmahl auf eine halbe Meile reiche. DUEGO UFANO¹ bestimmt für ein Schieß-Gewehr, welches 4 Schuh lang ist, und eine bleyerne Kugel von anderthalb Untzen schießt, welches bey nahe mit unserem Exempel überein kommt, den weitesten Schuß auf 797 gemeine Schritt, wenn dasselbe nohmlich unter einem Winkel zwischen 40 und 50 Graden mit dem Horizont gerichtet, und mit so viel von dem feinsten Pulver, als das ganze Gewicht der Kugel beträgt, geladen wird. MERSENNUS²) berichtet uns,

1) Siehe die Anmerkung 1 p. 34. F. R. S.

2) P. M. MERSENNE (1588—1648), p. 84 der Abhandlung *Ballistica et Acontismologia* in seinem Sammelwerk *Cogitata physico-mathematica*, Paris 1644. F. R. S.

daß er die Horizontal-Schußweite eines Feuer-Rohrs, welches unter einem Winkel von 45° gerichtet gewesen, kleiner als 400 Faden oder 800 Yards fand. Da nun alle diese Schüsse sich nicht einmahl auf eine Englische Meile strecken, so folget, daß ein Mußketen-Schuß, welcher mit einer Ladung Pulver gethan wird, unter einer Richtung von 45° nicht den 34sten Theil der Weite beträgt, zu welcher derselbe gelangen muß, wenn die Kugel in einer Parabel bewegte.

Ueber diese große Verminderung der Horizontal-Schuß-Weite ist es um so viel weniger zu verwundern Ursache, wenn man betrachtet, daß der Widerstand dieser Kugel, indom dieselbe aus dem Lauf herausfährt, 120 mahl größer ist, als ihre eigene Schwere: als welches in dem Satz dieses Capitels durch unstreitige Versuche ist bewiesen worden.

Wollte man aber dagegen einwenden, wie diese Abweichung einer Mußketen-Kugel von einer Parabel noch nicht genugsam bewiesen ist, weil weit schwereere Kugeln, als welche in Ansehung ihres Gewichtes einen kleineren Widerstand leiden, von der gemeinen Meynung merklich abweichen, so wollen wir zu diesem Ende eine eiserne Kugel von 24 Pfd , die gemeinlich zu Lande die schwersten zu seyn pflegen, als ein Exempel anführen. Wenn eine solche Kugel aus einer dazu gebräuchlichen Canon-Ladung geschossen wird, so wird derselben, wie in dem vierten Capitels gezeiget worden, eine Geschwindigkeit von 1650 Schuß in Secunde eingedrucket. Wenn man nun hieraus nach dem fünften Capitels die größte Schußweite für den Winkel von 45° nach dem vierten Capitels rechnet, so findet man dafür ungefehr 16 Meilen, welche zwischen sechs mahl grösser ist, als dieselbe wirklich befunden wird; demnach stimmen darinnen überein, daß sich dieser Schuß nicht gar auf eine Meile strecke. Sr. Remy¹⁾ giebt uns auch Nachricht von einigen Versuchen, die von dem Mr. du Metz²⁾ angestellet worden. Nach denselben betrug die Weite unter einem Winkel von 45° von einem Stück, welches 12 Pfd und eine 24pfündige Kugel führete, und mit 16 Pfd Pulver geladen wurde, nicht, als 2250 französische Faden, welche Weite um 222 Faden kleiner ist, als drey Meilen. Wenn also eine 24pfündige eiserne Kugel mit einer Ladung Pulver unter einem Winkel von 45° geschossen wird, so

1) P. S. DE SAINT-REMY (1650--1716), *Memoires d'Artillerie*, Paris 1697.

2) P. C. B. DU METZ (1638--1690), französischer Artillerie-General.

einmahl den fünften Theil so weit, als sie gehen müßte, wenn ihre Bewegung nach einer Parabel geschähe.

Es geschieht aber nicht allein in diesem Fall, wenn die Kugel mit einer grossen Geschwindigkeit geschossen wird, daß ihre Bahn so merklich von der Parabel unterschieden ist; eine gleiche Abweichung findet auch öfters in langsamen Bewegungen statt, welche so langsam sind, daß man den Flug derselben leicht sehen und erkennen kann. Denn da finden sich sehr wenig Bogen, so auf diese Art untersucht werden können, welche nicht merklich vom ersten, zweyten und dritten Lehrsatz abweichen sollten: indem diese immer noch einer solchen krummen Linie wiederum herab kommen, die kürzer ist, und mit dem Horizont einen größern Winkel macht als diejenige, nach welcher die Körper herauf gestiegen. Ferner ist auch der höchste Punkt ihrer Bahn dem Ort, wo der Körper herunter fällt, immer viel näher, als jenem, von welchem derselbe hinauf gefahren. Um hiervon völlig überzeugt zu werden, daß auch nicht der geringste Zweifel überbleibe, so darf man uns einem dazu bequemen Ort auf den Flug der Steine, Pfeile oder Kugeln, welche auf eine ziemliche Weite geworfen werden, wohl Achtung

Ich habe auch so gar durch die Erfahrung befunden, daß der fünfte, sechste Lehrsatz sehr weit von der Wahrheit abweichen, wenn man nach demselben die Bewegung solcher Kugeln, welche nur einen kleinen Grad der Sphäricität haben, beurtheilet. Ich habe zum Exempel eine bleyerne Kugel von 1 Zoll im Diameter mit einer Geschwindigkeit von 400 Schuh in 1" unter einem Winkel von $19^{\circ}, 5'$ mit dem Horizont abgeschossen, und befunden, daß sie auf einem ebenen Grund nicht weiter als 448 Yards gegangen, da die grösste Horizontal-Schußweite nach dem fünften Lehrsatz zum wenigsten 500 Yards, und hieraus ferner nach dem sechsten Lehr-Satz die Schußweite für den Winkel von $19^{\circ}, 5'$ von 1050 Yards gefunden wird. Dahero in meinen Versuche die Schußweite nicht gar $\frac{3}{4}$ derjenigen ausgetragen, zu welcher die Kugel hätte gelangen müssen, wenn die gemeine Meynung wahr wäre. Ferner ist diese Kugel mit eben der Geschwindigkeit als im vorigen Versuche, aber nur unter einem Winkel von $9^{\circ}, 45'$ abgeschossen, und die Weite, die sie auf einer Horizontal-Fläche bey 330 Yards befunden worden.

Diese Weite hätte nun nach dem fünften und sechsten Lehr-Satz in Ansehung der ersten Geschwindigkeit 566 Yards seyn sollen. Wenn man aber diese aus dem vorhergehenden Versuche vermittelst des sechsten Lehr-Satzes

berechnet, so findet man nicht mehr als 241 Yards, und sind also Zahlen sehr weit von 330 Yards unterschieden.

Weiter wurde eine Kugel unter einem Winkel von 8° mit einer aber mit einer Geschwindigkeit von 700 Schuhen in $1''$ abgeschossen. Schußweite von 690 Yards befunden.

Wenn man aber diese Weite aus der ersten Geschwindigkeit nach dem 5ten und 6ten Lehr-Satz berechnet, so findet man, daß die Lehre, auf welche sich diese Lehr-Sätze gründen, der Wahrheit nicht entspricht, die Kugel in dem gegenwärtigen Exempel auf eine Weite von 350 Yards hätte gelangen müssen. Woraus erhellet, daß die Kugel nicht so weit gegangen, als sie hätte gehen sollen, wenn ihre Bewegung nach der Theorie geschehen wäre.

Wiederum ist eine Kugel mit eben derselben Geschwindigkeit im letzten Experiment, aber nur unter einem Winkel von 4° abgeschossen. Weite des Schusses 600 Yards befunden worden.

Diese Weite hätte nun nach dem vorhergehenden Versuch nach dem 6ten Lehr-Satzes, nicht mehr als 350 Yards austragen sollen, was die Richtigkeit dieses Satzes, und folglich auch der gemeinen parabolischen Theorie, worauf derselbe gegründet ist, klarlich erhellet.

Da nun solcher gestalt bewiesen worden, daß die Bahn, welche die schwersten Kugeln in der Luft beschreiben wird, weder einer geraden noch derselben nahe komme, ausgenommen diejenigen Fälle, in welchen eine Kugel mit einer sehr geringen Geschwindigkeit bewegt wird, so ist die weitere Erklärung der Natur dieser krummen Linien, nach welcher die Kugeln wirklich in der Luft bewegen, auf einen andern Theil vorbehalten. Inzwischen will ich noch hier, um einen Begriff von den Ursachen zu geben, womit diese Untersuchung verknüpft ist, zu geben, einen Blick auf einen ganz außerordentlichen Umstand, welcher öfters vorkommt, theilen.

Weil die Schwebre nach einer senkrechten Direction aufwärts wirkt, so ist klar, daß, wenn außer der Schwebre keine andere Kraft auf einen geworfenen Körper von seinem geradlinichten Lauf ablenket, er beständig in einer Perpendicular-Fläche auf dem Horizont gehen würde, welche durch die Linie, nach welcher der Körper anfänglich geht, bestimmt wird. Wir haben aber befunden, daß die Körper in dieser Fläche öfters von dieser Fläche, bald zur Rechten, bald auch zur Linken

und dieses nach einer gebogenen Linie, welche die erhabene Krümmung gegen die gemeldete Fläche zukehret. Solcher gestalt geschieht die Bewegung einer Kugel öfters in einer Linie, welche eine doppelte Krümmung hat, indem dieselbe erstlich durch die Kraft der Schwerkraft abwärts, und hernach aus der Vertical-Fläche ihrer ursprünglichen Bewegung entweder zur Rechten oder zur Linken durch eine andere Kraft gezogen wird. In diesem Fall liegt also kein Theil der Bahn, in welcher sich die Kugel bewegt, in einer Fläche, sondern dieser Weg wird sich gleichsam in der Oberfläche einer Art von Cylinder befinden, dessen Axe auf dem Horizont senkrecht aufsteht. Die Wahrheit dieses Umstandes soll nun in dem folgenden Satz durch unwidersprechliche Versuche dargethan werden.

ERSTE ANMERKUNG

Der Verfasser hat uns hier zu einem zweyten Theil, in welchem die wahre Bahn einer Canonen-Kugel bestimmt werden sollte, Hoffnung gemacht; so viel uns aber hiervon bekannt, so ist darüber noch nichts zum Vorschein gekommen, obgleich seit der Zeit schon etliche Jahre verlossen. Diese Untersuchung ist aber auch so schwer, daß der Autor mit Recht eine weit grössere Zeit zu Vollendung derselben fordern kann. Wir wollen inzwischen aus demjenigen Begriff von dem Widerstand der Luft, welchen wir aus der Erfahrung hergeleitet, uns bemühen, die wahre Bewegung einer Kugel in der Luft zu bestimmen, in der Hoffnung, daß unsere Arbeit nicht viel von derjenigen, welche uns der Autor darüber versprochen hat, unterschieden seyn werde. Hierbey wird aber unumgänglich nöthig seyn, den Umstand, dessen der Autor zu Ende dieses Satzes Meldung thut, nach welchem eine Kugel von der Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, bald zur Rechten, bald zur Linken getrieben wird, völlig aus den Augen zu setzen, indem dieser Umstand, wie im folgenden gezeigt werden soll, meistens von der irregulären Figur der Kugel herkommt. Wir setzen also zum voraus, daß die Kugel, welche geschossen wird, nicht nur vollkommen rund sey, sondern, daß auch ihr Mittelpunkt der Schwerkraft mit dem Mittelpunkt ihrer Ründung auf das genaueste übereinkomme; ingleichen auch, daß die Kugel keine sonderbare Bewegung um ihr Centrum bekomme. Denn wenn man solche Zufälle mit in Betrachtung ziehen wollte, so würde die Untersuchung nicht nur höchst schwer, und viel-

wovon das Integrale ist

$$x = \frac{4nc}{3} t \cdot \frac{b(h+v)}{v(b+h)}$$

Setzt man nun Kürze halber $\frac{3c}{4nc} = z$, und e für die Zahl, deren hyperbologarithmus = 1, so wird

$$e^z = \frac{b(h+v)}{v(b+h)} \quad \text{und} \quad v = \frac{bh}{e^z(b+h) - h}$$

Die andere Aequation

$$dt = \frac{-4nchdv}{3v(h+v)\sqrt{v}},$$

gibt

$$dt = -\frac{4nc}{3} \cdot \frac{h dv}{(h+v)v\sqrt{v}}$$

Man setze, um die Irrationalität zu heben, $h = aa$, und $v = uu$,

$$dt = -\frac{4nc}{3} \cdot \frac{2aada}{uu(aa+uu)} = -\frac{8nc}{3} \left(\frac{du}{aa+uu} - \frac{du}{uu} \right),$$

wovon das Integrale zum Theil auf der Quadratur des Zirkels I es ist

$$\int \frac{adu}{aa+uu} = A. \text{ tang. } \frac{u}{a},$$

das ist einem Zirkul-Bogen, dessen tangens $= \frac{u}{a}$, wenn der Radius genommen wird. Also bekommt man

$$t = \frac{8nc}{3} \left(\frac{1}{a} A. \text{ tang. } \frac{u}{a} + \frac{1}{u} - C \right).$$

Man setze nun wiederum $a = \sqrt{h}$, und $u = \sqrt{v}$, und bestimme dergestalt, daß $v = b$ wird, wenn $t = 0$, so wird man finden

$$t = \frac{8nc}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{h}} A. \text{ tang. } \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{h}} A. \text{ tang. } \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{h}} + \frac{1}{\sqrt{v}} - \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$$

oder

$$t = \frac{8nc}{3} \left(\frac{\sqrt{b}-\sqrt{v}}{\sqrt{bv}} - \frac{1}{\sqrt{h}} A. \text{ tang. } \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{v})\sqrt{h}}{h+\sqrt{bv}} \right).$$

n vorher v aus der Weite x bestimmt worden, so kann auch t durch y ausgedrückt werden, und folglich bekommt man $y = \frac{1}{3}$ durch x ausgedrückt, so man den Winkel PEM , nachdem man die Linie EM gezogen, erhält. Weil wir aber setzen, daß die Abweichung von der Horizontal-Linie EF merklich ist, so kann man sich mit grösserem Vortheil einer bequemen Annäherung bedienen. Denn in diesem Fall muß der Bruch $\frac{3x}{4nc} = z$ sehr klein seyn und da wird boynah

$$e^2 = 1 + z = 1 + \frac{3x}{4nc},$$

$$v = b - \frac{b(b+h)z}{h}$$

$$\sqrt{v} = \sqrt{b} - \frac{(b+h)z}{2h} \sqrt{b},$$

$$t = \frac{8nc}{3} \left(\frac{(b+h)z}{2h\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \text{A. tang.} \frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}} \right).$$

n z sehr klein, so ist

$$\text{A. tang.} \frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}} = \frac{z\sqrt{b}}{2\sqrt{h}},$$

$$t = \frac{4ncz}{3\sqrt{b}} = \frac{x}{\sqrt{b}},$$

r Ausdruck für eine gänzlich gleichförmige Bewegung gilt. Weil aber die Bewegung nicht als gleichförmig angesehen werden kann, so müssen wir die Näherung genauer nehmen. Es sey also

$$e^2 = 1 + z + \frac{1}{2} z^2,$$

$$v = b - \frac{b(b+h)}{h} \left(z - \frac{1}{2} z^2 - \frac{bzs}{h} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{v}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{(b+h)z}{2h\sqrt{b}} + \frac{(b+h)(h-b)zs}{8hh\sqrt{b}}.$$

Da nun

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{r}} \quad \text{und} \quad z = \frac{3x}{4nc},$$

so wird

$$t = \frac{x}{\sqrt{b}} + \frac{3(b+h)xx}{16nch\sqrt{b}} + \frac{3(hh-bb)xx^3}{128n^3c^3h\sqrt{b}},$$

worans die Zeit, in welcher die Kugel durch die Weite $EP = x$ geht, wird. Hieraus findet man aber ferner die Abweichung $PM = \frac{xx^2}{4b}$, wird:

$$PM = \frac{xx}{4b} + \frac{3(b+h)xx^3}{32nchh},$$

und folglich bekommt man den Winkel PEM , dessen Tangens

$$= \frac{x}{4b} + \frac{3(b+h)xx}{32nchh}.$$

Die Geschwindigkeit der Kugel in P aber wird aus dieser Tangente bekannt werden

$$v = b - \frac{3b(b+h)x}{4nc^2h} + \frac{9b(b+h)(2b+h)xx}{32n^3c^2h^3},$$

oder es verhält sich \sqrt{b} zu \sqrt{v} , wie

$$1 + \frac{3(b+h)x}{8nc^2h} + \frac{9(hh-bb)xx}{128n^3c^2h^3} \quad \text{zu} \quad 1.$$

Da des Winkels PEM Tangens bey nahe ist $= \frac{x}{4b}$, so läßt sich die Weite EF bestimmen, wo der Abweichungs-Winkel $FE'G$ eine grade bekommt. Es sey nun dieser Winkel $FE'G$ ein halber Grad, so

$$\frac{x}{4b} = 0,0087269, \quad \text{und also} \quad EP = \frac{8b}{229} \quad \text{ungefähr.}$$

Weil aber der Winkel $FE'G$ doch noch etwas grösser als $\frac{1}{2}$ Grad, so muß EF etwas kleiner als $\frac{8b}{229}$ angenommen werden; und damit $FE'G$ für eine 24pfündige eiserne Kugel, welche mit einer Geschwindigkeit von 1500 Schuhen in einer Secunde geschossen wird, einen halben Grad trage, so muß seyn $EF = \frac{b}{30}$, oder = 900 Schuh. Wenn also eine Kugel, welches von der Canone 900 Schuh weit entfernt ist, getroffen

so muß die Axe der Canone nach dem Punct F' oder um einen halben Grad höher gerichtet werden. Man kann aber aus diesen Formeln für einen jeglichen Fall, wenn die Geschwindigkeit der Kugel in E , nebst ihrem Diameter c und ihrer Schwebre n in Ansehung der Luft gegeben ist, das Punct G in einer gegebenen Weite $EF = a$, bestimmen, wohin die Kugel treffen wird, und auch ausser dem Winkel $F'EG$ noch die Geschwindigkeit, welche die Kugel in G haben wird, anzeigen; wenn nemlich nur die Weite EF nicht allzugroß ist, als daß man die Krümmung für nichts achten kann.

Laßt uns setzen, der Diameter der Kugel sey $5\frac{1}{2}$ Zoll, oder $\frac{11}{24}$ Engl. Schuh, ferner sey die Kugel von Eisen, und also $n = 6647$, und die erste Geschwindigkeit derselben betrage 1650 Engl. Schuh, oder 1600 Rheintl. Schuh; so wird die Höhe $b = 40960$ Rheintl. Schuh. Da nun $c = \frac{11}{24}$ Engl. = $0,44458$ Rheintl. Schuh, so wird $\frac{4nc}{8} = 3940$, und es ist $h = 27979$ Rheintl. Schuh.

Nun sey die Weite $EF(a) = 1000$ Rheintl. Schuh, so wird $x = 1000$ und $z = \frac{3x}{4nc} = \frac{100}{394}$. Hieraus erhellet, daß z so klein ist, daß die obigen Näherungen genau genug sind. Weil also, wenn die Geschwindigkeit in G durch Vv angedeutet, sich verhält

$$Vb : Vv = 1 + \frac{(b+h)x}{2h} + \frac{(b+h)(h-b)zs}{8bh} : 1,$$

so ist $Vb : Vv = 1,30348 : 1$, folglich beträgt die Geschwindigkeit der Kugel in G noch 1227 Rheintl. Schuh in einer Secundo. Hiernach ist die Tangens des Winkels $F'EG$

$$= \frac{x}{4b} + \frac{(b+h)xs}{8bh} = \frac{x}{4b} \left(1 + \frac{(b+h)s}{2h} \right),$$

welche in Zahlen gefunden wird

$$= 1,31268 \cdot \frac{x}{4b} = 0,008012,$$

und dieses ist die Tangens von $27', 32''$. Also ist in diesem Exempel der Abweichungs-Winkel $F'EG$ nicht grösser als $27', 32''$, ungeachtet die Weite EF 1000 Rheintl. Schuh groß, und die Geschwindigkeit der Kugel in G schon sehr merklich abgenommen. Wenn also in einer Distanz von 1000 Schuhen mit dieser Kugel ein gegebenes G getroffen werden soll, so muß man mit dem Stücke nach einem höheren Punct F zielen, dergestalt, daß der Winkel $F'EG$ $27', 32''$ betrage, zu welchem Ende man sich auf dem Stück solche Marquen, um darnach zu zielen,

machen könnte, daß die Visier-Linie mit der Axe des Stücks einen Winkel von $27', 32''$ machte. Wäre die Distanz noch so groß, so müßte dieser Winkel ungefähr noch so groß genommen werden. Für kleinere Distanzen würde die Krümmung der Bahn, wenn man diesen Winkel als 1000 Schuh, wird man nicht merklich fehlen, wenn man diesen Winkel auf eben derjenigen Verhältniß vermindert. Also wird für eine Weite von 1000 Schuhen der Abweichungs-Winkel $= 13', 46''$, für 250 Schuh aber $6'$, hauptsächlich aber sieht man hieraus, daß, wenn die gegebene Weite nicht als 1000 Schuh gesetzt wird, der Winkel KEG nicht einmal auf 1° Grad steige. Da man nun in der gewöhnlichen Art die Canonen auf solche kleine Winkel nicht sieht, so liegt die Ursache klar, warum man insgemein geglaubt, daß eine Stück-Kugel auf einer geraden Linie nach einer vollkommen geraden Linie fortgehe. So geringe Krümmung der Bahn einer Stück-Kugel, wenn das Stück horizontal worden; dieselbe wird aber noch kleiner, wenn das Stück mit dem Horizont einen Winkel macht. Denn alsdenn wirket nur ein Theil der Schwerkraft auf die Krümmung der Bahn, da in den Horizontal-Schnitten die ganze Schwerkraft dahin gerichtet war. Diese Verminde- rung geschieht ungefähr nach dem Sinus des Winkels, welchen das Stück mit dem Horizont macht; auch wenn das Stück völlig aufrecht gestellt wird, so fährt die Kugel nach einer geraden Linie in die Höhe, und leidet gar keine Krümmung, welches der Fall ist, den wir uns zu erläutern vorgenommen haben.

ZWEYTE ANMERKUNG

Es sey demnach wie vorher der Diameter der Kugel $= c$, die Distanz der Kugel n mahl grösser, als die Schwere der Luft, und die Erstgeschwindigkeit der Kugel $= \sqrt{b}$, mit welcher dieselbe gerade aufwärts nach der vertical-Direction BA (Fig. 25) geschossen wird. Wir wollen setzen, die Kugel sey nach Verließung der Zeit t biß in P gestiegen, wo wir die Geschwindigkeit derselben $= \sqrt{v}$, und die Höhe $EP = x$ nennen wollen. Wenn ein unendlich kleine Element $Pp = dx$ gesetzt wird, so wird $dt = \frac{dx}{\sqrt{v}}$, und wenn die Kugel durch Pp hinauf steigt, so wird ihre Bewegung beyde-

1) Im Original: $dt = \frac{-dx}{\sqrt{v}}$. Berichtigt von F. R. S.

re und durch den Widerstand der Luft vermindert. Die natür-
Schwehre der Kugel muß aber um $\frac{1}{n}$ vermindert werden, weil
gleicher Körper in der Luft so viel von seiner Schwehre ver-
als eine gleich große Maße Luft wiegt. Dahero wird die
ng der Schwehre auf die Kugel durch $1 - \frac{1}{n}$ ausgedrückt
n, wofür wir Kürze halber g setzen wollen. Hiernach ist, wie
en¹⁾ gesehen, die Wirkung des Widerstands

$$= \frac{3v(h+v)}{4nch},$$

so wir diese Vergleichung erhalten

$$dv = -gdx - \frac{3v(h+v)dx}{4nch}$$

$$dx = \frac{-4nchdv}{4ngch + 3hv + 3vv}$$

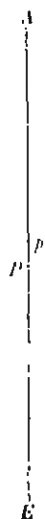


Fig. 25.

die Integration entweder von der Quadratur des Zirkels, oder von den
thnis abhängt, oder auch algebraisch bewerkstelliget werden kann.
wenn $h < \frac{16}{3}ngc$, oder wenn $h < \frac{16}{3}(n-1)c$, so erfordert die Integration
adratur des Zirkels; wenn aber $h > \frac{16}{3}(n-1)c$, so kommt man auf Log-
nos, und wenn $h = \frac{16}{3}(n-1)c$, so kann die Integration algebraisch ver-
werden. Da nun $h = 27979$ Rheinl. Schuh, so geht die Integration für
serne Kugel, da $n = 6647$, algebraisch von statlen, wenn der Diameter
ngel $c = \frac{170}{225}$ Rheinl. Schuh, oder wenn der Diameter der Kugel $9\frac{3}{4}$ engl.
ült. Wenn also der Diameter einer eisernen Kugel grösser ist, als $9\frac{1}{4}$
o erfordert die Integration die Quadratur des Zirkels; hingegen wenn
ameter der Kugel kleiner ist, als $9\frac{3}{4}$ Zoll, so kommt man auf Loga-
s, und dieses ist der Fall, welcher am öftesten vorkommt.

Wir wollen inzwischen für das erste den Fall betrachten, wenn $h = \frac{16}{3}ngc$,
wenn

$$4ngch = \frac{3}{4}hh \quad \text{und} \quad 4nch = \frac{3hh}{4g}$$

Siehe p. 363. E. R. S.

Hier wird also

$$dx = \frac{-hh}{4g} \cdot \left(\frac{1}{3}h + v\right)^2$$

oder

$$x = \frac{hh}{2g(\frac{1}{3}h + 2r)} = \frac{hh}{2g(2b + h)} \quad 1)$$

woraus die ganze Höhe EA , auf welche die Kugel steigen wird, hervorgeht, wenn man setzt $v = 0$: indem die Kugel so lang steigt, biß ihre Dichtigkeit völlig zernichtet wird. Daher wird in diesem Fall

$$EA = \frac{h}{2g} = \frac{hh}{2g(2b + h)} = \frac{hh}{g(2b + h)} \quad 2)$$

Wenn aber der Diameter der Kugel kleiner ist, als in diesem Fall, d. h. $4ngch < \frac{3}{4}hh$, so laßt uns setzen

$$4ngch = \frac{3}{4}hh = 3kk;$$

so wird

$$dx = \frac{-(hh - 4kk)dv}{4g(\frac{1}{3}h + v)^2 + kk}$$

oder

$$\frac{4gdv}{hh - 4kk} = \frac{dv}{2k(v + \frac{1}{3}h + k)} = \frac{dv}{2k(v + \frac{1}{3}h + k)}$$

Wovon das Integrale gefunden wird

$$x = \frac{hh - 4kk}{8gk} \left\{ \frac{(2v + h + 2k)(2b + h + 2k)}{(2v + h + 2k)(2b + h + 2k)} \right\}$$

Wenn man nun hier setzt $v = 0$, so wird

$$EA = \frac{hh - 4kk}{8gk} \left\{ \frac{(h + 2k)(2b + h + 2k)}{(h + 2k)(2b + h + 2k)} \right\}$$

und da $g = 1 - \frac{1}{n}$, so ist

$$k = \sqrt{\left(\frac{1}{4}hh - \frac{1}{3}(n-1)rh\right)}.$$

1) Im Original $x = \frac{hh}{2g(\frac{1}{3}h + v)} = \frac{hh}{2g(\frac{1}{3}h + h)}$. Berichtigt von F. R. S.

2) Im Original $EA = \frac{h}{2g} = \frac{hh}{2g(\frac{1}{3}h + h)} = \frac{hh}{2g(\frac{1}{3}h + h)}$. Berichtigt von F. R.

us wollen wir nun die Höhe bestimmen, zu welcher eine eiserne Kugel, deren Diameter $= 5\frac{1}{2}$ Zoll, und welche mit einer Geschwindigkeit 650 Engl. Schuh gerade aufwärts geschossen wird, gelangen kann.

Es ist also $b = 40960$ Rheind. Schuh, $\frac{1}{2}ac = 3940$ Rheind. Schuh, und

$$\frac{4}{3}(n-1)ch = 110226100 = \frac{hh - Akk}{1}.$$

Es wird gefunden $\frac{1}{4}hh = 195706110^2$) und ist also $k = \sqrt{85480010} = 9245,51^3)$; es

$$\frac{hh - Akk}{8gh} = 5962,^4)$$

so wird

$$EA = 59621 \frac{46470 \cdot 91408}{9488 \cdot 128390} = 7447,^5)$$

wird diese Kugel nicht höher, als auf 7447⁵⁾ Rheind. Schuh steigen, da sie doch in einem luft-leeren Raum auf eine Höhe von 40960 Rheind. Schuh gestiegen seyn würde. Weil aber die Luft je höher je dünner wird, also der Widerstand derselben abnimmt, so muß diese Kugel in der That etwas höher kommen, welches aber, da die Kugel in der untern Gegend größten Widerstand leidet, nicht viel anstragen kann.

Da nun solcher Gestalt die Höhe EA , zu welcher die Kugel gelanget, den wird, so können wir dieselbe an statt der Geschwindigkeit in E als mit annehmen, um auf diese Art das Herunterfallen der Kugel, nebst der erforderlichen Zeit, desto bequemer bestimmen zu können. Es sey also ganze Höhe $AE = a$, die Geschwindigkeit der aufsteigenden Kugel in V , und die Geschwindigkeit der herunterfallenden Kugel gleichfalls in P $= \sqrt{u}$; die Höhe AP aber werde $= z$ gesetzt. Da nun $z = a - x$ und $-dx$, so wird man für das Heraufsteigen diese Differential-Vergleichung haben

$$4nchdv = 4ngchdz + 3hvdz + 3vvdz.$$

Herunterfallen ist aber nur der Widerstand der Luft der Bewegung ent-

1) Im Original 110237500. 2) Im Original 195705800.

3) Im Original $\sqrt{85468300} = 9245$. 4) Im Original 5963.

5) Im Original $EA = 59631 \frac{46469 \cdot 91409}{9489 \cdot 128389} = 9376$. 6) Im Original 9376.

gegen, indem die Schwere die Kugel abwärts zieht, und die Bewegung mehret. In diesem Fall wird man also diese Aequation bekommen

$$4uchdu = 4ugchdz - 3hudz - 3uudz.$$

Diese Aequation entsteht aus jener, wenn man $\dots c$ für c schreibt: wenn das Integrale für die erste Aequation wird gefunden worden seyn, so daraus durch diese Veränderung das Integrale der andern leicht hergeleiten können. Es wird aber zu unserem Vorhaben dienlicher seyn, Integrationen durch eine bequeme Näherung zu verrichten. Weil nun, z und folglich c noch sehr klein ist, diese Aequation

$$4uchdv = 4ugchdz \quad \text{oder} \quad dv = g dz$$

statt findet, so wollen wir für den wahren Werth von c diese Series nehmen

$$v = gz + \alpha z^2 + \beta z^3 + \gamma z^4 + \delta z^5 + \text{etc.}$$

und die Buchstaben $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ etc. aus der erstern Aequation bestimmet. Um aber dieses desto leichter zu bewerkstelligen, so wollen wir h setzen, indem $\frac{1}{n}$ ein so geringer Bruch ist, welcher nicht in Betracht kommt. Hiernach laßt uns setzen $4uc = 3mh$, oder $m = \frac{4uc}{3h}$; so wird die Aequation in diese verwandelt

$$mhhdv = mhhdz + hvdz + vudz,$$

und wenn man hierzu annimmt

$$v = z + \alpha z^2 + \beta z^3 + \gamma z^4 + \delta z^5 + \text{etc.},$$

so wird gefunden

$$\alpha = \frac{1}{2mh}, \quad \beta = \frac{1}{6m^2h^2}(2m+1),$$

$$\gamma = \frac{1}{24m^3h^3}(8m+1), \quad \delta = \frac{1}{120m^4h^4}(16m^2+22m+1).$$

Und also hat man

$$v = z + \frac{z^2}{2mh} + \frac{(1+2m)z^3}{6m^2h^2} + \frac{(1+8m)z^4}{24m^3h^3} + \frac{(1+22m+16m^2)z^5}{120m^4h^4} + \text{etc.}$$

welche Ausdrückung für das Aufsteigen gilt. Für das Herunterfallen aber bekommt man

$$u = z = \frac{z^2}{2mh} + \frac{(1-2m)z^3}{6m^2h^2} - \frac{(1-8m)z^4}{24m^3h^3} + \frac{(1-22m+16m^2)z^5}{120m^4h^4} - \text{etc.}$$

Um nun hieraus so wohl die Zeit des Aufsteigens als des Herunterfallens zu bestimmen, so suche man die Werthe von $\frac{1}{v^2}$ und von $\frac{1}{v^4}$. Man wird aber finden

$$\frac{1}{v^2} = \frac{1}{v^2} \left(1 - \frac{z}{4mh} + \frac{(1-16m)z^2}{96m^2h^2} + \frac{(1-16m)z^3}{384m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)z^4}{10240m^4h^4} - \text{etc.} \right)$$

$$\frac{1}{v^4} = \frac{1}{v^4} \left(1 + \frac{z}{4mh} + \frac{(1+16m)z^2}{96m^2h^2} - \frac{(1+16m)z^3}{384m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)z^4}{10240m^4h^4} + \text{etc.} \right)$$

Man multiplicire diese Formeln mit dz , und integrire dieselben, hernach aber setze man $z = a$, so wird man für die Zeit des Heraufsteigens finden

$$2\sqrt{a} = \frac{a\sqrt{a}}{6mh} + \frac{(1-16m)a^2\sqrt{a}}{240m^2h^2} - \frac{(1-16m)a^3\sqrt{a}}{1344m^3h^3} + \frac{(1+32m+256m^2)a^4\sqrt{a}}{46080m^4h^4} - \text{etc.}$$

Für die Zeit des Herunterfallens aber findet man

$$2\sqrt{a} + \frac{a\sqrt{a}}{6mh} + \frac{(1+16m)a^2\sqrt{a}}{240m^2h^2} - \frac{(1+16m)a^3\sqrt{a}}{1344m^3h^3} - \frac{(1+32m+256m^2)a^4\sqrt{a}}{46080m^4h^4} + \text{etc.}$$

Diese beyden Ausdrückungen zusammen genommen geben die ganze Zeit, in welcher die Kugel in der Luft schwebet, biß dieselbe wiederum herunter fällt. Diese Zeit ist also

$$4\sqrt{a} + \frac{a^2\sqrt{a}}{120m^2h^2} - \frac{a^3\sqrt{a}}{42m^3h^3} - \frac{(1+256m^2)a^4\sqrt{a}}{23040m^4h^4} + \text{etc.}$$

Wenn man nemlich a in tausendsten Theilen eines Rheinl. Schuhes ausdrückt, und diese Formel durch 250 dividirt, so kommt die Zeit in Secunden ausgedrückt heraus. Wenn also umgekehrt die Zeit, welche von dem Schuß biß zum Fall der Kugel verflossen, gegeben wird, so kann man daraus die Höhe $EA = a$ finden, zu welcher die Kugel gekommen. Es sey also diese Zeit $= \mu$ Secunden, und man setze $t = 250\mu$, so findet man

$$\sqrt{a} = \frac{t}{4} - 2^{16} \cdot 3 \cdot 5 m^2 h^2 + 2^{17} \cdot 3 \cdot 7 m^3 h^3 + 2^{20} \cdot 3 \cdot 5 m^4 h^4 + 2^{21} \cdot 5 \cdot 9 m^5 h^5 - \text{etc.}$$

und auf diese Art wird a in 1000sten Theilen eines Rheinh. Schuhs an-
 Diese Series nimmt so stark ab, daß die hier angeführten Termini 1
 sind, die Höhe $EA = a$ zu bestimmen, wenn nur l keine allzugroße

Um diese Rechnung zu erläutern, so wollen wir ein Exempel
 jenen, welche der Herr BERNHARD in dem zweyten Tomo der P
 schen Comment.¹⁾ angeführt, untersuchen. Dieselben sind mit e
 pfündigen eisernen Kugel gemacht worden, deren Diameter 0,2375
 Schuh hielt. Nachdem diese Kugel aus einer Canone, so 32 Caliber
 mit einer Ladung Pulver von 2 Untz oder $\frac{1}{8}$ ℓ gerade aufwärts in
 geschossen worden, so fiel dieselbe nach 34" wiederum zu Boden.

Hier ist also $n = 6647$, $c = 0,2304$ Rheinh. Schuh. Folglich ist
 und $\frac{1}{3} nc = 2041 = mh$, also $mh = 2041000$ tausendstel Rheinh. S
 $m = 0,07295$. Nun multiplicire man die 34" mit 250; so wird $l =$
 hieraus findet man

$$\frac{l}{3} = 2125$$

$$\frac{l^5}{2^{15} \cdot 15 m^3 h^3} = 21,670$$

$$\frac{l^4}{2^{13} \cdot 21 m^2 h^3} = 9,993$$

$$\frac{l^3}{2^{10} \cdot 15 m h^3} = 1,657$$

$$\frac{l^2}{2^8 \cdot 45 m^2 h^3} = 1,193.$$

Also

$$\sqrt{a} = 2115,973$$

und

$$a = 4478$$

Rheinh. Schuh.²⁾

Nach dieser Rechnung müßte also die Kugel auf eine Höhe
 Rheinh. Schuh gestiegen seyn: aus welcher jetzt die erste Geschw
 Kugel, oder die Höhe b , aus welcher diese Geschwindigkeit dur
 in einem Luft-leeren Raum erzeugt wird, gefunden werden kann

1) Siehe die Anmerkung 1, p. 41. F. R. S.

2) Aus den für die fünf Glieder von \sqrt{a} angegebenen Werten erhält man \sqrt{a}
 Da aber das letzte Glied nicht gleich 1,193 ist, sondern den Wert 0,753
 $\sqrt{a} = 2115,733$, woraus sich 4476,3 rheinländische Schuh für a ergeben; eine St
 der im Text angeführten unwesentlich abweicht. F. R. S.

$KA = a = 4478$ Rheintl. Schuh, welche Höhe von derjenigen, so der Hr. BERNOULLI gefunden, nicht viel unterschieden ist¹⁾, wenn man nimmt

$$k = \sqrt{\left(\frac{1}{4}hh - \frac{4}{3}nch\right)},$$

so wird $k = 11773$ Rheintl. Schuh, und man bekommt

$$a = \frac{hh - 4kk}{8gk} \cdot \frac{(h + 2k)(2b + h - 2k)}{(h - 2k)(2b + h + 2k)}.$$

Um nun hieraus b zu finden, weil $g = 1$ und $\frac{1}{4}hh - kk = 2041h$, so wird

$$\frac{8ak}{hh - 4kk} = 1,8464;$$

und wenn e für die Zahl, deren hyperbolischer Logarithmus $= 1$, genommen wird, so wird

$$e^{1,8464} = 6,3373,$$

und die gesuchte Höhe b wird also ausgedrückt

$$b = \frac{5,3373(hh - 4kk)}{2h + 4k - 6,3373(2h - 4k)}.$$

Woraus gefunden wird $b = 26014$ Rheintl. Schuh, und daher müßte die Kugel mit einer Geschwindigkeit von 1275 Schuhen in 1" aus der Canone geschossen worden seyn. Diese Geschwindigkeit ist nun weit grösser, als diejenige, welche der Hr. Prof. BERNOULLI aus seiner Theorie gefunden.²⁾ Man hat sich aber hierüber nicht zu verwundern; denn da wir hier den Widerstand mit dem Antore grösser annehmen, als der Hr. BERNOULLI gethan, so muß auch die Kugel anfänglich eine weit grössere Geschwindigkeit gehabt haben, um auf eben diejenige Höhe zu gelangen. Hierdurch wird aber eine weit grössere Schwierigkeit verursacht, indem man aus der oben festgesetzten Wirkung des Pulvers unmöglich erklären kann, wie eine drey-pfündige Kugel von einer Ladung von $\frac{1}{8}u$ eine so große Geschwindigkeit erhalten könne. Denn wenn man nach unserer obigen Regel setzt, das Gewicht der Kugel $P = 3$, das Gewicht der Ladung $= \frac{1}{8}$ und die Länge der Canone in Calibern $i = 32$, so

1) BERNOULLI hatte 4550 englische Fuß $= 4419$ rheinländische Schuh erhalten. F. R. S.

2) BERNOULLI hatte 13694 englische Fuß für b gefunden, woraus sich eine Geschwindigkeit von 912 rheinländischen Schuhen ergibt. F. R. S.

findet man $b = 6855$ Rheintl. Schuh, und die Kugel würde also mit derselben Geschwindigkeit als von 654 Schuhen in 1" gehabt haben.¹⁾ Diese Abweichung zwischen 654 Schuh. und 1275 Schuh ist so groß, daß derselbe von einer geringen Abweichung der Theorie von der Wahrheit entspringen könnte, also bey diesem Experiment kein merklicher Fehler eingeschlichen seyn, entweder die Gewalt des Pulvers fast 4 mahl grösser seyn, als man annahm, welche Folge auch der Herr BERNOULLI aus eben diesen Versuchen zieht, oder die gebrauchte Näherung zu Bestimmung der Zeit unrichtig seyn. Denn ungeachtet die 5 ersten Termini, wodurch die Zeit ausgedrückt worden, ziemlich stark abnehmen, so könnte es doch geschehen, daß die folgenden Termini wiederum grösser würden, und also der Werth von a in der That weit kleiner wäre. Um nun dieses zu untersuchen wollen wir die Frage umkehren, und aus der ersten Geschwindigkeit einer Kugel, welche 1275 Schuh in 1" seyn soll, die Zeit bestimmen, welche zum Aufsteigen der Kugel, als zum Herabfallen erfordert wird, zu sehen, ob diese Zeit 34" betrage, wie in dem Experiment befunden worden.

Es sey demnach $b = 26014$ Rheintl. Schuh, und $u = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{dv}{dh} \cdot v$,
 $mh = 2041$ Rheintl. Schuh. Weil nun oben für das Heraufsteigen u gefunden worden

$$mhhdv = mhh dz + hvdz + vvdz,$$

so wird

$$dz = \frac{mhhdv}{mh + hv + vv}.$$

Man setze ferner

$$mh = \frac{1}{4} kh - kk,$$

so wird $k = 11773$ Rheintl. Schuh, und wird also

$$dz = \frac{mhhdv}{(v + \frac{1}{4}h + k)(v + \frac{1}{4}h - k)}.$$

Wenn nun die Zeit $= t$ gesetzt wird, so bekommt man

$$dt = \frac{dz}{v} = \frac{mhhdv}{(v + \frac{1}{4}h + k)(v + \frac{1}{4}h - k)v}.$$

1) Aus der zweiten Gleichung p. 326 erhält man 7219 für b und für u 671,7 rheinländische Schuh pro Sekunde. F. R. S.

ey $\sqrt{v} = s$, so wird

$$dt = \frac{2mhhds}{(ss + \frac{1}{2}h + k)(ss + \frac{1}{2}h - k)}$$

$$dt = \frac{mhh}{k} \left(\frac{ds}{ss + \frac{1}{2}h - k} - \frac{ds}{ss + \frac{1}{2}h + k} \right).$$

aber

$$\frac{1}{2}h - k = 2216,5 \quad \text{und} \quad \frac{1}{2}h + k = 25762,5,$$

beruht die Integration beyder Glieder auf der Quadratur des Zirkels. In Kürze halber

$$\frac{1}{2}h - k = 2216,5 = \beta\beta,$$

$$\frac{1}{2}h + k = 25762,5 = \gamma\gamma.$$

ird

$$t = \frac{mhh}{\beta k} \cdot \Lambda. \text{ tang. } \frac{s}{\beta} - \frac{mhh}{\gamma k} \cdot \Lambda. \text{ tang. } \frac{s}{\gamma}.$$

man hier die Grössen in tausendsten Theilen eines Rheinländischen Fusses ausdrückt, und durch 250 dividirt, so bekommt man die Zeit in Sekunden. Und die ganze Zeit des Heraufsteigens kommt also heraus, wenn $v = b$ und $s = \sqrt{b} = 161,29$ setzt. Auf diese Art wird

$$\beta = 47,08 \quad \text{und} \quad \gamma = 160,50 \quad \text{und} \quad \frac{mh}{k} = 0,17336.$$

r

$$\frac{\sqrt{h}}{\beta} = 3,55298 \quad \text{und} \quad \frac{\sqrt{h}}{\gamma} = 1,04218.$$

wegen wird seyn

$$t = 3,66797 \left(3,55298 \cdot \Lambda. \text{ tang. } \frac{161,29}{47,08} - 1,04218 \cdot \Lambda. \text{ tang. } \frac{161,29}{160,50} \right)$$

aus, und hieraus findet sich die Zeit des Heraufsteigens $= 13 \frac{3}{4}''$.¹⁾

1) Genauer 13,758 Sekunden. F. R. S.

Wenn wir die Zeit des Herunterfallens genau bestimmen wollen, müssen wir zuerst die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel heruntersinken. Dieses geschieht aus der Aequation

$$dz = \frac{mhh du}{mhh - hu - nu}.$$

Man setze

$$mhh = ff - \frac{1}{4} hh,$$

so wird

$$f = h \sqrt{\left(m + \frac{1}{4}\right)} = 15900$$

und

$$dz = \frac{mhh du}{(f - \frac{1}{2}h - u)(f + \frac{1}{2}h + u)}.$$

folglich

$$dz = \frac{mhh}{2f} \left(\frac{du}{f + \frac{1}{2}h + u} + \frac{du}{f - \frac{1}{2}h - u} \right),$$

wovon das Integrale gehörig genommen, giebt

$$z = \frac{mhh}{2f} \log \frac{(f - \frac{1}{2}h)(f + \frac{1}{2}h + u)}{(f + \frac{1}{2}h)(f - \frac{1}{2}h - u)}.$$

Nun setze man $z = 4478$ Rhoind. Schuh, nemlich der gefundenen $EA = a$; so wird

$$\frac{2fz}{mhh} = \frac{2a \sqrt{\left(m + \frac{1}{4}\right)}}{mh} = 2,49367$$

und

$$e^{2,49367} = 12,1056;$$

diese Zahl setze man $= N$. so wird

$$N = \frac{ff - \frac{1}{4}hh + (f - \frac{1}{2}h)u}{ff - \frac{1}{4}hh - (f + \frac{1}{2}h)u}$$

und

$$u = \frac{mhh(N - 1)}{(f + \frac{1}{2}h)N + f - \frac{1}{2}h}.$$

Hieraus kommt $u = 1743,51^1)$ Rhoind. Schuh.

1) Im Original 1743,7.

Man setze jetzt die Zeit des Herabfallens $= t$, so wird

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{u}} = \frac{mhh}{2f} \left(\frac{du}{f + \frac{1}{2}h + u} + \frac{du}{f - \frac{1}{2}h - u} \right).$$

$$\sqrt{u} = s = 41,7582,$$

$$f + \frac{1}{2}h = \beta\beta \quad \text{und} \quad f - \frac{1}{2}h = \gamma\gamma.$$

$$\beta = 172,873 \quad \text{und} \quad \gamma = 43,7007,$$

$$dt = \frac{mhh}{f} \left(\frac{ds}{\beta\beta + ss} + \frac{ds}{\gamma\gamma - ss} \right),$$

von das Integrale ist

$$t = \frac{mhh}{\beta f} \text{A. tang.} \frac{s}{\beta} + \frac{mhh}{2\gamma f} \left(\frac{\gamma}{\gamma - s} + \frac{s}{\gamma} \right).$$

ist aber

$$\frac{mh}{f} = 0,128365, \quad \frac{\sqrt{h}}{\beta} = 0,96759 \quad \text{und} \quad \frac{\sqrt{h}}{2\gamma} = 1,91118.$$

aus wird

$$t = 2,71595 \left(0,96759 \text{A. tang.} \frac{41,7582}{172,873} + 1,91118 \left(\frac{43,7007}{20025} + \frac{855189}{20025} \right) \right)$$

und also die Zeit des Herabfallens wird $= 20,11$ Secunden; daher die Zeit, in welcher die Kugel in der Luft geschwebet, ist $= 33,87$ Secunden, welche von der beobachteten Zeit, nemlich von $34''$, nur um $\frac{13}{100}$ Secunden verschieden ist.¹⁾ Hieraus erhellet, daß man sich auf die obige Näherung verlassen könne.

.....

1) Die Gleichung für t ergibt für die Fallzeit in Sekunden den Ausdruck

$$\frac{mh}{260f} \sqrt{1000h} \left(\frac{\sqrt{h}}{\beta} \text{aretg.} \frac{s}{\beta} + \frac{\sqrt{h}}{2\gamma} \left(\frac{\gamma}{\gamma - s} + \frac{s}{\gamma} \right) \right).$$

aus man, unter Benützung der genaueren Werte

$$s = 41,75538, \quad \beta = 172,886, \quad \gamma = 43,70926, \quad \frac{\sqrt{h}}{\beta} = 0,967513, \quad \frac{\sqrt{h}}{2\gamma} = 1,91343,$$

die Zeit des Herabfallens 20,26 Sekunden, somit für die ganze Dauer der Bewegung in der 34,02 Sekunden erhält. F. R. S.

Da sich nun hierinn kein Irrthum gefunden, so muß die Geschwindigkeit mit welcher die Kugel aus der Canone geschossen worden, noch ungefähr 1275 Schuh in 1" betragen haben, und bleibt also noch eine große Schwierigkeit, woher die Kugel diese so große Geschwindigkeit erhalten soll. Wir haben schon gewiesen, daß 2 Unzen Pulver, welche bey einer Ladung sollen seyn gebraucht worden, nach der oben¹⁾ fest gesetzten Theorie keine grössere Geschwindigkeit, als von 654 Schuhen in 1" hätte hervordringen können. Dieser Unterschied ist allzugroß, und die Ladung zu klein, die man aus der Vermehrung der Hitze bey Entzündung des Pulvers den Zuwachs der Kraft sollte herleiten können. Man kann aber aus diesem Factum auch nicht schliessen, daß die Gewalt des Pulvers so sehr schwach seyn sollte, als wir oben angenommen haben. Denn wenn man vielmehr annehmen wollte, so müßte auch in allen von dem Autore angestellten Versuchen die Geschwindigkeit der Kugel fast zwey mahl so groß gewesen seyn, als durch die Erfahrung befunden worden, welches man keineswegs annehmen kann. Nach unserer Tabelle, welche wir oben²⁾ gegeben, müßte die Ladung zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit die Ladung über ein halb Pfund betragen, vier mahl grösser, als die angezeigte, welche nur 2 Unzen war, und die Höhe von 4478 Schuhen ist auch zu klein, als daß die Verdichtung der Luft eine merkliche Veränderung hätte hervorbringen können; da die Meynungen kann die Luft zu oberst in *A* nicht über den Druck der Kugel seyn, als unten in *E*, welches bey der daselbst schon schwachen Ladung nichts merkliches austragen kann. Wir wollen also dieses Factum an seinen Ort gestellt seyn lassen, und zur Untersuchung der krummen Bewegung einer Kugel fortschreiten.

Dritte Anmerkung.

Es sey wiederum wie bißher der Diameter der Kugel $= c$, die Geschwindigkeit der Kugel zur Schwere der Luft, wie n zu 1, und b die Höhe, aus welcher die Kugel in *E* (Fig. 23, p. 352) durch den Fall *AE* herabfällt. Wir wollen also setzen, die Kugel werde unter einem schiefen Winkel θ zum Horizont *EF* aus der Canone geschossen, nemlich nach der Direction *EH*, und den Winkel $HEF = \theta$ setzen. Da nun die Geschwindigkeit

1) Siehe p. 234, 318 und 325. 2) Siehe p. 327. F. R. S.

durch Vb ausgedrückt wird, wenn wir dieselbe nach der Horizontal-Direction EF und Vertical-Direction EG zertheilen, so wird die Horizontal-Geschwindigkeit $= Vb \cdot \cos. \theta$, und die Vertical-Geschwindigkeit $= Vb \cdot \sin. \theta$. Nach Verfliehung der Zeit $= t$ sey die Kugel in M gekommen, wo ihre Geschwindigkeit seyn soll $= Vv$. Man ziehe aus M die Vertical-Linie MP , und nenne $EP = x$, $PM = y$, so wird, nachdem man sich die Vertical-Linie pm der PM unendlich nahe gezogen vorstellt, seyn $Pp = Mr = dx$ und $mr = Mq = dy$. Ferner nenne man das Element der krummen Linie

$$Mm = V(dx^2 + dy^2) = ds,$$

und den Winkel $mMr = q$, so wird

$$\sin. q = \frac{dy}{ds}, \quad \cos. q = \frac{dx}{ds} \quad \text{und} \quad \text{tang. } q = \frac{dy}{dx}.$$

Hernach wird die Horizontal-Geschwindigkeit der Kugel in M

$$= Vv \cdot \cos. q$$

und die Vertical-Geschwindigkeit

$$= Vv \cdot \sin. q;$$

und über dieses giebt die Betrachtung der Zeit

$$dt = \frac{ds}{Vv}.$$

Die Kraft der Schwerkraft wird, wie wir vorher gesehen, durch $1 - \frac{1}{n}$ ausgedrückt, wofür wir Kürze halber g setzen wollen; durch diese Kraft wird die Vertical-Geschwindigkeit vermindert. Hernach ist die Kraft des Widerstands

$$= \frac{3v(h+v)}{4nch},$$

welche nach der Direction mM wirkt. Hieraus wird also die Vertical-Geschwindigkeit vermindert durch die Kraft $\frac{3v(h+v)}{4nch} \sin. q$ und die Horizontal-Geschwindigkeit durch die Kraft $\frac{3v(h+v)}{4nch} \cos. q$.

Aus diesen Kräften erwachsen also diese Aequationen:

$$d. r \sin. q^2 = - g dy - \frac{3v(h+v)dy \sin. q}{4nch}$$

$$d. v \cos. q^2 = - \frac{3r(h+v)dx \cos. q}{4nch}$$

Oder da

$$dx = ds \cos. q \quad \text{und} \quad dy = ds \sin. q,$$

so bekommen wir

$$dv \sin. q^2 + 2vdq \sin. q \cos. q = - g ds \sin. q - \frac{3r(h+v)ds \sin. q^2}{4nch},$$

$$dr \cos. q^2 + 2rdq \sin. q \cos. q = - \frac{3r(h+v)ds \cos. q^2}{4nch}.$$

Jene durch diese dividirt giebt also

$$\frac{dv \sin. q^2 + 2vdq \sin. q \cos. q}{dr \cos. q^2 + 2rdq \sin. q \cos. q} = \frac{4nch \sin. q + 3r(h+v) \sin. q^2}{3r(h+v) \cos. q^2}.$$

in welcher sich nur noch zwey veränderliche Größen v und q befinden. Diese Aequation aber wird auf diese gebracht

$$2nqchdr \cos. q + 4nqchvdq \sin. q + 3vr(h+v)dq = 0.$$

Wenn man ferner aus den beyden obigen Aequationen dr heraus bringt findet man

$$r = \frac{gds \cos. q}{2dq}.$$

Könnte man also aus der obigen Aequation r aus dem Winkel q bestimmet so wäre

$$ds = \frac{2vdq}{g \cos. q}$$

und ferner

$$dx = \frac{2vdq}{g} \quad \text{und} \quad dy = \frac{2vdq \tan. q}{g}.$$

Will man aber eine Aequation zwischen x und y haben, so addire man die ersten zwey Aequationen zusammen, so hat man

$$dr = - g dy - \frac{3v(h+v)ds}{4nch}.$$

Man setze $dy = p dx$, so ist

$$ds = d\sqrt{1 + pp},$$

und

$$\sin q = \frac{p}{\sqrt{1 + pp}} \quad \text{und} \quad \cos q = \frac{1}{\sqrt{1 + pp}}.$$

Dieses differenziert, giebt

$$dy \sin q = \frac{p dp}{(1 + pp)\sqrt{1 + pp}},$$

und folglich

$$dy = \frac{dp}{1 + pp},$$

oder wird

$$y = \frac{gdc(1 + pp)}{2dp},$$

Man setze ferner $dp = qdc$, so ist

$$y = \frac{(1 + pp)g}{2q},$$

und

$$dx = \frac{qdp}{q} + \frac{qdc(1 + pp)}{2qq} = qdy + \frac{qdc(1 + pp)}{2qq}.$$

Folglich wird

$$\frac{1}{3}nchdq = hdp\{1 + pp\} + \frac{g(1 + pp)^2 dp}{2q},$$

oder

$$\frac{1}{3}nchdq = dp\{1 + pp\} + \frac{gdp(1 + pp)\{1 + pp\}}{2hq}.$$

Die nöthigen Bestimmungen zur Integration dieser Vergleichung sind, daß im Anfang K werden muß:

$$\text{I. } c = 0, \quad \text{II. } y = 0, \quad \text{III. } p = \tan g. \theta \quad \text{und} \quad \text{IV. } q = \frac{g}{2h \cos \theta^2}.$$

Setzt man aber q durch p ausgedrückt, so wird

$$x = \int \frac{dp}{q} \quad \text{und} \quad y = \int \frac{p dp}{q}.$$

Weil aber die Aequation zwischen p und q nicht integriert werden kann, so

muß man trachten, solches durch eine bequeme Näherung zu verrichten. diesem Ende setze man

$$\frac{1}{3}ac = k, \quad \frac{2h}{g} = f, \quad p = \sqrt{1 - au} \quad \text{und} \quad q = \frac{1}{r},$$

so wird die obige Aequation in diese verwandelt:

$$k(1 - au)^3 dr + r du(1 - au) - \frac{1}{f} r^3 du = 0.$$

Nun setze man

$$r = a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \text{etc.},$$

so wird man finden:

$$\begin{aligned} A &= \frac{a^2(a-f)}{kf}, & B &= \frac{a^3(a-f)(3a-2f)}{2k kf}, \\ C &= \frac{a^2(3a-2f)}{3kf} + \frac{a^4(a-f)(15aa-20af+6ff)}{6k^3 f^3} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

Vom Anfang in dem Punct *E* wird also

$$u = \sin. \theta, \quad \sqrt{1 - au} = \cos. \theta \quad \text{und} \quad r = \frac{2b \cos. \theta^2}{g}.$$

Da nun

$$dp = \frac{du}{(1 - au)^{3/2}} \quad \text{und} \quad p dp = \frac{u du}{(1 - au)^2},$$

so bekommt man

$$\begin{aligned} x &= \int \frac{du(a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \text{etc.})}{(1 - au)^{3/2}}, \\ y &= \int \frac{u du(a + Au + Bu^2 + Cu^3 + \text{etc.})}{(1 - au)^2}. \end{aligned}$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} \int \frac{du}{(1 - au)^{3/2}} &= \frac{u}{\sqrt{1 - au}}, \\ \int \frac{u du}{(1 - au)^{3/2}} &= \frac{1}{\sqrt{1 - au}}, \\ \int \frac{u u du}{(1 - au)^{3/2}} &= \frac{u}{\sqrt{1 - au}} - \Lambda. \sin. u, \\ \int \frac{u^3 du}{(1 - au)^{3/2}} &= \frac{2 - uu}{\sqrt{1 - au}} \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

$$\int \frac{u du}{(1 - uu)^2} = \frac{1}{2(1 - uu)} ,$$

$$\int \frac{u u d u}{(1 - uu)^2} = \frac{u}{2(1 - uu)} + \frac{1}{4} l \frac{1 + u}{1 - u} ,$$

$$\int \frac{u^3 d u}{(1 - uu)^2} = \frac{1}{2(1 - uu)} + \frac{1}{2} l (1 - uu) ,$$

$$\int \frac{u^4 d u}{(1 - uu)^2} = \frac{3u - 2u^3}{2(1 - uu)} + \frac{3}{4} l \frac{1 + u}{1 - u}$$

etc.,

$$= R + \frac{uu}{V(1 - uu)} + \frac{A}{V(1 - uu)} + \frac{Bu}{V(1 - uu)} + \frac{C(2 - uu)}{V(1 - uu)} + \text{etc.}$$

... $B \Delta \sin. u$... etc.,

$$= R + \frac{u}{2(1 - uu)} + \frac{Au}{2(1 - uu)} + \frac{B}{2(1 - uu)} + \frac{C(3u - 2u^3)}{2(1 - uu)} + \text{etc.}$$

$$= \frac{A}{4} l \frac{1 + u}{1 - u} + \frac{B}{2} l (1 - uu) + \frac{3C}{4} l \frac{1 + u}{1 - u} + \text{etc.}$$

die Buchstaben a , B und R zu bestimmen, so hat man auf den u sehen, da wird

$$\frac{2b \cos. \theta^2}{g} = a + A \sin. \theta + B \sin. \theta^2 + C \sin. \theta^3 + \text{etc.},$$

$$= R = \frac{a \sin. \theta}{\cos. \theta} + \frac{A}{\cos. \theta} + \frac{B \sin. \theta}{\cos. \theta} + \frac{C(1 + \cos. \theta^2)}{\cos. \theta} + \text{etc.}$$

... $B \theta$... etc.,

$$= \frac{a}{2 \cos. \theta^2} + \frac{A \sin. \theta}{2 \cos. \theta^2} + \frac{B}{2 \cos. \theta^2} + \frac{C(3 \sin. \theta - 2 \sin. \theta^3)}{2 \cos. \theta^2} + \text{etc.}$$

$$= \frac{A}{4} l \frac{1 + \sin. \theta}{1 - \sin. \theta} + B l \cos. \theta + \frac{3C}{4} l \frac{1 + \sin. \theta}{1 - \sin. \theta} + \text{etc.}$$

aber den Winkel $mMr = \varphi$ gesetzt haben, so ist $p = \text{tang. } \varphi$ und $\cos. \theta$ und $V(1 - uu) = \cos. \varphi$. Folglich hat man:

$$\begin{aligned}
 x &= \begin{cases} a \operatorname{tang.} \varphi + \frac{A}{\cos. \varphi} + B \operatorname{tang.} \varphi + \frac{C(1 + \cos. \varphi^2)}{\cos. \varphi} + \text{etc.} \\ \quad - B\varphi - \text{etc.} \\ - a \operatorname{tang.} \theta - \frac{A}{\cos. \theta} - B \operatorname{tang.} \theta - \frac{C(1 + \cos. \theta^2)}{\cos. \theta} - \text{etc.} \\ \quad + B\theta + \text{etc.} \end{cases} \\
 y &= \begin{cases} \frac{a}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{A \sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{B}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{C(3 \sin. \varphi - 2 \sin. \varphi^3)}{2 \cos. \varphi^2} \\ \quad - \frac{A}{4} \frac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi} + Bl \cos. \varphi - \frac{3C}{4} \frac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi} + \text{etc.} \\ - \frac{a}{2 \cos. \theta^2} - \frac{A \sin. \theta}{2 \cos. \theta^2} - \frac{B}{2 \cos. \theta^2} - \frac{C(3 \sin. \theta - 2 \sin. \theta^3)}{2 \cos. \theta^2} \\ \quad + \frac{A}{4} \frac{1 + \sin. \theta}{1 - \sin. \theta} - Bl \cos. \theta + \frac{3C}{4} \frac{1 + \sin. \theta}{1 - \sin. \theta} - \text{etc.} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Wenn k eine sehr grosse Zahl ist, so sollten die Werthe der A , B , C etc. immer abnehmen. Wir sehen aber, daß bey dieser nicht kleiner werde, als A . Um derothalben eine zu diesem Ende Näherung zu finden, so wollen wir in der Differential-Äquation Winkel φ an statt des Buchstabens u hinein bringen, da denn k

$$kdr \cos. \varphi^5 + rrdq \cos. \varphi^3 = \frac{1}{f} r^3 dq.$$

Man setze nun

$$r = u + P + Q + \text{etc.}$$

und vergleiche die ähnlichen Terminos mit einander, so kommt

$$\begin{aligned}
 P &= -\frac{aa}{k} \int \frac{dq}{\cos. \varphi^3} + \frac{a^3}{fk} \int \frac{dq}{\cos. \varphi^5}, \\
 Q &= -\frac{2a}{k} \int \frac{Pdq}{\cos. \varphi^3} + \frac{3a^2}{fk} \int \frac{Pdq}{\cos. \varphi^5} \\
 &\quad \text{etc.}
 \end{aligned}$$

Wobey zu merken, daß im Anfange, wo $\varphi = 0$, werden muß r . Hernach wird

$$x = \int \frac{rdq}{\cos. \varphi^2} = \frac{r \sin. \varphi}{\cos. \varphi} - \int \frac{dr \sin. \varphi}{\cos. \varphi}$$

und

$$y = \int \frac{rdq \sin. \varphi}{\cos. \varphi^3} = \frac{r}{2 \cos. \varphi^2} - \frac{1}{2} \int \frac{dr}{\cos. \varphi^2}.$$

ese Werthe zu finden, so setze man Kürze halber

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi} = \omega,$$

et also

$$\omega = \frac{1}{2} l \frac{1 + \sin. \varphi}{1 - \sin. \varphi} = l \operatorname{tang.} \left(45^\circ + \frac{1}{2} \varphi \right);$$

so ist der Logarithmus hyperbolicus des Tangentis des Winkels $\frac{1}{2} \varphi$, wenn der Radius = 1 gesetzt wird. Ferner wird gefunden

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^3} = \frac{\sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{\omega}{2},$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^4} = \frac{\sin. \varphi}{4 \cos. \varphi^3} + \frac{3 \sin. \varphi}{4 \cdot 2 \cos. \varphi^2} + \frac{3 \omega}{4 \cdot 2},$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^5} = \frac{\sin. \varphi}{6 \cos. \varphi^4} + \frac{5 \sin. \varphi}{6 \cdot 4 \cdot \cos. \varphi^3} + \frac{5 \cdot 3 \sin. \varphi}{6 \cdot 4 \cdot 2 \cos. \varphi^2} + \frac{5 \cdot 3 \omega}{6 \cdot 4 \cdot 2}$$

und so weiter.

Um nun den Werth von Q zu finden, so ist

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^3} \cdot \int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^3} = \frac{1}{8} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^2} + \omega \right)^2,$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^4} \cdot \int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^4} = \frac{1}{24 \cos. \varphi^6} + \frac{3}{32} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^2} + \omega \right)^2,$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^6} \cdot \int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^6} = \frac{1}{32} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^4} + \frac{3 \sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{3 \omega}{2} \right)^2,$$

$$\int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^6} \cdot \int \frac{d\varphi}{\cos. \varphi^5} = \frac{1}{24 \cos. \varphi^6} + \frac{1}{24} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^4} + \frac{3 \sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{3 \omega}{2} \right)^2.$$

so bekommt man

$$P = \frac{aa}{2k} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^2} + \omega \right) + \frac{a^3}{4fk} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^4} + \frac{3 \sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{3 \omega}{2} \right),$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2a^3}{8k^2} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^2} + \omega \right)^2 - \frac{a^4}{3fk k \cos. \varphi^6} \\ &- \frac{3a^4}{32fk k} \left(\frac{1}{\cos. \varphi^4} + \frac{5}{\cos. \varphi^2} + \frac{4\omega \sin. \varphi}{\cos. \varphi^4} + \frac{10\omega \sin. \varphi}{\cos. \varphi^2} + 5\omega^2 \right) \\ &+ \frac{3a^6}{32fk k} \left(\frac{\sin. \varphi}{\cos. \varphi^4} + \frac{3 \sin. \varphi}{2 \cos. \varphi^2} + \frac{3 \omega}{2} \right)^2. \end{aligned}$$

Wenn gar kein Widerstand vorhanden wäre, so würde $x = a$ eine krumme Linie eine Parabel. Wenn demnach der Widerstand nicht, so ist genug diese Annahme zu gebrauchen, $x = a + P$. Hieraus man

$$x = E + \frac{a \sin. q}{\cos. q} + \frac{P \sin. q}{\cos. q} + \int \frac{dP \sin. q}{\cos. q},$$

$$y = F + \frac{a}{2 \cos. q^2} + \frac{P}{2 \cos. q^2} + \int \frac{dP}{\cos. q},$$

wo

$$dP = \frac{a ddy}{1 \cos. q^2} + \frac{a^2 dy}{fk \cos. q^2};$$

folglich wird

$$\int \frac{dP \sin. q}{\cos. q} = \frac{aa}{3k \cos. q^3} + \frac{a}{fk \cos. q}$$

und

$$\begin{aligned} \int \frac{dP}{\cos. q} &= \frac{aa}{fk} \left(\frac{\sin. q}{\cos. q^4} + \frac{3 \sin. q}{2 \cos. q^2} + \frac{3 \cos. q}{a} \right) \\ &+ \frac{a^3}{6fk} \left(\frac{\sin. q}{\cos. q^6} + \frac{\sin. q}{\cos. q^4} + \frac{3a \sin. q}{8 \cos. q^2} + \frac{3 \cos. q}{a} \right) \end{aligned}$$

Wenn wir nun diese Werthe für P und dP setzen, so kommt

$$\begin{aligned} x = E + a \tan. q &= \frac{aa}{k} \left(\frac{1}{6 \cos. q} + \frac{1}{a \cos. q} + \frac{1}{a \cos. \tan. q} \right) \\ &+ \frac{a^3}{fk} \left(\frac{1}{20 \cos. q^3} + \frac{1}{8 \cos. q} + \frac{3}{8 \cos. q} + \frac{3}{8} a \tan. q \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = F + \frac{a}{2 \cos. q^2} &= \frac{aa}{fk} \left(\frac{\sin. q}{\cos. q^4} + \frac{3 \sin. q}{4 \cos. q} + \frac{3}{4} a + \frac{3 \cos. q}{a} \right) \\ &+ \frac{a^3}{4fk} \left(\frac{\sin. q}{6 \cos. q^6} + \frac{\sin. q}{3 \cos. q^4} + \frac{a \sin. q}{8 \cos. q^2} + \frac{a}{8} + \frac{3 \cos. q}{4 \cos. q} \right) \end{aligned}$$

Es ist aber

$$\begin{aligned} \frac{2b \cos. \theta}{y} &= a + \frac{aa}{2k} \left(\frac{\sin. \theta}{\cos. \theta^3} + l \tan. \left(4l^2 + \frac{1}{2} a \right) \right) \\ &+ \frac{a^3}{4fk} \left(\frac{\sin. \theta}{\cos. \theta^5} + \frac{3 \sin. \theta}{2 \cos. \theta^3} + \frac{3}{2} l \tan. \left(4l^2 + \frac{1}{2} a \right) \right) \end{aligned}$$

und E und F müssen so beschaffen sein, daß, wenn $q = 0$ gesetzt wird, sowohl x als y verschwinden. Also ist bey nahe

$$a = \frac{2b \cos. \theta^2}{g} + \frac{2bb}{g^2 k} \left(\sin. \theta \cos. \theta^2 + \cos. \theta^4 t \operatorname{tang.} \left(45^\circ + \frac{1}{2} \theta \right) \right) \\ + \frac{2b^3}{g^3 f k} \left(\sin. \theta \cos. \theta^2 + \frac{3}{2} \sin. \theta \cos. \theta^4 + \frac{3}{2} \cos. \theta^6 t \operatorname{tang.} \left(45^\circ + \frac{1}{2} \theta \right) \right),$$

worans der Werth für a gefunden wird.

Will man hieraus die Weite des Schusses EF finden, so muß man $y =$ setzen, worans ausser dem Werth $q = 0$ noch ein anderer gefunden wird, welcher das Zeichen $-$ vor sich haben wird. Die Aequation wird aber so verwirrt, daß man die Erfindung dieses Winkels nicht anders, als durch Näherung, und zwar durch die weitläufigsten Rechnungen finden kann. Hat man aber diesen Winkel q gefunden, so muß man denselben in dem Werth für x substituiren; und alsdenn wird der heraus kommende Werth von x die gesuchte Schuß-Weite EF anzeigen.

Man kann aber auch durch eine andere Näherung eine Aequation zwischen x und y finden, welche also beschaffen seyn wird:

$$y = x \operatorname{tang.} \theta + \frac{g x x}{4b \cos. \theta^2} + \frac{g x^3}{12 b k \cos. \theta^3} + \frac{g g x^4 \sin. \theta}{96 b b k \cos. \theta^4} \\ - \frac{x^3}{6 f k \cos. \theta^3} + \frac{g x^4 \sin. \theta}{16 b f k \cos. \theta^4} - \frac{g x^4}{48 b k k \cos. \theta^4} + \frac{x^4}{24 f k k \cos. \theta^4} \pm \text{etc.}^2)$$

Wenn der Widerstand sehr klein ist, so wird diese Aequation ziemlich genau

1) Hierzu kommt noch das Glied

$$- \frac{1 b^3}{g^3 k^2} \left(\sin. \theta \cos. \theta + \cos. \theta^3 t \operatorname{tang.} \left(45^\circ + \frac{\theta}{2} \right) \right)^2. \quad \text{F. R. S.}$$

2) Diese Gleichung ergibt sich durch die Entwicklung von y nach der MACLAURINSCHEN Reihe, indem man x als Funktion von q betrachtet und berücksichtigt, daß nach p. 383 und 384

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{r},$$

nach p. 386

$$\frac{dr}{d\varphi} = \frac{r^4}{f k \cos. \varphi^5} = \frac{r^2}{k \cos. \varphi^3}$$

und

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{r}{\cos. \varphi^2}$$

ist.

F. R. S.

die Natur der krummen Linie anzuzeigen. Die Schußweite EF wird durch den Werth der Wurzel x aus dieser Aequation gefunden:

$$0 = \sin. \theta - \frac{gx}{4b \cos. \theta} - \frac{g^2 x^2}{12bk \cos. \theta} - \frac{g^3 x^3}{24f \cos. \theta} + \text{etc.}$$

hieraus bekommt man die Schuß-Weite

$$EF = \frac{4b \sin. \theta \cos. \theta}{g} - \frac{16bb \sin. \theta \cos. \theta}{3ggk} + \frac{24b^2 \sin. \theta \cos. \theta}{5g^2 f} + \text{etc.}$$

Weil in diesem Fall g nicht merklich von 1 unterschieden ist,

$$EF = 2b \sin. 2\theta \left(1 - \frac{16b \sin. \theta \cos. \theta}{3k} + \frac{24b \sin. \theta \cos. \theta}{5f} \right),$$

wo, wie oben¹⁾ angenommen worden, $k = \frac{1}{3}ac$ und $f = 2h - \frac{1}{3}ac$. Daher

$$EF = 2b \sin. 2\theta \left(1 - \frac{b(b + h \sin. \theta)}{ac} \right),$$

wo $2b \sin. 2\theta$ die Weite des Schusses anzeigt, wenn kein Widerstand vorhanden wäre. Dahero sich die Schuß-Weite in einem Luft-leeren Schuß-Weite in der Luft verhalten wird,

$$\text{wie } 1 \text{ zu } 1 - \frac{b(b + h \sin. \theta)}{ac}$$

Je grösser also der Winkel θ , unter welchem die Canone abgefeuert ist, um so vielmehr wird auch die Schuß-Weite kleiner seyn, als keine Resistenz vorhanden wäre.

Die größte Weite des Schusses wird auch nicht geschehen in der Direction der Canone mit dem Horizont einen Winkel von 45° an. Dieser Winkel muß wegen des Widerstands etwas kleiner seyn. Wenn man diesen Winkel θ , unter welchem die Kugel auf eine Fläche am weitesten gehen soll, nach der gewöhnlichen Art sucht, man beynahe

$$\sin. \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{b(h + b)}{8ac}$$

1) Siehe p. 384. F. R. S.

Diese Formeln können aber nicht gebraucht werden, als wenn ac weit grösser ist, als b . In allen von dem Autore angeführten Versuchen aber ist b weit grösser, als ac , daher die hier gemachte Näherung bey keinem Exempel, so bey dem Autore vorkommt, angebracht werden kann. Derowegen sind wir gezwungen, diese Untersuchung allhier abzubrechen, und wollen wir dem Autor die völlige Ausführung dieser Materie überlassen, als welche er uns in einer besondern Schrift nächstens zu liefern versprochen hat.

SIEBENTER SATZ

Ausser dem, daß die Kugel in ihrem Flug durch die Kraft der Schwere abwärts gezogen werden, so werden dieselben auch öfters von einer andern Kraft seitwärts entweder zur rechten oder zur linken getrieben.

Wenn es wahr wäre, daß die Kugel in ihrer Bewegung nur allein von der Kraft der Schwere verrückt würden, so müßten sich die Abweichungen derselben von dem Ziel, nach welchem die Schüsse gethan werden, in solerne dieselben seitwärts, entweder zur rechten oder zur linken gehen, unter sich verhalten, wie die Entfernung des Stücks von dem Ziel. Dieses streitet aber mit der täglichen Erfahrung. Denn wenn in einer Entfernung von 30 Schritten die Kugel nicht mehr als einen Zoll von dem Ziel abweicht, so findet man nicht, daß dieselbe in einer Entfernung von 300 Schritten nur um 10 Zoll, und viel weniger in einer Entfernung von 900 Schritten nur um 30 Zoll von dem Ziel seitwärts abweiche. Diese Vermehrung der Ungewißheit der Schüsse in grossen Entfernungen muß nothwendig von allen, welche sich nur einige Zeit im Schiessen geübet haben, beobachtet worden seyn. Hiervon kan nun keine andere Ursache gefunden worden, als daß die Bahn der Kugel eben sowohl seitwärts, als abwärts gekrümmt sey; denn auf diese Weise wird die Abweichung der Bahn der Kugel von dem Ziel nach einer grösseren Verhältniß vermehrt, als die Entfernungen des Stücks von demselben. Wenn man nemlich die Bahn der Kugel mit der graden Linie, nach welcher das Stück gerichtet worden, gegen einander hält, so berühren diese beyden Linien einander bey der Mündung des Stücks, nachgehends aber entfernen sie sich je länger

je mehr von einander, wie bey allen krummen Linien, so von einander berührt werden. zu geschehen pflegt.

Damit aber auch diejenigen, welche hiervon keine eigene Erfahrung von der Wahrheit dieses Satzes überführt werden, so will ich ein Beispiel anführen, welche alle fernere Zweifel zu heben vermögend sind.

Ich nahm einen Mußketen-Lauf, welcher eine Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll schloß, und befestigte denselben auf ein schwelres Gestell, damit stündig einerley Lage und Richtung behielte. Um aber von der Position selbst völlig gewiß zu seyn, so schloß ich damit 16 mahl nach einem Brett, welches $1\frac{1}{2}$ Schuh ins gevierte und in einer Weite von 200 Fuß aufgesetzt war, und fand, daß die Kugel nur einmahl des Bretts verfehlte. Hierauf ließ ich den Lauf auf eben diesem Gestell befestigen, veränderte die Ladung an Pulver, damit die Erschütterung und die daher resultirende Änderung in der Lage des Laufs um so viel geringer würde, und schloß nach einem Ziel, welches 2260 Schuh weit entfernt war. Bey dieser Gelegenheit befand ich nun, daß die Kugel bißweilen auf 300 Schuh, bald zur rechten, bald zur linken des Ziels verfehlte. In dieser Entfernung war auch die Abweichung nach der Vertical-Fläche nicht weniger ungewiß. Denn einige mahl verfehlte sie bey 600 Schuh weiter oder näher zu Boden, ungeachtet ich sorgfältigen Untersuchung nicht befinden konnte, daß die Lage oder die Richtung des Laufs nach einem jeden Schuß im geringsten wäre verändert.

Dieses beweiset also auf eine ganz unstreitige Weise die Wahrheit des Satzes, indem die Bewegung der Kugel unmöglich so unbeständig und unregelmäßig hätte seyn können, wenn nicht ihre Bahn oben sowohl als unten weder zur rechten oder zur linken gekrümmet gewesen wäre, als

ZUSATZ

Da nun die Wirklichkeit dieser doppelten Krümmung der Bahn der Kugel unwidersprechlich dargethan worden, so wird man ohne Zweifel fragen: was wohl die Ursache von dieser so ganz verschiedenen Bewegung der Kugel dieselbe bisher angesehen haben, seyn möchte? Hierauf antworte ich: Diese Abweichung nothwendig von einer Gewalt, welche auf die Bahn der Kugel schief wirkt, herkomme, und daß diese Gewalt in nichts anderm als im Widerstand der Luft, gesucht werden könne. Fragt man ferner,

1) Im englischen Original steht $1\frac{1}{2}$. F. R. S.

kung des Widerstands der Luft jemahlen auf die Bewegung der Kugel schief fallen könne? so antworte ich wiederum, daß solches vielleicht bißweilen von der ungleichen Figur der Kugel herrühren könne; insonderheit aber, daß eine Wirbel-förmige Bewegung der Kugel um sich selbst davon insgemein die Ursache sey. Denn, wenn eine solche Bewegung mit der fortgehenden Bewegung der Kugel vergesellschaftet ist, so muß ein jeglicher Theil des Umfangs der Kugel nach einer ganz andern Richtung auf die Luft stossen, als geschehen würde, wenn keine solche Wirbel-förmige Bewegung vorhanden wäre. Die von dieser Ursache herrührende Schiefe des Widerstands der Luft wird um so viel grösser seyn, je geschwinder sich die Kugel um sich selbst, oder um eine durch ihr Centrum gehende Axe, in Ansehung der fortgehenden Bewegung, herumdrehet.

Hiermit habe ich alles dasjenige, was ich mir in dieser Schrift auszuführen vorgenommen hatte, zu Ende gebracht, was nemlich sowohl die Gewalt des Pulvers, als den Widerstand der Luft, betrifft. Da aber die Erkenntniß des Widerstands harter Körper, in Ansehung des Hineindringens der Kugel, in der Artillerie, und absonderlich bei dem Breche-Schiessen von der größten Wichtigkeit ist, so will ich diese Abhandlung mit einem dahin abzielenden Satze endigen, welcher hier noch Platz finden soll.

ERSTE ANMERKUNG

In einem jeglichen harten Körper kann eine doppelte Bewegung Platz finden: eine wodurch der ganze Körper von einem Ort zu einem andern gebracht wird, und diese wird die fortgehende Bewegung des Körpers genennet. Die andere ist eine drehende Bewegung, wodurch sich der Körper um sich selbst, oder um eine durch sein Mittelpunkt gehende Axe, herum drehet. Hier ist nur von harten Körpern die Rede; denn weiche, oder biegsame, oder gar flüssige Körper können ausser diesen beyden noch unendlich vielerley andere Bewegungen haben. Ein harter Körper hat nun entweder eine fortgehende, oder drehende Bewegung allein, oder beyde Bewegungen beysammen. Wenn sich in einem solchen Körper nur allein eine fortgehende Bewegung befindet, so gehen alle Theile desselben nicht nur gleich geschwind, sondern die Directionen aller Theile sind auch unter sich parallel. Von dieser Bewegung gilt

auch derjenige erste Grundsatz der Mechanik, wodurch behauptet wird, daß ein jeglicher in eine solche Bewegung gesetzter Körper immerfort mit einerley Geschwindigkeit und nach einerley Richtung fortgehe, wofern keine außerliche Kräfte auf denselben wirken, und seinen Zustand verändern. Woraus denn hinwiederum folgt, daß, so oft entweder die Geschwindigkeit oder die Richtung eines Körpers verändert wird, auf denselben nothwendig eine außerliche Kraft gewürket haben müsse.

Ein Körper kann ferner, ohne seine Stelle zu verändern, eine drehende Bewegung haben, wodurch derselbe um eine Axe herumdrehet wird. In dieser Bewegung bleibet die Axe unbeweglich, und alle Theilchen des Körpers gehen um dieselbe herum, deren Geschwindigkeit um so viel gröser ist, je weiter dieselben von der Axe entfernt sind. Wenn diese Axe beständig ist, so kann man sich eine solche Bewegung am füglichsten an einer Drehsel Bank vorstellen; es kann sich aber ein Körper auch um eine Axe, so unendlich befestiget ist, bewegen. Hierzu werden aber zwey Stücke erfordert: erstlich, daß die Axe durch das Centrum gravitatis des Körpers durchgehe, und zweytens, daß die Schwingungs-Kräfte (*Vires centrifugae*) aller Theilchen einander im Gleichgewichte halten. Wo diese beyden Bedingungen Platz finden, da gilt auch die oben erwähnte Regel, daß eine solche Bewegung immerfort gleichförmig fortdauere, und keine Veränderung leidet, wenn keine außerliche Kräfte dazu kommen. Hatten aber die *Vires centrifugae* einander nicht im Gleichgewichte, so wird zwar die Bewegung des Körpers fortdauern, allem die Axe, um welche dieselbe geschieht, wird selbstun beweglich, und die Herumdrehung geht beständig um eine andere Axe. Wenn eine Kugel aus einer allenthalben gleich dichten Materie gemacht ist, so sind die *Vires centrifugae* immer im Gleichgewichte, wenn nur die Axe der Kugel durch ihr Mittelpunkht geht, und also kann eine solche Kugel eine beständig gleich geschwind fortdauernde Bewegung um eine jegliche Linie, so durch ihr Mittelpunkht geht, haben.

Diese beyden Bewegungen, nemlich die fortgehende und herumdrehende, sind nun von einander dergestalt unterschieden, daß sich beyde in einem Körper zugleich befinden können, ohne, daß eine von der andern im geringsten gestört würde; eine jede kann auch von äußerlichen Kräften ganz allein verändert werden, ohne daß die andere dadurch die geringste Veränderung leidet. Ein Exempel einer solchen doppelten Bewegung in einem Körper stellet uns die Erd-Kugel dar, als welche sich erstlich nach ihrer fortgehenden Bewegung in einem Jahr um die Sonne herum bewege, und sich inzwischen beständig um ihre Axe in 24 Stunden herum drehet. In der Erde ist auch noch die Ver-

änderlichkeit ihrer Axe zu bemerken, als welche sich jährlich um 50 Secunden rückwärts lenket.

Wenn also einem Körper, außer der fortgehenden Bewegung, auch eine Bewegung um eine Axe, so durch das Centrum gravitatis desselben gehet, und welche also beschaffen ist, daß sich alle Vires centrifugae im Gleichgewichte halten, eingedrückt worden, so werden darinne beyde zugleich beständig fortkaufen, und wenn keine äusserliche Kräfte darauf wirken, keine Veränderung leiden.

Die Haupt-Sache beruhet nun darauf, was für Kräfte einem Körper entweder nur eine fortgehende Bewegung, oder nur eine herumdrehende, oder beyde zugleich einzudrücken vermögend sind.

Wenn die Direction der Kraft durch das Centrum gravitatis des Körpers gehet, so wirket dieselbe nur eine fortgehende Bewegung. Wenn nemlich der Körper vorher still gestanden, so wird demselben eine Bewegung nach eben derjenigen Direction, nach welcher die Kraft gerichtet ist, eingedrückt; und wenn der Körper schon vorher eine fortgehende Bewegung gehabt, so wird dieselbe entweder schneller oder langsamer, oder es wird auch die Direction derselben verändert, je nach dem die Direction der Kraft entweder vorwärts oder rückwärts, oder schief auf die Direction der Bewegung wirket. Wenn aber der Körper außer der fortgehenden Bewegung noch eine herumdrehende schon hat, so bleibt dieselbe von einer solchen Kraft, welche durch das Centrum gravitatis des Körpers gehet, völlig unverändert.

Wenn die Direction der Kraft nicht durch das Centrum gravitatis des Körpers gehet, so wird dadurch erstlich die fortgehende Bewegung gleicher maßen verändert, als wenn eben dieselbe Kraft nach einer parallelen Direction durch das Centrum gravitatis gienge. Ueber dieses aber wird dem Körper von einer solchen Kraft eine herumdrehende Bewegung um eine Axe, welche durch sein Centrum gravitatis gehet, und auf die Fläche, so durch dieses Centrum und die Direction der Kraft gezogen wird, perpendicular aufstehet, eingedrückt. Hat aber der Körper schon vorher eine herumdrehende Bewegung, entweder um eben diese Axe, oder um eine andere gehabt, so wird dieselbe entweder geschwinder oder langsamer, in dem letztern Fall aber wird auch die Axe selbst verändert.

Wenn aber zwei oder mehr Kräfte zugleich auf den Körper wirken, so findet man folgender Gestalt, was daher für Bewegungen und Veränderungen in dem Körper entstehen müssen. Erstlich stellt man sich vor, als wenn alle diese Kräfte nach Parallel-Directionen durch das Centrum gravitatis giengen,

und verwandelt die ebenen in eine einge Kräfte, und weil der fortwäh-
 rlichen Veränderung der fortgehenden Bewegung Beschaffenheit, so ver-
 schiedt, daß alle diese Kräfte einander aufheben, so findet die fort-
 gehende Bewegung davon gar keine Veränderung. Was aber hiervon die fort-
 gehende Bewegung anlangt, so sucht man von allen diesen Kräften, die ent-
 liehen Directionen die Momente, indem man die einge Kräfte, die von
 dem Centro gravitatis multipliciret, und addiret, und die Summe
 findet, so findet man, um was für eine Aeng und was für eine
 herum getrieben werden muß. Hieran laßt sich folgender Bewei-
 zung einer herum drehenden Bewegung, wenn der Körper sich be-
 weget, oder die Veränderung derselben, wenn der Körper sich ruhet,
 bestimmen.

Nach diesen Grundsätzen wollen wir nun untersuchen, wie eine
 eine Bewegung einer Kugel, welche auf einem Canone, so eben durch
 Gewalt des Pulvers eingedrückt, und wie die einge Kräfte, die durch
 Widerstand der Luft verändert werde. Was zu untersuchen ist, ist, ob
 die Kugel sey vollkommen rund, und die Centrum gravitatis, und der
 punct einerley. In die ein Fall geht die fortgehende Bewegung
 nur durch die Centrum gravitatis der Kugel, sondern aber nicht
 mit der Axe des Canons einerley; dabey der Kugel aber, wenn eine
 Bewegung nach der Axe des Canons geschickt wird. Die Kugel
 eben diejenige Bewegung, welche wir oben mit dem Antore aus-
 gebracht haben, und erhält folglich von der Bewegung die herum
 drehende Bewegung. Weit aber die Kugel auf der einge Direction
 fortgeht, und daher eine Friction leidet, deren Direction gegen die
 Centrum der Kugel geht, sondern die einge Kräfte, die von der einge
 durch der Kugel eine drehende oder rollende Bewegung erzeugt,
 wofern solche durch den Pfeil nicht verhindert würde. Daraus
 die Kugel sehr gedrängt einzueine Bewegung, so ist die Friction
 um der Kugel eine solche rollende Bewegung erzueine. Als
 Kugel bloß allein mit einer fortgehenden Bewegung in die Luft,
 theils der Kraft der Schwere, theils dem Widerstand, so eine
 weitere Kraft geht immer durch die Centrum gravitatis, und zwar
 auf die fortgehende Bewegung, als welche dadurch abwärts geht.
 Die Kraft des Widerstand geht in die ein Fall abwärts durch
 gravitatis der Kugel, und bründ also gleichfalls keine herum
 wegung hervor. Und weil dieselbe mit der Direction der Kugel a-

so wird dadurch auch der Körper nicht aus derjenigen Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, gezogen. Woraus erhellet, daß, wenn die Kugel vollkommen rund, und ihr Centrum gravitatis in ihrem Mittelpunct befindlich ist, die Bewegung derselben eben so beschaffen seyn müsse, als die Theorie erfordert. Die Kugel wird sich nemlich in einer Vertical-Fläche bewegen, und von derselben weder zur rechten noch zur linken abweichen.

Wenn sich also das Ziel, nach welchem man schießen will, in eben dieser Vertical-Fläche befindet, so kann der Schuß nicht anders fehlen, als daß derselbe entweder zu hoch, oder zu niedrig gehet. Wenn aber die Vertical-Fläche, worinnen sich die Kugel bewegt, nicht durch das Ziel gehet, so muß der Schuß auch seitwärts fehlen, und das um so viel mehr, je weiter das Ziel von der Canone entfernt ist; wenn nemlich der Winkel, welchen die gerade Linie, so von dem Stück zum Ziel gezogen wird, mit der gemeldten Vertical-Fläche einerley Winkel macht. Wenn daher die Kugel einmal zum Exempel zur Rechten von dem Ziel abgewichen, so müssen auch alle Schüsse, welche ohne die Richtung der Canone zu verändern gethan werden, gleich weit zur Rechten des Ziels verfehlen, wenn auch gleich die Ladung vermehrt oder vermindert worden. Wenn also bey vielen Schüssen, welche aus einem befestigten Lauf, dessen Richtung nicht verändert werden kann, der Fehler bald zur rechten bald zur linken vom Ziel abweicht, und auch in grössern Entfernungen, nach einer grössern Verhältniß wächst, als die Entfernung selbst, so schliesset der Autor richtig, daß die Bahn der Kugel in keiner Vertical-Fläche gewesen, und daß dieselbe folglich eine doppelte Krümmung gehabt haben müsse.

Nun wollen wir eine Kugel betrachten, welche zwar vollkommen rund, deren Centrum gravitatis aber ausser ihrem Mittelpunct befindlich ist. So lange diese Kugel der Gewalt des Pulvers in dem Lauf der Canone angesetzt ist, so gehet die Direction dieser Gewalt durch das Mittelpunct der Kugel, und ist der Axe der Canone parallel, folglich bekommt dieselbe eben diejenige fortgehende Bewegung, als in dem vorigen Fall; und wenn diese Direction zugleich durch das Centrum gravitatis gehet, so wird davon auch keine drehende Bewegung hervorgebracht. Wenn aber das Centrum gravitatis der Kugel ausser dieser Linie, nach welcher die Kraft des Pulvers wirkt, zu liegen kommt, so wird der Kugel zugleich eine drehende Bewegung um das Centrum gravitatis eingegeben. Da aber durch eben diese Bewegung das Mittelpunct der Kugel bald auf die entgegengesetzte Seite des Centri gravitatis gebracht wird, so wird durch diese Kraft die vorige drehende Bewegung der Kugel wiederum zernichtet, dergestalt, daß keine beständige herumdrehende Bewegung in der

Kugel hervorgebracht werden kann. Eine solche Bewegung, wenn die Kugel schon von dem Luft-Isom vor sich ist, in der Direction des Widerstands, nicht als dem durch die Mächtigkeit und die dieselbe der Bewegung der Kugel schenken, sondern dadurch die fortgehende Bewegung der Kugel, so wie sie sich ändert. Ueber dieses aber bekommt die Kugel eine Bewegung des Centrum gravitatis, wodurch die Mittelpunkte von der Axe. So laßt aber das Mittelpunct beinahe von der Axe, so wie die Kraft des Widerstands, der vor sich anzusetzen, so die schon erzeugte drehende Bewegung, wodurch die Kugel gehemmet und die Kugel also fortgehen wird, sich die Mächtigkeit Centro gravitatis beinahe bleibt. Hieran sehen wir, daß die Hälfte der Kugel, in welcher das Centrum gravitatis sich befindet, voraus gehet, und die leichtere nachfolget, welches, durch die That wahrgenommen wird. An diesem Falle wird sich die Kugel aus der Vertical Ebene, in welcher die Bewegung sich abspielt, also diese Ausweichung von dem Fortschreiten, so wie die, aus dem Mangel einer vollkommenen Rundheit.

Wenn die Kugel nicht vollkommen rund ist, so daß die Direction der Gewalt des Pulvers nicht von recht durch das Centrum der Kugel geht, sondern daß die Kugel nicht vom Canone parallel lauft. Im ersten Falle würde der Kanon die Bewegung eingedrückt werden, welche aber von dem Kanone worden, laßt wiederum aufhören müssen. Der letztere Fall, von dem Autore angeführten Fundamente in anderen Worten wird die Kugel nicht nach der Axe des Canons fortgehen, der Direction der forttreibenden Gewalt. Also wird die inneren Wände des Canons, welche, von welchen sie weichen, und daher keine geringe Kraft auf die Canone, so daß, so diesen wir oben erwähnt haben, da eine Canone, wenn sie vollkommen gerade gebildet ist, dennoch von der Gewalt der Kugel gesprengt werden kann, woraus die Nothwendigkeit der Vollkommenheit der Canonen-Kugeln um so viel deutlicher erhellet.

Wenn aber eine solche Kugel, welche nicht vollzirkulär, hervorgefahren, so wird außer dem, daß ihre Direction, der Axe des Stückes abweicht, noch ihre Bewegung durch den Luft ganz anders verändert, als wenn die Kugel vollkommen

da sich der Widerstand der Luft nach der äußern Figur der Kugel richtet, so ist es nicht nur möglich, daß die Direction des Widerstands von der Direction der Bewegung unterschieden sey, sondern es würde auch ein sehr seltener Zufall seyn, wenn diese beyden Directionen mit einander übereinstimmen sollten. Es kann also geschehen, daß erstlich die Kugel von dem Widerstand entweder mehr aufwärts oder abwärts, als sonst geschehen würde, getrieben werde. Und hieraus begreift man ganz deutlich, wie bißweilen eine Kugel etliche hundert Schritte weiter oder näher zu Boden fallen könne, als eine andere, wenn gleich beyde aus einem Lauf, unter einerley Richtung, und mit gleicher Ladung sind heraus geschossen worden. Wenn aber die Direction des Widerstands nicht in die Vertical-Fläche, in welcher die Bewegung angefangen, fällt, so wird dadurch die Kugel seitwärts, entweder zur rechten oder zur linken, getrieben. Und wenn sich die Kugel nicht herum drehet, so weicht diese Kraft beständig von gemeldter Vertical-Fläche gleich viel ab; folglich wird dadurch die Kugel je länger je mehr seitwärts abgetrieben, dergestalt, daß je weiter die Kugel geschossen wird, die Abweichung derselben von dem Ziel um so viel grösser seyn wird. In einer doppelten Entfernung wird nemlich die Abweichung der Kugel von dem Ziel nicht nur zweymahl, ja nicht nur drey-mahl so groß seyn, als welches geschehen würde, wenn die Kugel, nachdem sie die erste Hälfte des Wegs durchlaufen, nicht mehr seitwärts getrieben werden sollte; sondern die Abweichung müßte vier mahl so groß werden, wenn die seitwärts treibende Kraft der Kugel immer gleich groß bliebe. Da aber dieselbe mit der Geschwindigkeit der Kugel abnimmt, so wird die Abweichung zwar etwas kleiner als 4 mahl so groß, immer aber mehr als drey-mahl so groß seyn. Die wahre Ursache also der Ungewißheit der Schüsse bestehet ganz allein in dem Mangel der runden Figur der Kugel, und es kann eine drehende Bewegung der Kugel dazu nichts merkliches beytragen, wie der Autor vermeynet. Im Gegentheil, wenn sich die Kugel in ihrem Flug herum drehen sollte, so müßte die Kraft des Widerstands bald zur Rechten, bald zur Linken gerichtet seyn, und könnten also die Schüsse in grössern Entfernungen nicht ungewisser werden, als in kleinern. So groß aber auch die Ungewißheit der Schüsse, welche der Autor auführet, zu seyn scheint, so ist nicht zu vermuthen, daß dieselbe bey Canonen-Kugeln so groß seyn sollte. Denn der Autor hat mit bleyernen Kugeln seine Versuche angestellt, welche nicht nur sehr merklich von einer runden Figur abzugehen pflegen, sondern auch in dem Lauf noch viel mehr verändert werden können. Die Canonen-Kugeln hingegen scheinen gemeinlich eine vollkommenere Ründung zu haben.

und da dieselben von Eisen, so kan ihre Figur auch nicht so leicht auf der Canonen verändert werden. Aus dieser Ursache müssen Canonen-Schüsse in ihrer Art weit gewisser seyn, als die Mußketen welche mit bleyernen Kugeln gethan werden. Hiervon müssen aber Ansehen nach, die Schüsse, welche aus gezogenen Röhren geschehen genommen werden, und das aus eben derjenigen Ursache, welche der Autor der Unrichtigkeit der Schüsse überhaupt angeben will. Denn weil die aus gezogenen Röhren eine drehende Bewegung bekommen, welche fortgehenden immer fortdauert, so wird beständig eine jede Kraft des Schusses, wodurch die Kugel immer entweder aufwärts, oder seitwärts gehet, wird, gleichsam in einem Augenblick, indem sich die Kugel herum drehet, eine entgegen gesetzte verwandell, dahero von der unrichtigen Figur der Kugel in diesem Fall keine so grosse Ungewißheit entstehen kann, als wenn die Kugel mit keiner drehenden Bewegung begabet ist.

ZWEYTE ANMERKUNG

Wir haben also die wahre Ungewißheit der Schüsse, welche der Autor in diesem Satz anführet und sehr zweifelhaft erkläret, unstreitig erklärt, indem wir gewiesen, daß dieselbe ganz allein auf der Figur der Kugel beruht. Denn, wenn die Kugel vollkommen rund ist, wenn auch gleich ihr Schwerpunkt gravitalis von dem Mittelpunkt verschieden wäre, so kan die Abweichung der Kugel von dem Ziele seitwärts nicht merklich seyn. Und wenn in die That die Kugel des Ziels seitwärts verfehlen sollte, so würde dieses ein gewisses Zeichen seyn, daß sich das Ziel nicht in derjenigen Vertical-Fläche, in welcher die Axe des Stücks oder Schieß-Gewehrs gerichtet ist, befindet, sondern aber die Kugel nicht völlig rund ist, so haben wir gewiesen, daß die Kugel meistens von ihrer Richtung seitwärts abweichen, und bey dem Ziele so viel weiter seitwärts vorbey gehen müsse, je weiter das Ziel vom Schieß-Gewehr entferneter ist. Diese Abweichung wird auch durch die drehende Bewegung der Kugel nicht nur nicht vermehret, sondern wenn die Kugel eine solche Bewegung hätte, so würde die Ungewißheit des Treffens bey weitem nicht so groß seyn.

Der Autor scheint zwar das Gegentheil zu behaupten, allein, was vorher angeführet worden, so können wir auch beweisen

Kraft des Widerstands nicht merklich von einer drehenden Bewegung der Kugel verändert werde, und derselben ungeachtet beynahe allezeit eben so groß sey, als wenn die Kugel keine herumdrehende Bewegung hätte. Es ist zwar wahr, wie der Autor bemerkt, daß durch eine solche drehende Bewegung sowohl die Geschwindigkeit, mit welcher ein jegliches Punkt der Kugel auf die Luft stößt, als auch der Winkel, unter welchem dieser Stoß geschieht, verändert werde. Allein es bleibt erstlich die Direction der Kraft des Stosses immer perpendicular auf die Oberfläche der Kugel. Hernach da die Kraft des Stosses selbst sich beständig verhält, wie das Quadrat der Geschwindigkeit, multiplicirt durch das Quadrat des Sinus des Winkels, unter welchem der Stoß geschieht, so wird fast immer der Sinus dieses Winkels um eben so viel grösser oder kleiner, als die Geschwindigkeit vermindert oder vermehrt wird, dahero auch die Stärke des Stosses beynahe einerley bleibet, die Kugel mag eine drehende Bewegung haben oder nicht. Diese Gleichheit trifft beynahe zu, wenn die Figur der Kugel nicht merklich von einer vollkommenen Ründung unterschieden ist, und wenn die Axe, um welche die drehende Bewegung geschieht, beynahe durch das Mittelpunkt derselben geht. Wenn aber die Kugel vollkommen rund ist, und sich um eine Axe, welche durch ihr Mittelpunkt geht, herum drehet, alsdenn ist so gar die Wirkung des Widerstands vollkommen einerley, die Kugel mag eine solche drehende Bewegung haben oder nicht.

Wir haben also nur nöthig, diesen letztern Fall zu beweisen; indem aus der Wahrheit desselben von selbst folgt, daß wenn die Figur der Kugel nicht viel von einer völligen Ründung abweicht, und die Axe der Herumdrehung beynahe durch das Mittelpunkt desselben geht, die Ungleichheit des Widerstands, wenn dieselbe nicht gar wie im erstern Fall verschwindet, dennoch nicht merklich seyn könne. Um also dieses deutlich darzuthun, so wollen wir eine vollkommen runde Kugel betrachten, welche ausser ihrer fortgehenden Bewegung sich um eine durch ihr Mittelpunkt gehende Axe herum drehe; es ist auch gleich viel, ob diese Axe beständig oder unbeständig angenommen werde. Hierbey ist nun erstlich zu merken, daß wenn die Kugel gar keine fortgehende Bewegung hätte, dieselbe auch von der Luft keinen andern Widerstand leiden würde, als welcher etwa von dem Reiben der Theilchen entstehen möchte, welcher aber so geringe ist, daß man denselben leicht aus der Acht lassen kann. Denn wenn die Kugel keine fortgehende Bewegung hat, so stehet ihr Mittelpunkt völlig still, und da alle Theilchen der Oberfläche immer gleich weit von dem Mittel-

punkt entfernt bleiben, so können dieselben keine solche Bewegung ausüben, wodurch gegen die Theilchen der Luft ein wirklicher Stoß entsteht. In diesem Fall werden nemlich die Theilchen der Luft in keine Bewegung gesetzt, als in so ferne dieselben durch die schwache Friction der Luft bewegt werden, und daher können dieselben auch keine Gewalt auf die Bewegung der Kugel ausüben. Wenn aber die Kugel eine fortgehende Bewegung hat, so kan man sich die Sache, wie oben gewiesen worden, vorstellen, als wenn die Kugel gar keine fortgehende Bewegung hat, aber die Luft mit einer gleichen Geschwindigkeit darauf stiesse. Fallen muß die aus dem Anstossen der Lufttheilchen entstehende Bewegung seyn.

Wir wollen uns also eine Kugel vorstellen, deren Mitte P die Mitte seyn soll, um welches sich die Kugel herum drehe, und

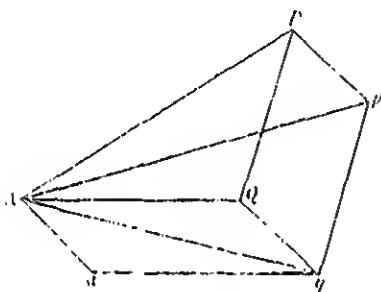


Fig. 26.

daß die Luft mit einer gegebenen Geschwindigkeit auf diese Kugel lothrecht stösse. In der Figur 26 soll die Fläche PAQ die Tangente der Kugel in dem Punkt A bezeichnen. Die Luft nach der Direction PA auf die Kugel A stossen. Man setze die Geschwindigkeit der Luft gleich v , und die Direction PA vor, und lasse aus dem Punkt P die berührende Fläche einen Perpendikel PQ herab fallen, und ziehe die Linie AQ .

Wenn die Kugel keine herum drehende Bewegung hätte, so würde die Richtung des Stosses der Luft seyn wie das Quadrat der Linie PA , wenn die Geschwindigkeit der Luft angedenket wird, multipliciret durch den Sinus des Winkels PAQ , welchen die Direction der Bewegung in diesem Punkt A mit der Oberfläche der Kugel macht. Der Sinus des Winkels PAQ durch $\frac{PQ}{PA}$ ausgedrückt wird, so wird die Richtung der Luft auf das Punkt A seyn, wie $PA^2 \cdot \frac{PQ}{PA}$, das ist, wie $PA \cdot PQ$.

Wenn aber die Kugel eine drehende Bewegung hat, und der Punkt A stille steht, so kann das Punkt A keine andere Bewegung haben, als in einer Direction, welche in der berührenden Fläche der Kugel liegt. Diese Fläche der Kupfer-Platte vorgestellt wird, lieget. Es sey also die Direction, nach welcher sich das Punkt A bewege, und man nehme an, daß sich verhalte PA zu Aa , wie die Geschwindigkeit der Luft

digkeit des Punkts A . Um nun die Wirkung zu bestimmen, welche die nach der Direction PA bewegte Luft auf das nach der Direction Aa bewegte Punkt A ausübet, so darf man nur die Bewegung des Punkts A in den Gedanken der Luft mittheilen, welches geschieht, wenn wir Pp der Linie Aa parallel und gleich groß ziehen. Denn da wird die Wirkung der Luft auf das Punkt A eben so groß seyn, als wenn dasselbe still stünde, die Luft aber darauf nach der Direction der Linie pA mit einer Geschwindigkeit, welche durch die Linie pA vorgestellet wird, stiesse. Folglich muß man das Quadrat dieser Geschwindigkeit oder Linie pA mit dem Quadrat des Sinus des Winkels, welchen diese Linie pA mit der berührenden Fläche machet, multipliciren. Um nun diesen Winkel zu finden, so ziehe man aus dem Punkt p auf die berührende Fläche die Perpendicular-Linie pg , welches geschieht, wenn man Qq der Linie Aa gleich und parallel setzt. Weil also auch Qq der Linie Pp gleich und parallel, und die Linie pg der Linie PQ gleichfalls parallel ist, so muß

$$pg = PQ,$$

und der Bruch $\frac{pq}{pA}$ wird den Sinus des Winkels pAq ausdrücken, unter welchem die Luft auf das bewegte Punkt A stößt. Derowegen wird die Kraft dieses Stosses seyn wie $pA^2 \cdot \frac{pq^2}{pA^2}$, das ist, wie pq^2 . Da nun $pq = PQ$, so wird die Kraft der Luft auf das bewegte Punkt A eben so groß seyn, als wenn dieses Punkt A gar keine Bewegung hätte. Ob also gleich durch die Bewegung des Punkts A sowohl die Geschwindigkeit der darauf stossenden Luft pA , als der Winkel pAq , unter welchem der Stoß geschieht, verändert wird, so sind doch diese beyden Veränderungen so beschaffen, daß daraus einerley Kraft entspringt. Was aber hier von einem Punkt A der Oberfläche der Kugel erwiesen worden, dasselbe gilt gleichergestalt von allen andern Punkten derselben; und hierdurch wird also unser Satz unwidersprechlich bestätigt, daß eine vollkommen runde Kugel, welche sich ausser ihrer fortgehenden Bewegung um ihr Mittelpunkt herum drehet, eben denselben Widerstand von der Luft leidet, als wenn dieselbe gar keine herumdrehende Bewegung hätte.

Wenn also eine solche Kugel je in der Canone, aus welcher dieselbe geschossen wird, ausser der fortgehenden Bewegung noch eine herumdrehende Bewegung um ihr Mittelpunkt bekäme, so würde dieselbe doch in der Luft ihre Bewegung eben so fortsetzen, als wenn sie keine herumdrehende Bewegung erhalten hätte. Und da bey einer vollkommen runden Kugel die fortgehende Bewegung durch eine drehende Bewegung keinesweges verändert

wird, so ist hieraus klar, daß wenn bey einer Kugel, so nicht völlig je eine Veränderung in dem Widerstand der Luft von der herum Bewegung verursacht würde, dieselbe doch nicht merklich seyn könnte, sondern daß die Kugel fast eben so bewegt werden würde, als wenn herum drehende Bewegung darinn befindlich wäre. Dahero in keiner fortgehende Bewegung der Kugel durch eine herumdrehende Bewegung verändert werden kann.

ACHTER SATZ

Wenn gleich grosse und gleich schwache Kugeln auf eben denselben harten Körper mit verschiedenen Geschwindigkeiten stossen, und in denselben hinein gedrungen werden, so werden sich die verschiedenen Tiefen, auf welche die Kugeln hinein dringen, beynähe verhalten, wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeiten. Und der Widerstand solcher harten Körper wird, in Ansehung des Hineindringens der Kugeln, gleich groß seyn.

Den ersten Theil dieses Satzes habe ich durch sehr viele Versuche richtig befunden. Denn als ich eine bleyerne Kugel von $\frac{3}{4}$ Zoll Durchmesser gegen einen Ulmenbäumen-Block mit einer Geschwindigkeit von 700 Schuhen in einer Secunde geschossen, so habe ich durch eine große Anzahl Versuche befunden, daß dieselbe von $4\frac{1}{2}$ bis $5\frac{1}{2}$ Zoll tief hinein gedrungen. Als ich aber eine gleiche Kugel gegen eben dasselbe Block mit einer Geschwindigkeit von ungefähr 730 Schuhen in einer Secunde geschossen, so ist die äußere Fläche der Kugel beynähe $\frac{1}{4}$ Zoll tief in das Wesen des Blocks gedrungen, so daß das Hineindringen in diesem Fall nach einem Mittel ungefähr $\frac{1}{2}$ Zoll betrug. Wenn man aber die ganze Höhlung des Lochs betrachtet, so ist dieselbe in einen Cylinder verwandelt, so wird derselbe ungefähr $\frac{1}{2}$ Zolls lang. Wenn aber die Geschwindigkeit der Kugel in einem andern mehr nicht, als von 400 Schuhen gewesen: so drang gemeiniglich nur die Helfte der Kugel in das Holz hinein, welches nach einem Mittel den vierten Theil eines Zolls in der Tiefe austrägt.

Die Quadrate dieser drey verschiedenen Geschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie diese Zahlen 55, 10 und 3. Wenn wir nun für die größte Tiefe, welche von der größten Geschwindigkeit verursacht worden, 5 Zoll rechnen, so findet man nach dieser Verhältniß der Quadraten, daß die Tiefen, welche durch die beyden geringern Grade der Geschwindigkeit sind verursacht worden, hätten $\frac{10}{11}$ und $\frac{3}{11}$ eines Zolls betragen müssen: welche Zahlen von den durch die Erfahrung gefundenen $\frac{7}{8}$ und $\frac{1}{4}$ nicht merklich unterschieden sind. Eine genaue Uebereinstimmung dergleichen Versuche mit der Theorie kann man nicht erwarten, wenn man die ungleiche Verbindung der Theilchen eines Stücks Holzes, und die durch den Stoß verursachte Veränderung in der Figur der Kugel in Erwägung zieht.

Da nun die Tiefe der Löcher mit den Quadraten der Geschwindigkeit des anstossenden Körpers in einerley Verhältniß ist, so wird daher der gleichförmige Widerstand des Holzes aus eben denjenigen Gründen leicht erwiesen, durch welche man die gleichförmige Wirkung der Kraft der Schwebre aus der Eigenschaft der Geschwindigkeiten, deren Quadrate mit den Höhen, aus welchen ein Körper herunder gefallen, einerley Verhältniß haben, zu beweisen pflegt. Dieses erhellet auch aus dem Aufsteigen der Körper, welche gerade aufwärts geworfen werden; denn in diesem Fall verhält sich auch immer die Höhe, zu welcher der Körper gelanget, wie das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher der Körper im Anfang ist hinauf geworfen worden.

ANMERKUNG

Wenn ein Körper gegen eine unbewegliche Wand, oder einen Wall geworfen wird, so prallt derselbe entweder zurück, oder dringet hinein, so lange, bis seine ganze Geschwindigkeit durch den Widerstand zernichtet worden. Das Zurückprallen geschieht, wenn sowohl der anstossende Körper, als der Wall vollkommen elastisch, oder mit einer Kraft begabet sind, sich, nachdem in ihrer Figur eine Aenderung vorgegangen, wiederum in ihre vorige Form herzustellen. Wo sich diese Kraft nicht befindet, da dringet die Kugel so tief hinein, bis sie alle Bewegung verlohren, und bleibt alsdenn still stehen. In beyden Fällen machet nemlich die Kugel einen Eindruck: im erstern Fall wird derselbe wiederum hergestellt, im letztern aber

dauret der Eindruck noch nach dem Stoß fort; und hieraus Unterscheid zwischen den elastischen und nicht elastischen Körpern. diesen zwey Arten der Körper giebt es aber noch unendlich viel Mittel-Arten, je nachdem die Wiederherstellungs-Kraft in dem einen oder kleiner ist: ja man kann fast mit Gewißheit behaupten, daß in der ganzen Welt weder ein vollkommen elastischer Körper besteht, noch einer, welcher von aller Elasticität gänzlich entblosset wäre. Jeder Körper mag so vollkommen elastisch scheinen, als immer möglich, doch allezeit von einem jeglichen darinn gemachten Eindrucke ein Merkmal zurück: und man hat auch noch keinen Körper angetroffen, welcher, nachdem er einen Eindruck empfangen, sich nicht einigermaßen wiederherstellen sollte. Wir haben aber zur Erläuterung des gegenwärtigen nur allein auf den Eindruck zu sehen, welcher entsteht, wenn zwei Körper auf einander stossen, und welcher allezeit entsteht, die Körper wiederherseyn oder nicht: und in dieser Absicht gilt es gleich viel, ob der Eindruck entweder unverändert fortdauert, oder gänzlich oder auch theilweise wiederum hergestellt wird. Unterdessen ist doch so viel aus Erfahrung bekannt, daß wenn eine Kugel in einen Wall, oder in eine Höhlung hinein geschossen wird, die Kugel darinn stecken bleibe, und nicht wiederum zurück getrieben werde. Dahero wenn diese Körper eine gewisse elastische Kraft begabet sind, so kann dieselbe sicher aus dem Eindrucke wiederum werden.

Wenn nun eine Kugel gegen einen solchen Körper geschossen wird, so machet dieselbe nicht nur einen Eindruck, sondern dringt in eine gewisse Tiefe hinein: und da solches ohne einen grossen Widerstand geschehen kann, so wird dadurch die Bewegung der Kugel nach dem Eindrucke mindert, und endlich gar zernichtet. Um also die Tiefe zu finden, in die eine Kugel hinein zu dringen vermögend ist, so muß man die Widerstandskraft bestimmen können, welchen die Kugel, indem sie hineindringet, überwinden muß. Die Wand oder der Wall, von Holz oder Erden ist, so sieht man, daß man darinn einen Eindruck zu verursachen, eine um so viel mehr Kraft erfordert werde, je grösser die Höhlung ist, welche darinn gemacht werden soll. Denn da die Elasticität in diesen Fällen nicht merklich ist, so wird die Kugel, nachdem sie schon auf eine gewisse Tiefe hineingedrungen ist, eben so grossen Widerstand, als anfänglich. Derohalben ist es nicht anders, als wenn ein beständige oder gleichförmige Kraft, welche nicht nach der Geschwindigkeit der Kugel bernhet, und ist also in diesem Stück

schwere ähnlich, durch welche ein aufwärts geworfener Körper in gleichen Zeiten immer gleich viel von seiner Geschwindigkeit verliert, dieselbe mag groß oder klein seyn. Die Grösse dieser Kraft beruht nun erstlich auf der Dichtigkeit der Materie der Wand oder des Walles, hernach aber auch auf der Größe des Lochs, welches die Kugel darinne macht, und welches dem Quadrat des Diameters der Kugel proportional ist.

Wenn also der Diameter der Kugel $= c$ gesetzt, und die Festigkeit des Walles durch f angedeutet wird, so wird der Widerstand dieser Formel proportional seyn. Wir wollen also setzen, diese Kraft des Widerstands sey gleich dem Gewicht einer Wasser-Säule, deren Höhe $= f$, und die mit der Kugel gleich dick ist, indem es uns frey steht, diese Größe nach Belieben zu bestimmen, wenn nur in allen verschiedenen Fällen die wahren Verhältnisse der Grösse f beobachtet werden. Ferner wollen wir setzen, die Schwere der Materie, woraus die Kugel besteht, verhalte sich zur Schwere des Wassers wie n zu 1. Nun soll b die Höhe angedeutet werden, aus welcher durch den Fall eben diejenige Geschwindigkeit erzeugt wird, mit welcher die Kugel anfänglich auf den Wall stößt; nachdem dieselbe schon auf eine Tiefe $= x$ hineingedrungen, so soll die Geschwindigkeit der Kugel durch \sqrt{x} angedeutet werden. Da nun die Kugel einem gleich dicken Wasser gleichet, dessen Höhe $= \frac{2}{3} nc$, so wird sich der Widerstand der Kugel zu dem Gewicht der Kugel verhalten, wie f zu $\frac{2}{3} nc$, das ist, wie $\frac{3f}{2nc}$ zu 1. Aus diesem bekommt man, indem die Kugel durch den unendlich kleinen Rann weiter hinein dringt, diese Aequation

$$dx = - \frac{3f dx}{2nc}$$

also

$$n = b - \frac{3fx}{2nc}.$$

Die Kugel führt aber so lange fort, weiter hinein zu dringen, bis sie ihre Bewegung gänzlich verlohren, das ist, bis $x = 0$. Wenn daher die Tiefe des Walles, welches die Kugel durch ihre Bewegung in dem Wall zu verursachen im Stande ist, gesetzt wird $= a$, so bekommt man diese Vergleichung

$$b = \frac{3af}{2nc} \quad \text{oder} \quad a = \frac{2ncb}{3f}.$$

Die Tiefe ist also wie das Gewicht der Kugel und das Quadrat ihrer Ge-

schwindigkeit mit einander multipliciret, und durch das Quadrat
 der Kugel nebst der Festigkeit des Walls dividirt. Wenn also g
 in eben denselben Wall geschossen werden, so verhält sich die Tiefe
 wie die Quadrate ihrer Geschwindigkeit. Da nun dieses durch
 bestätigt worden, so folgt daraus, daß auch unsere Gründe, zu
 Schluß gemacht worden, richtig seyn müssen. Wir sehen aber
 daß wenn ungleich grosse Kugeln, welche jedoch aus einerley
 stehen, mit gleicher Geschwindigkeit gegen eben denselben Wall
 werden, die Tiefe der Löcher dem Diameter der Kugel propor-
 tionale müsse. Also daß grössere Kugeln unter einerley Umständen
 nicht nur grössere Oefnungen machen, sondern auch tiefer hinein-
 dringen. Wenn aber hinwiederum aus der Erfahrung die Tiefe, auf welche
 eine Kugel mit einer bekannten Geschwindigkeit in einen Wall hin-
 eingedrungen worden, so kann man daraus die Grösse f , wodurch die
 Materie des Walls angezeigt wird, bestimmen, und solchergestalt
 durch die Erfahrung die Festigkeit aller verschiedenen Materie
 der Wälle immer bestehen mögen, untereinander vergleichen.

Der Autor hat seine Kugeln gegen einen Bloch aus Ulmen-
 geschossen, und daher können wir den Werth des Buchstabens
 für Ulmen-Holtz bestimmen. Die Kugel hielt $\frac{3}{4}$ Zoll im Diameter
 $c = 0,0625$ Engl. Schuh, und da die Kugel von Blei gewar-
 $n = 11,35$. Hiernach hatte die Kugel eine Geschwindigkeit von
 in einer Secunde, daher wird $b = 44900$ Engl. Schuh, und end-
 lich die Kugel 5 Zoll tief, das ist $0,4166$ Schuh, in das Holz hinein.
 man aus der Aequation

$$f = \frac{2nab}{3a}$$

diesen Werth:

$$f = \frac{22,7 \cdot 0,0625 \cdot 44900}{1,25} = 50960.$$

Dieses ist also der Werth des Buchstabens f für Ulmenbän-
 welchem man in allen Fällen, wie tief eine jede Kugel hinein-
 vermögend ist, bestimmen kann. Damit man aber die Festigkeit
 mit der Festigkeit eines erdenen Walls vergleichen könne, so wo-
 ß eine halbe Carthausen-Kugel mit voller Ladung in einen
 15 Schuh tief hinein dringe. Weil diese Kugel von Eisen, so
 und der Diameter der Kugel ist $c = 0,46$ engl. Schuh. Die C

ieser Kugel, womit dieselbe den Wall erreicht, mag ungefähr 1300 Schuh in einer Secunde austragen, und da wird $b = 27040^1)$. Weil nun $a = 15$ Schuh, so wird $f = 4323^2)$. Folglich verhält sich die Festigkeit des Ulmenbäumenholzes zur Festigkeit eines erdnenen Walls ungefähr wie 11,8³⁾ zu 1. Und auf diese Art könnte man die Festigkeit aller andern Materien mit einander vergleichen, wenn darüber solche Versuche angestellt würden.

1) Im Original 27800. 2) Im Original 4441. 3) Im Original 11.

Unter der Voraussetzung, daß die obigen Angaben, betreffend die Geschwindigkeit und Eindringungstiefe des Geschosses einer halben Carthanne, sich auf rheinländisches Maß beziehen, besichtigt von F. R. S.

II

BALLISTISCHE ABHANDLUNGEN

RECHERCHES SUR LA VÉRITABLE COURBE QUE DÉCRIVENT LES CORPS JETTES DANS L'AIR OU DANS UN AUTRE FLUIDE QUELCONQUE

Commentatio 217 indicis EUSTROEMIANI

Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin [9] (1753), 1755, p. 321--352

1. Après la découverte de GALILÉE, que les corps jettes obliquement dans un espace vuide décrivent toujours une parabole, on s'est bien apperçu, qu'on n'en sauroit faire l'application pour déterminer le mouvement d'une bombe, ou d'un boulet de canon. Car, puisque la vitesse, dont ces corps traversent l'air, est si rapide, la résistance de l'air devient si grande par rapport à la pesanteur, que son effet détourne très considérablement ces corps d'une route parabolique; de sorte que les calculs fondés sur la nature de la parabole ne sont plus d'aucun usage dans ces occasions. C'est dequoi il ne faut pas être surpris, puisque GALILÉE dans sa recherche n'a tenu compte d'autres forces qui agissent sur les corps, que de la seule force de gravité, n'ayant fait aucune attention à la résistance que les corps éprouvent de la part de l'air.

2. Il y a donc en effet deux forces, à l'action desquelles un corps qui se meut dans un fluide, est assujetti. L'une est la force de gravité, ou la pesanteur du corps, sur laquelle il faut pourtant remarquer, qu'elle est moindre que la pesanteur naturelle du corps, étant diminuée du poids d'un égal volume du fluide, dans lequel le mouvement se fait. L'autre force est celle de la résistance, qu'on sait être proportionnelle aux quarrés de la vitesse du corps; et quand le corps est un globe, comme on le suppose ordinairement, la direction de cette force est diamétralement opposée à celle du mouvement du corps. Cette force change donc continuellement tant de quantité que de

direction, au lieu que la première demeure toujours la même de déterminer la courbe, qu'un corps jeté obliquement doit solliciter par ces deux forces, dont je viens de parler.

3. Quoique cette question se réduise aisément à un problème analytique, le grand NEWTON y a inutilement travaillé malgré des tentatives très ingénieuses pour arriver à sa solution. Il étoit même l'ont entrepris: et ayant si bien réussi dans la supposition, que la résistance soit proportionnelle à la vitesse même, il est presque incompréhensible qu'il n'ait pas venu à bout, lorsque la résistance est supposée proportionnelle au carré de la vitesse, après avoir résolu quantité de questions beaucoup plus difficiles. C'est donc feu M. JEAN BERNOULLI¹⁾, qui a donné le premier la solution de ce problème, d'où il a même tiré une description de la courbe par le moyen des quadratures de quelques courbes, dont la description n'est cependant pas fort difficile.

4. Voilà donc ce grand problème résolu, et même très aisément, après avoir attendu si longtems. Cependant la solution, quelque bonne qu'elle soit, n'est pourtant telle, qu'on n'en a pu tirer jusqu'ici le moindre avantage pratique, et pour en corriger la fausse théorie fondée sur la supposition que la résistance soit proportionnelle à la vitesse, laquelle les Artilleristes sont encore obligés de s'en tenir, quoiqu'ils ne puissent qu'au mieux sentir l'insuffisance. Ainsi il est certain que ce problème n'a apporté aucun avantage réel à l'avancement de l'Artillerie, et qu'il n'a servi qu'à mieux assenir les gens du métier de la fausse théorie des principes tirés de la nature de la parabole, auxquels ils ne laissent rien de réduit encore. C'est bien quelque chose que de savoir, que les théories ordinaires trompent: mais à moins qu'on ne sache assez précisément dans quel cas elles trompent en chaque cas, l'avantage se réduit à fort peu.

5. Il semble aussi d'abord, que ce seroit un ouvrage sans peine de prendre d'établir de nouvelles règles pour le jet des bombes et du canon, qui soient conformes à la véritable courbe que ce

1) JON. BERNOULLI, *Responsio ad nonneminis provocationem, circaque solutionem præpositæ de incendienda linea curvæ, quam describit projectile in medio* 1721, p. 216; *Opera omnia*, Lausannæ et Genevæ 1742, t. II, p. 393-402.

dans l'air. Car comme l'hypothèse de GALILÉE ne demande que l'élévation du mortier avec la vitesse dont la bombe en sort, il n'a pas été difficile de calculer des Tables, qui marquent pour tous les cas possibles, tant la hauteur à laquelle la bombe arrive, que le point où elle doit retomber en terre. Mais, si l'on vouloit faire de semblables Tables, qui soient d'accord avec la vérité, il faudroit outre les deux élémens mentionnés encore avoir égard, tant au diamètre de la bombe ou boulet, qu'à son poids; et partant on seroit dans la nécessité de calculer de telles tables pour chaque diamètre, et tous les poids qui lui pourroient convenir; ce qui rendroit sans doute impraticable l'exécution d'un tel ouvrage.

6. Cependant ayant bien pesé toutes ces difficultés, je ne les trouve pas tout à fait insurmontables; car j'ai remarqué qu'une infinité de cas, qui semblent différens, peuvent être compris dans une même Table; et quoiquo, ce nonobstant, le nombre des cas ne laisse pas d'être encore infini, comme ils tiennent un certain ordre entr'eux, il suffira d'en calculer un certain nombre, pour en pouvoir tirer ensuite tous les autres par la voye d'interpolation. Tout l'ouvrage sera donc réduit à un certain nombre de Tables calculées, et à une instruction, qui en enseigne l'usage; et cela sera suffisant pour calculer tous les cas qui se peuvent présenter dans l'Artillerie, et on sera en état de les expédier presque aussi promptement, que dans l'hypothèse vulgaire de GALILÉE.

7. Pour mieux expliquer mes idées, je commencerai par tirer la solution de cette question des premiers principes de la Mécanique. D'abord donc je considère le vrai poids du globe dont il s'agit de déterminer le mouvement; et posant ce poids $= P$, soit H le poids d'un volume égal de l'air, ou du fluide, dans lequel le mouvement se fait; cela posé, on sait que le poids de ce globe dans le fluide sera $= P - H$; ce qui étant la force qui sollicite le globe actuellement en bas, la force accélératrice de la gravité, qui agit sur ce globe, sera

$$= \frac{P - H}{P} = 1 - \frac{H}{P}.$$

Cette force accélératrice se trouvera donc en retranchant de l'unité la fraction $\frac{H}{P}$, qui marque le rapport de la gravité spécifique du fluide à celle du globe. Donc, lorsque le mouvement se fait dans l'air, à moins que le globe

ne soit d'une matière extrêmement légère, on voit bien, qu'on peut poser sans erreur cette force accélératrice $= 1$; cependant pour les recherches générales, j'exprimerai par α dans la suite cette force accélératrice de la gravité, de sorte que

$$\alpha = 1 - \frac{H}{P}.$$

8. Pour découvrir la résistance de ce globe, soit d son diamètre, la hauteur d'où un corps grave dans le vuide acquiert en tombant la vitesse, dont nous supposons, que le globe se meut dans le fluide; donc le rapport du diamètre à la circonférence $= 1:\pi$, l'aire du grand cercle de ce globe sera $= \frac{1}{4}\pi dd$; donc sa surface $= \pi dd$, et la surface du globe même $= \frac{1}{6}\pi d^2$, qui exprimera donc le volume d'une masse dont le poids est $= H$; ainsi que nous venons de supposer. Ensuite un plan égal au grand cercle $\frac{1}{4}\pi dd$ se mouvoit directement dans le fluide avec la vitesse du globe, on sait que la résistance seroit égale au poids d'un cylindre du fluide, dont la base seroit $= \frac{1}{4}\pi dd$, et la hauteur $= v$, c'est-à-dire par conséquent $= \frac{1}{4}\pi ddv$. Or on sait aussi que la résistance ne vaut que la moitié de celle du grand cercle; donc la résistance sera égale au poids d'une masse du fluide, dont le volume

$$= \frac{1}{8}\pi ddv.$$

9. Or le poids d'un volume de ce fluide $\frac{1}{6}\pi d^2$ étant $= H$, le volume que nous venons de trouver $\frac{1}{8}\pi ddv$ sera $= \frac{3v}{4d}H$; qui est la force de la résistance, et si nous la divisons par la masse, ou le poids du globe P , nous aurons la force retardatrice, qui résulte de la résistance

$$= \frac{3v}{4d} \cdot \frac{H}{P};$$

et dont la direction est contraire au mouvement du globe. Or, puisque le diamètre du globe d , que le rapport de sa gravité spécifique à celle du fluide, ou P à H , est supposé être connu, je poserai pour abrégé

$$\frac{3d}{8} \cdot \frac{P}{H} = c;$$

la force retardatrice de la résistance $= \frac{P}{c}$. Or l'on voit que
 r, la valeur de la fraction $\frac{P}{H}$ sera toujours un nombre très grand;
 globe n'étoit pas plus pesant qu'un égal volume d'eau, il y auroit
 ou environ.

Le rapport de la gravité spécifique du globe et du fluide se trouve
 aisément par le moyen de l'eau; car sachant le poids P du globe,
 d'abord le volume d'une masse d'eau, dont le poids est aussi $= P$,
 et connoit le poids d'un pied cubique d'eau. Soit donc c^3 le volume
 masse d'eau dont le poids $= P$, et que la gravité spécifique de l'eau
 elle du fluide, dans lequel se fait le mouvement, comme 1 à μ , et
 le volume de ce fluide, dont le poids est $= P$. Or H marque le
 une masse du même fluide, dont le volume est $= \frac{1}{6} \pi d^3$, d'où nous

$$P : H :: \frac{1}{\mu} c^3 : \frac{1}{6} \pi d^3,$$

$$\frac{P}{H} = \frac{6c^3}{\mu \pi d^3};$$

as aurons

$$c = \frac{8c^3}{\mu \pi d d}.$$

nt si le mouvement se faisoit dans l'eau, à cause de $\mu = 1$, on auroit

$$c = \frac{8c^3}{\pi d d};$$

ue le mouvement se fait dans l'air, on aura à peu près

$$c = \frac{6666 c^3}{\pi d d},$$

$$c = \frac{2133 c^3}{d d}.$$

Cette formule aura lieu, lorsque le mouvement du globe n'est pas
 e, pour que l'air puisse aussitôt librement remplir l'espace, que le
 ent de quitter. Mais si le mouvement est si rapide, que l'air ne

sauroit occuper dans le même instant l'espace, que le globe laisse de sorte que cet espace demeure vuide, du moins pour un instant. Le globe soutenant sur sa partie d'avant toute la pression de l'atmosphère, n'étant pas contrebalancée par une pression égale de derrière, il y aura la résistance sera augmentée de toute la pression de l'atmosphère sur la partie antérieure du globe. Donc, posant k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui est en équilibre avec l'atmosphère, cette pression sera égale au poids d'une masse d'eau, dont le volume $= \frac{1}{4} \pi r^2 dk$, et par conséquent au poids d'une masse d'air dont le volume $= 213 \pi r^2 dk = 666 \pi r^2 dk$ à peu près.

12. La résistance entière du globe dans l'air sera donc dans un instant égale au poids d'une masse d'air, dont le volume

$$= \frac{1}{8} \pi r^2 dv + 213 \pi r^2 dk.$$

Donc le poids du globe étant égal au poids d'un volume d'air, la force retardatrice de la résistance sera

$$= \frac{\pi r^2 dv}{666 c^3} + \frac{\pi r^2 dk}{4 c^3}.$$

Or nous venons de poser

$$c = \frac{666 c^3}{\pi r^2 d},$$

ou bien

$$\pi r^2 d = \frac{666 c^3}{v};$$

donc la force retardatrice de la résistance sera

$$= \frac{v}{c} + \frac{666 k}{4 c} = \frac{v + 166 k}{c}.$$

13. Cette force aura donc lieu, lorsque la vitesse du globe sera plus grande que celle dont l'air en vertu de son ressort entreroit dans l'espace vuide. Or le ressort étant égal au poids d'une colonne de même hauteur $= 850 k$, la vitesse dont l'air entrera dans un espace vuide de la hauteur $850 k$; donc, toutes les fois que $v > 850 k$, la force retardatrice de la résistance de l'air sera

$$= \frac{v + 166 k}{c}.$$

Pour l'état ordinaire de l'air, on sait qu'il est environ $k = 33$ pieds; de sorte que ce cas aura lieu, lorsque $x = 28050$ pieds, ou que le globe parcourt, en une seconde un espace plus grand que de 1325 pieds.

11. De là on comprend aisément, que quand même x sera plus petit que 28050 , la force retardatrice de la résistance ne sera pas subitement réduite à zéro; et que la pression de l'atmosphère sera toujours plus petite sur la partie de derrière du globe que sur celle d'avant; d'où résultera une augmentation de la résistance. Ainsi s'il étoit $x = \frac{1}{2} \cdot 850k$, la force retardatrice de la résistance sera

$$x + \frac{1}{2} \cdot 1666k$$

ou généralement lorsque $x = \frac{1}{n} \cdot 850k$, cette force deviendra à peu près

$$x + \frac{1}{n} \cdot 1666k$$

ou bien

$$\frac{3x}{e}$$

cependant il s'en faut bien, que cette détermination soit assez exacte, vu qu'elle dépend de la pression de l'atmosphère sur le derrière du globe. Or il faut aussi remarquer que cette recherche n'est pas susceptible d'une entière exactitude de Géométrie, et qu'il faut se contenter d'une approximation convenable.

12. Par cette raison nous ne nous arrêterons gueres, quand nous supposerons la force retardatrice de la résistance $= \frac{3x}{e}$, quoiqu'elle devienne fautive, lorsque $x = 850k$. Car, puisque cela ne sauroit arriver que dans les mouvemens les plus rapides, et que ceux-ci sont bientôt réduits à une valeur de x au dessous de $850k$, l'erreur qui en résulte ne sera pas considérable. Or, au lieu de $e = \frac{6666x^2}{dd}$, si nous supposons $e = \frac{2222x^2}{\pi dd}$, ou bien $e = 707 \cdot \frac{x^2}{dd}$, la force retardatrice de la résistance sera $= \frac{x}{e}$; et nous nous servirons de cette formule à l'avenir pour la commodité du calcul, où il faut se souvenir, que d marque le diamètre du globe, et e^3 le volume d'eau dont le poids est égal à celui du globe.

sur la courbe $Mm = ds$, il en résultera une force qui s'oppose au mouvement latéral,

$$-\frac{v dx}{c ds},$$

qui s'oppose au mouvement vertical,

$$\frac{v dy}{c ds},$$

si nous posons l'élément du temps $= dt$, de sorte que $dt = \frac{ds}{V}$, et que nous prenions cet élément dt pour constant, les principes mécaniques de conservation nous fourniront ces deux égalités:

$$\frac{2 ddx}{dt^2} = -\frac{v dx}{c ds}$$

$$\frac{2 ddy}{dt^2} = +\frac{v dy}{c ds}$$

Puisque $dt = \frac{ds}{V}$, nous aurons $v = \frac{ds}{dt}$, d'où nos deux équations deviendront

$$\frac{2 ddx}{dt^2} = -\frac{dx ds}{c dt^2}$$

$$\frac{2 ddy}{dt^2} = +\frac{dy ds}{c dt^2}$$

ou plus

$$dy = p dx,$$

où p exprime la tangente de l'angle PTM , ou de l'inclinaison du mouvement du corps à l'horizon, et à cause de

$$ds = dx \sqrt{1 + pp}$$

$$ddy = p ddx + dx dp,$$

il nous restera ces deux équations:

$$\frac{2ddx}{dt^2} = \frac{dx^2 V(1+pp)}{cdt^2}$$

et

$$\frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dx dp}{dt^2} = a - \frac{pd^2 V(1+pp)}{cdt^2},$$

si nous retranchons de celle-cy la premiere multipliée par p

$$\frac{2dx dp}{dt^2} = a,$$

ou bien

$$adt^2 = 2dx dp;$$

or la premiere donne

$$\frac{2ddx}{dx^2} = \frac{V(1+pp)}{c}.$$

Enfin on aura

$$p = \frac{dx^2(1+pp)}{dt^2} = \frac{cdx(1+pp)}{2dp}.$$

2^o. Parce que $2dp = \frac{adt^2}{dx}$, l'autre équation

$$= \frac{2ddx}{dx^2} = \frac{V(1+pp)}{c}$$

multipliée par dp se réduira à celle-cy

$$= \frac{2adt^2 ddx}{dx^3} = \frac{2dp V(1+pp)}{c},$$

dont l'intégrale à cause de l'élément dt constant est

$$\frac{adt^2}{dx^3} = \frac{2dp}{dx} = 2C + \frac{2}{c} \int dp V(1+pp).$$

d'où nous tirons

$$dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)}$$

et

$$dy = \frac{p dp}{C + \frac{1}{c} \int dp V(1+pp)},$$

me

$$ds = dx \sqrt{1 + pp} = \frac{dp \sqrt{1 + pp}}{C + \frac{1}{c} \int dp \sqrt{1 + pp}},$$

Ensuite à cause de $cdt^2 = 2dx dp$, nous obtiendrons

$$\frac{1}{2} c dt^2 = \frac{dp^2}{C + \frac{1}{c} \int dp \sqrt{1 + pp}}$$

$$dt = \sqrt{\frac{1}{2} c} \sqrt{V \left(C + \frac{1}{c} \int dp \sqrt{1 + pp} \right)},$$

enfin pour la vitesse du corps nous aurons:

$$v = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} c (1 + pp)}{C + \frac{1}{c} \int dp \sqrt{1 + pp}}}.$$

21. Pour la formule intégrale $\int dp \sqrt{1 + pp}$, qui entre dans ces expressions, il est évident qu'elle exprime un arc parabolique; ou bien on le pourra assigner par les logarithmes, puisque

$$\int dp \sqrt{1 + pp} = \frac{1}{2} p \sqrt{1 + pp} + \frac{1}{2} l(p + \sqrt{1 + pp});$$

en prenant l'intégrale en sorte qu'elle évanouisse au cas de $p = 0$, ce qui arrive au sommet A de la courbe, où la tangente est horizontale. Ainsi regardant l'inclinaison du mouvement du corps à l'horizon, dont la tangente est $= p$, comme connu, pour l'endroit M , où cela arrive, nous pourrons déterminer l'abscisse $AP = x$, l'appliquée $PM = y$, l'arc $AM = s$, la hauteur due à la pesanteur en M , et enfin le tems, que le corps a mis à parcourir l'arc AM .

22. Posons pour la constante C , qui a été introduite par l'intégration, la fraction $\frac{n}{r}$, et il est clair que n désignera un nombre absolu. Ensuite posons pour abréger

$$\int dp \sqrt{1 + pp} = P,$$

et que pour chaque valeur de p on peut aisément trouver celle pour la branche AMH , par laquelle le corps descend, nous aurons les suivantes:

$$c = c \int \frac{dp}{n+P}, \quad y = c \int \frac{p dp}{V(n+P)}, \quad s = c \int \frac{dp \sqrt{(1+pp)}}{V(n+P)},$$

$$dt \left\{ \frac{1}{2} \alpha = \frac{dp \sqrt{c}}{V(n+P)} \right. \quad \text{ou} \quad t = \frac{\sqrt{2}c}{\sqrt{c}} \int \frac{dp}{V(n+P)}$$

et

$$r = \frac{1}{2} \frac{cc(1+pp)}{n+P}.$$

Ces intégrales doivent être prises en sorte, qu'elles évanouissent dans $p=0$; d'où l'on voit que la hauteur due à la vitesse en A sera

$$= \frac{cc}{2n}.$$

23. Ces mêmes formules servent aussi à exprimer la nature de la branche ANC , que le corps aura décrite en montant; car on n'a qu'à négativer la valeur de P . Ainsi, si la direction du mouvement est avec l'horizon un angle dont la tangente $= p$, on aura

$$AQ = c \int \frac{dp}{n-P}, \quad QN = c \int \frac{p dp}{n-P}, \quad \text{et} \quad AN = c \int \frac{dp \sqrt{(1+pp)}}{n-P}$$

le tems par l'arc AN

$$= \frac{\sqrt{2}c}{\sqrt{c}} \int \frac{dp}{V(n-P)},$$

la hauteur due à la vitesse en N

$$= \frac{1}{2} \frac{cc(1+pp)}{n-P}.$$

D'où l'on voit que dans la branche ascendante ANC l'inclinaison des tangentes à l'horizon ne sauroit nulle part devenir si grande, qu'il fût $P=n$; et là où $P=n$, la vitesse du corps est infinie.

24. Le mouvement du corps, et la courbe qu'il décrit, *CNAMH* dépend donc de trois constantes a , c et n , dont il faut savoir les valeurs pour chaque cas proposé. La première a est déterminée par la gravité spécifique du fluide à l'égard de celle du globe; et comme elle n'entre pas dans les formules qui déterminent la nature de la courbe, on la connoitra indépendamment de a ; on n'est que le tems et la vitesse qui en dépendent. La quantité c est déterminée par le diamètre et le poids du globe, et comme elle ne fait que multiplier les formules trouvées, elle ne cause aucun embarras dans le calcul. Or la troisième quantité n , qui dépend de la vitesse imprimée au corps, affecte tellement nos formules, qu'on est obligé d'en calculer les valeurs à part pour toutes les différentes valeurs de n .

25. Pour développer mieux la nature de cette courbe, il sera bon d'avoir aussi égard au rayon de sa développée, qui mesure sa courbure dans chacun de ses points. Or on sait que, posant $dy = p dx$, le rayon de courbure est

$$= \frac{dx(1+pp)}{dp} \sqrt{1+pp}.$$

Donc, puisque $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+P}$ pour la branche descendante, le rayon de courbure en M sera

$$\frac{c(1+pp)}{n+P} \sqrt{1+pp}.$$

Or pour la branche ascendante en N , où est aussi $dy = p dx$, le rayon de courbure sera

$$= \frac{c(1+pp)}{n-P} \sqrt{1+pp}.$$

Ainsi là où $P = n$, et la vitesse du corps est infinie, le rayon de courbure devient aussi infiniment grand; et l'on voit que dans les deux branches, où leurs tangentes sont également inclinées à l'horizon, le rayon de courbure, de même que les autres quantités, x , y , s , t et v , sont plus grandes dans la branche ascendante que dans la descendante.

26. Donc dans un milieu résistant, les deux branches de la courbe décrite par un corps, sont dissemblables, en sorte que la branche descendante est plus courbée que l'ascendante, et le mouvement par celle-cy plus rapide

que par celle-là. Or dans le vuide les deux branches sont, comme on l'a vu, égales et semblables, et le mouvement aussi le même: ce que l'on peut démontrer aussi évidemment; car pour le vuide la quantité c de la vitesse est de même que le nombre n , puisque $\frac{cc'}{2n}$ marque la hauteur due à la vitesse en M . Donc P évanouit par rapport à n , et puisque $\alpha = 1$, si

$$\frac{c}{2n} = b,$$

nous aurons pour le vuide:

$$x = 2bp, \quad y = bpp, \quad s = 2b \int dp \sqrt{1 + pp},$$

$$t = 2bp \quad \text{et} \quad v = b(1 + pp),$$

et le rayon de courbure

$$= 2b(1 + pp)^{\frac{3}{2}},$$

d'où il est évident, que la courbe est une parabole, et le mouvement qu'il est connu.

27. C'est donc de la quantité $P = \int dp \sqrt{1 + pp}$, que résulte la différence entre les trajectoires dans le vuide et dans un fluide; et la différence sera d'autant plus grande, plus sera grande la quantité P par rapport au nombre n . Or la quantité P évanouit au sommet A ; d'un côté et d'autre elle croît avec l'angle MTP , que la tangente à la courbe fait avec l'horizon; en sorte que lorsque cet angle devient droit P sera même infinie. Par conséquent quelque petite que soit la courbe $CNAMH$ s'écarte enfin à l'infini de la parabole; puis, à mesure que ses branches il doit arriver nécessairement, que la quantité P enfin égale au nombre n , quelque grand qu'il soit, et qu'elle le surpasse infiniment.

28. Mais, lorsqu'on veut seulement connoître une telle partie de la courbe comme NAM , que l'inclinaison des tangentes à ses extrémités soit si petite, que la quantité P qui en résulte, soit fort petite par rapport au nombre n , alors on pourra trouver des approximations assez correctes derrière cette portion de la courbe. Car, puisque P est fort petit par rapport à n , on aura

$$\frac{1}{n} \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{p} \right) = \frac{P}{nn} \quad \text{et} \quad \frac{1}{n-P} = \frac{1}{n} + \frac{P}{nn};$$

$$\frac{1}{V(n+P)} = \frac{1}{Vn} - \frac{P}{2nVn} \quad \text{et} \quad \frac{1}{V(n-P)} = \frac{1}{Vn} + \frac{P}{2nVn}$$

Pour la branche descendante AM nous aurons

$$P = x = \frac{c}{n} \left(p - \frac{1}{n} \int P dp \right) = \frac{c}{n} \left(p - \frac{1}{n} Pp + \frac{1}{3n} (1 + p p^3 - 1) \right),$$

$$= \frac{c}{n} \left(\frac{1}{2} p p - \frac{1}{n} \int P p dp \right) = \frac{c}{n} \left(\frac{1}{2} p p - \frac{1}{2n} P p p - \frac{1}{8n} P + \frac{1}{8n} p (1 + p p^3) \right),$$

$$AM = s = \frac{c}{n} \left(P - \frac{1}{n} \int P dp \right) (1 + p p) = \frac{c}{n} \left(P - \frac{1}{2n} P P \right),$$

par AM

$$t = \frac{\sqrt{2c}}{Vn} \left(p - \frac{1}{2n} P p + \frac{1}{6n} (1 + p p^3 - 1) \right).$$

Par suite de la vitesse en M

$$v = \frac{cc(1 + p p)}{2n} \left(1 - \frac{P}{n} \right).$$

Si p et P négatifs ces mêmes expressions serviront pour la branche AN .

Or ces approximations n'auront lieu, que tandis que la quantité P est extrêmement petite par rapport au nombre n . Donc, plus le nombre grand, plus sera aussi grande la portion de la courbe MAN , qu'on aura au juste par le moyen de ces formules. Mais, dès qu'on en veut une plus grande portion, ces approximations ne sont plus d'aucun usage, et alors, puisqu'il n'y a pas moyen d'intégrer les formules trouvées, et le temps t , on sera réduit à en chercher la valeur par la voie numérique. Or, avant que d'entreprendre cet ouvrage, il sera bon de remarquer quelques phénomènes, que nous découvrons la considération de cette

30. Et d'abord je remarque, que l'arc de la courbe AM se peut exprimer par un logarithme; car, puisque $dp V(1 + pp) = dP$, on

$$s = c \int \frac{dP}{n + P}$$

et par conséquent

$$s = cl \frac{n + P}{n},$$

puisque en A , où $s = 0$, il est $P = 0$; et cette formule est déjà suffisante pour décrire la courbe; car calculant pour un grand nombre de valeurs de P , celle de s , on trouvera autant de portions de la courbe, et sachant l'inclinaison à l'horizon, on en tirera aisément les portions de l'abscisse et de l'appliquée, qui leur conviennent: lesquelles étant ajoutées ensemble donneront tant l'abscisse que l'appliquée entière, qui répondront au point de la courbe. Ensuite, ayant la vitesse à chaque point, par la formule

$$v = \frac{1}{2} \frac{d(s^2)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dP^2}{dt},$$

chaque particule de la courbe divisée par V donnera le temps, qu'il faut pour la parcourir; et pourvu qu'on prenne les particules de la courbe assez petites, on obtiendra assés exactement tant la figure de la courbe que le mouvement du corps.

31. Puisque pour la branche descendante nous venons de

$$s = cl \frac{n + P}{n},$$

nous voyons que cette courbe approche de plus en plus de la verticale, qu'elle n'atteint pourtant qu'à l'infini. Car l'arc s ne devient infini, lorsque P est infini, ce qui arrive, quand p est pris infini, où la tangente de la courbe devient verticale. Or pour la branche ascendante nous aurons l'arc AN

$$= -cl \frac{n - P}{n} = cl \frac{n - P}{n};$$

donc cet arc sera infini, lorsque $P = n$; de là on obtiendra une valeur pour p , d'où l'on connoitra l'inclinaison de la tangente de la courbe à l'infini, qui sera son asymptote.

32. Ayant pour la branche ascendante

$$v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n-P},$$

voyons qu'à l'infini, où $P=n$, la vitesse du corps est infinie, et qu'en allant jusqu'en A elle devient continuellement plus petite; car en diminuant p , le numérateur $\frac{1}{2}ac(1+pp)$ en devient plus petit, et le dénominateur $n-P$ plus grand: l'un et l'autre contribuant à diminuer la vitesse. Or la branche descendante ayant

$$v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+P},$$

aura pour le sommet A

$$v = \frac{ac}{2n};$$

où là il ne s'ensuit pas, que plus le corps descend, plus aussi son mouvement sera accéléré; mais plutôt après que le corps aura passé par le sommet son mouvement ne laissera pas de souffrir encore quelque diminution, jusqu'à ce qu'il parvienne à un certain point J , où sa vitesse sera la plus petite.

33. Ce point J , où le corps aura la moindre vitesse, se trouvera donc en apposant le différentiel de $\frac{1+pp}{n+P}$ égal à zéro; d'où l'on aura

$$2p(n+P) = (1+pp)V(1+pp),$$

ayant

$$P = \frac{1}{2}pV(1+pp) + \frac{1}{2}l(p+V(1+pp)),$$

aurons

$$2np + pl(p+V(1+pp)) = V(1+pp).$$

Comme cela arrive ordinairement fort près du point A , la valeur de p sera petite, et partant à peu près

$$P = p + \frac{1}{6}p^3 \quad \text{et} \quad (1+pp)V(1+pp) = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$$

notre expression deviendra

$$x = -2c \left(\frac{1+ff}{ff+gg} \int \frac{dq}{ff+qq} + \frac{1+gg}{ff+gg} \int \frac{dq}{gg+qq} \right)$$

ant les intégrales

$$x = -\frac{2c(1+ff)}{f(ff+gg)} \text{A. tang. } \frac{q}{f} - \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)} t \frac{g+q}{g-q} + \text{Const.}$$

que $x=0$, lorsque $p=0$ et partant $q=1$, nous aurons

$$x = -\frac{2c(1+ff)}{f(ff+gg)} \left(\text{A. tang. } \frac{1}{f} - \text{A. tang. } \frac{q}{f} \right) + \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)} t \frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}$$

à cause de $f = \frac{1}{g}$

$$x = -\frac{2cg(gg+1)}{1+g^4} (\text{A. tang. } g - \text{A. tang. } gg) + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4} t \frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}.$$

Maintenant on n'a qu'à poser $q=0$, pour avoir le cas de $p=\infty$; l'arc qui répond à l'arc infini AMH sera

$$AE = -\frac{2cg(gg+1)}{1+g^4} \text{A. tang. } g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4} t \frac{g+1}{g-1},$$

on remarque que

$$gg = 2n \sqrt[3]{\delta} + V(1 + \frac{4}{3} \delta nn).$$

enant $\delta = \frac{1}{g}$, nous aurons

$$gg = 2n \sqrt[3]{\frac{1}{g}} + V \left(1 + \frac{4}{3} nn \right)$$

l'intervalle AE sera ou plus grand ou plus petit que cette ex-

$$\frac{2cg(gg+1)}{1+g^4} \text{A. tang. } g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4} t \frac{g+1}{g-1}.$$

on prenne ou

$$gg = 2n \sqrt[3]{\frac{1}{g}} + V \left(1 + \frac{4}{3} nn \right)$$

$$gg = n + V(1 + nn).$$

41. Lorsque n est un nombre très grand, g en sera un aussi, et A. tang. deviendra $= \frac{\pi}{2}$, prenant π pour la mesure de deux angles droits; donc cause de

$$l \frac{g-1}{g-1} = \frac{2}{g},$$

notre formule sera

$$\frac{\pi c}{g} + \frac{2c}{gg}.$$

Donc, ayant ou $gg = 4n \sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $gg = 2n$, les limites entre lesquels l'intervalle AE est compris, seront

$$\frac{\pi c \sqrt[3]{3}}{2\sqrt{n}} + \frac{c\sqrt{3}}{2n} \quad \text{et} \quad \frac{\pi c \sqrt[3]{2}}{2\sqrt{n}} + \frac{c}{n}.$$

Mais, lorsque n est une fraction très petite, nous aurons on

$$gg = 1 + 2n \sqrt[3]{\frac{1}{3}}, \quad \text{ou} \quad gg = 1 + n;$$

donc à cause de A. tang. $1 = \frac{\pi}{4}$ les limites de l'intervalle AE seront.

$$\frac{\pi nc}{2\sqrt[3]{3}} + cl \frac{2\sqrt[3]{3}}{n} \quad \text{et} \quad \frac{\pi nc}{4} + cl \frac{1}{n}.$$

42. La courbe trajectoire donc dans un fluide aura deux asymptotes, l'une verticale, qui est convergente avec la branche descendante, et l'autre inclinée à l'horizon, pour la branche ascendante, et qui sera tellement inclinée à l'horizon, quo posant la tangente de l'inclinaison $= p$, on aura $P = n$, ou

$$n = \frac{1}{2} p \sqrt[3]{1 + pp} + \frac{1}{2} l(p + \sqrt[3]{1 + pp}).$$

Pour le cas du vuide cette dernière asymptote devient aussi verticale, de même que la première, et l'une et l'autre sera infiniment éloignée du sommet. Or pour trouver le point L , où l'asymptote de la branche ascendante coupe la ligne horizontale BAE , posant $P = n$, on aura

$$AL = x - \frac{y dx}{dy} = c \left(\int \frac{dp}{n - P} - \frac{1}{n} \int \frac{p dp}{n - P} \right).$$

43. Après ces remarques générales, venons au fait pour voir, comment on pourroit tirer quelque fruit des formules trouvées pour la pratique. Et car il est évident qu'on ne sauroit se passer d'une Table, qui représente chaque valeur de p celle de P . Donc, puisque p exprime la tangente d'un angle d'inclinaison de la courbe à l'horizon, posons cet angle $= \varphi$, de sorte que $p = \text{tang. } \varphi$; et à cause de $V(1 + pp) = \sec. \varphi$, nous aurons

$$P = \frac{1}{2} \text{ tang. } \varphi \cdot \sec. \varphi + \frac{1}{2} l(\text{tang. } \varphi + \sec. \varphi),$$

ou

$$P = \frac{1}{2} \text{ tang. } \varphi \cdot \sec. \varphi + \frac{1}{2} l \text{ tang. } (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi),$$

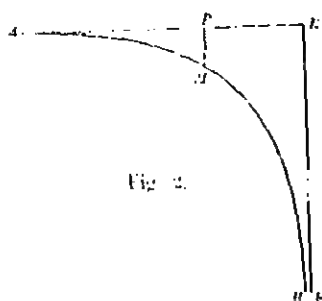
il faut prendre les logarithmes hyperboliques de la tangente des angles $\frac{1}{2} \varphi$, qu'on trouve dans l'Ouvrage de NÉPER⁽¹⁾ sur les logarithmes.

44. C'est donc le contenu de la Table première [p. 442], où la première colonne renferme tous les angles d'inclinaison à l'horizon de degré en degré de 0° jusqu'à 90°; la seconde colonne en contient les tangentes, qui sont les valeurs de la lettre p . La troisième colonne fournit les valeurs de la formule $\text{tang. } \varphi \cdot \sec. \varphi$ ou de $pV(1 + pp)$, et la quatrième celles de la formule $\frac{1}{2} l \text{ tang. } (45^\circ + \frac{1}{2} \varphi)$ ou de $\frac{1}{2} l(p + V(1 + pp))$; qui est la même que la Table des degrés des latitudes croissantes dans l'Hydrographie. Enfin la cinquième colonne contient les valeurs correspondantes de la formule intégrale $\int dp V(1 + pp)$, dont nous avons besoin dans nos expressions.

45. Or, pour connoître les courbes qu'un corps peut décrire dans un milieu, il faut remarquer, qu'il y en a une infinité d'espèces différentes, qui sont déterminées par les diverses valeurs du nombre n . Car, tandis que le nombre n demeure le même, les courbes seront toujours semblables entr'elles, quel que soit le milieu de la même espèce, quelle que soit la différence entre les quantités a et c ; puisque celles-cy n'entrent dans le calcul, que pour déterminer la valeur de la courbe, sans en changer l'espèce, et outre cela le mouvement du corps.

(1) J. NAPIER (NEPER) (1560—1617), *Mirifici logarithmorum canonis descriptio etc.*, Edinburgi 1619. F. R. S.

46. Le caractère de ces diverses espèces sera l'angle OLB , dont la branche ascendante est inclinée à l'horizon. Pour connaître cet angle, on n'a qu'à chercher le nombre n dans la cinquième colonne de la table, et la première colonne indique l'angle. Ainsi, si $n = 0$, l'angle OLB ou bien l'asymptote OL sera horizontale, et le sommet L se trouvera à l'infini; si n est positif, donc la branche ascendante de la parabole se trouve au-dessus de l'horizon, et le corps descendra toujours en approchant de plus en plus de l'asymptote verticale LE ; ce sera donc la première espèce des trajectoires décrites dans un fluide.



47. Pour les autres espèces, on les aura en donnant à n des valeurs négatives. Or, quoique le nombre soit infini, il sera bon pour la pratique de fixer un certain nombre en donnant à l'angle OLB (Fig. 1) des valeurs comprises entre 5 à 5 degrés. Ainsi la seconde espèce sera, si $n = -0,0876001$, l'angle OLB devient de 5 degrés. Voilà donc les diverses espèces, qu'on peut

Espèce	L'angle OLB	Valeur du nombre n	Espèce	L'angle OLB	Valeur
1	0°	0,0000000	10	45°	
2	5	0,0876001	11	50	
3	10	0,1772365	12	55	
4	15	0,2711218	13	60	
5	20	0,3718537	14	65	
6	25	0,4826944	15	70	
7	30	0,6079863	16	75	
8	35	0,7538161	17	80	
9	40	0,9291380	18	85	

L'espèce suivante ou la dix-neuvième renfermeroit les cas, où le corps est lancé verticalement en haut; or, puisque ces cas sont suffisamment traités ailleurs, je n'en tiendrai pas compte ici.

1) En original 2,390330. 2) En original 8,223570. 3) En original 1,000000.
Corrigé par

48. On pourroit encore établir autant d'espèces, en donnant à n les mêmes valeurs, mais prises négativement; mais, puisque dans ces cas les courbes sont destituées de la branche ascendante, elles ne sauroient avoir lieu, que lorsque le globe seroit d'abord lancé en bas. Or, comme dans l'artillerie il n'arrive guères souvent, qu'on baisse les canons ou les mortiers dessous de l'horizon, il seroit superflu de calculer ces espèces; et puisque la direction des canons et mortiers est toujours, ou horizontale, ou élevée dessus de l'horizon, on peut même se passer de la première espèce, vu qu'elle n'a jamais lieu dans la pratique.

49. Le plus sûr moyen de calculer chacune de ces espèces sera de diviser toute la courbe en plusieurs morceaux, et d'en calculer chacun à part; car alors on n'aura qu'à rassembler les calculs de tous ces morceaux. Soit donc Mm (Fig. 1) un tel morceau de la courbe, et soit la tangente de la courbe en $M = p$ et en $m = q$, et posant $\int dq V(1 + qq) = Q$, de même $\int dp V(1 + pp) = P$, on aura

$$AM = ct^{\frac{n+1}{n}} P \quad \text{et} \quad Am = ct^{\frac{n+1}{n}} Q;$$

et la portion de l'arc Mm sera

$$= ct^{\frac{n+1}{n}} \frac{Q}{P}.$$

On prendra un milieu entre les inclinaisons en M et m , qui soit $= \eta$, et aura, pour la portion de l'abscisse qui répond à cet arc

$$Pp = c \cos. \eta t^{\frac{n+1}{n}} \frac{Q}{P},$$

et pour la portion de l'appliquée

$$pm - PM = c \sin. \eta t^{\frac{n+1}{n}} \frac{Q}{P};$$

vu que la différence entre p et q soit assés petite.

50. Ensuite pour le mouvement même du corps, la hauteur du tesse en M sera

$$= \frac{1}{2} \frac{ac(1+pp)}{n+P}$$

et en m

$$= \frac{1}{2} \frac{ac(1+qq)}{n+Q}.$$

Prenant donc un milieu entre les vitesses, qu'on tire de ces formules soit $= V_u$, le tems que le corps employe à parcourir l'espace $= \frac{Mm}{V_u}$. Ou bien on prendra un milieu entre les valeurs

$$\frac{V(1+pp)}{V(n+P)} \quad \text{et} \quad \frac{V(1+qq)}{V(n+Q)},$$

qui soit $= \mu$, et à cause de $V_u = \mu \sqrt{\frac{1}{2} ac}$, le tems par l'arc Mm

$$= \frac{Vc}{\sqrt{a}} \cdot \frac{1}{\mu} \ell \frac{n+Q}{n+P}.$$

Et pour avoir ce tems exprimé en minutes secondes, soit g la hauteur (laquelle un corps tombe dans une seconde¹⁾, et le nombre des sec

$$= \frac{Vc}{\sqrt{2ag}} \cdot \frac{1}{\mu} \ell \frac{n+Q}{n+P}.$$

On pourra de la même manière exprimer les vitesses par l'espace qu'elles sont capables de parcourir dans une seconde, et sur ce pied la vitesse est

$$= \sqrt{2acg} \cdot \frac{V(1+pp)}{V(n+P)}.$$

51. Quoiqu'on dût ici prendre les logarithmes hyperboliques, cependant se servir des logarithmes communs, pourvu qu'on multiplie les coefficients de ces termes par le nombre 2,302585092994, dont le

1) Donc la vitesse par seconde correspondante à la hauteur u est $\sqrt{4gu} = 2$

et ce coefficient conviendra aussi aux abscisses et appliquées. Ensuite la vitesse en M sera exprimée par l'espace

$$V2acg \frac{V(1 + pp)}{V(n + P)},$$

qui se parcourt dans une seconde avec cette vitesse; et le tems par l'arc MM sera de

$$\frac{2,302585}{\sqrt{2acg}} \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{n + Q}{n + P}$$

secondes, où μ est la valeur moyenne entre

$$\frac{V(1 + pp)}{V(n + P)} \quad \text{et} \quad \frac{V(1 + qq)}{V(n + Q)}$$

où g marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une seconde dans le vuide, et on sait que $g = 15,625$ pieds de Rhin.

52. Sur ce pied je calculerai une Table pour l'espece douzième où $n = 1,822067$, qui contiendra deux parties, l'une pour la branche ascendante ANC , l'autre pour la branche descendante AMH ; elle pourra servir de modele pour calculer pareillement des Tables semblables pour les autres especes; et à l'aide de 18 Tables de cette forme on sera en état de résoudre toutes les questions, qui peuvent se rencontrer dans l'Artillerie.

53. Par le moyen de cette Table, qui est calculée de 5 à 5 degrés, on construira aisément la forme de la trajectoire de la douzième espece, comme elle est exprimée dans la troisième figure. Et lorsqu'on sait la valeur de la quantité c et de α , on connoitra par cette Table la vitesse du corps dans chaque point de la courbe, et encore le tems par chaque partie de la courbe. Ainsi, si la direction ou l'élévation du canon ou du mortier est donnée, d'où

l'on tire le globe, on cherchera l'élévation dans la première colonne de la table pour la branche ascendante, et la colonne V^m montrera la v

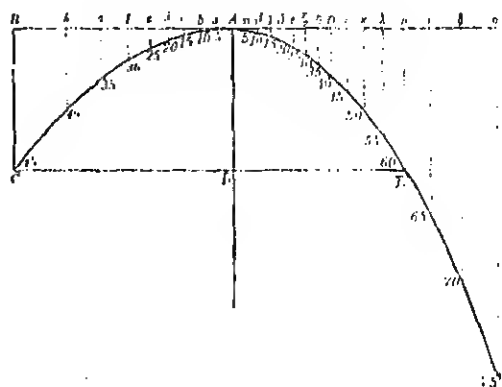


Fig. 3.

doit être imprimée au globe, pour qu'il décrive une trajectoire de la XII^{me} espèce.

54. Prenons pour exemple une bombe, dont le diamètre soit de 10 pieds, le poids de 64 livres, ou bien égal au poids de $\frac{9}{10}$ pied cubique d'eau, donc $d = \frac{1}{2}$ et $c^3 = \frac{9}{10}$, nous aurons (§ 15) $c = 707 \cdot \frac{18}{5} = 2545,2$ pieds par seconde, nous prendrons l'unité. Que cette bombe soit jettée sous une élévation de 45° en C, et pour qu'elle décrive une trajectoire de la XII^{me} espèce, que sa vitesse en C soit de $1,7222525 \cdot \sqrt{2} a g c$ pieds par seconde, soit capable de parcourir avec cette vitesse un espace de $485 \frac{7}{10}$ pieds par seconde. Quand sa vitesse seroit plus grande, la trajectoire apparroit une espèce antérieure; mais, si elle étoit plus petite, à une espèce postérieure, et dans ces cas il faudroit avoir calculées les Tables de ces autres

55. Supposons donc que la vitesse initiale de la bombe en C [Fig. 3] soit de $434 \frac{9}{10}$ pieds²) par seconde, et qu'elle soit jettée sur une plaine horizontale, elle retombe en E. Soit le sommet en A, d'où l'on baisse la

1) En original $434 \frac{9}{10}$. Corrigé par F. R. S.

2) Voir cependant la note précédente. F. R. S.

TABLE SUBSIDIAIRE¹⁾

ang. φ	$\mu = \tan \varphi$	$\tan \varphi \sec \varphi$	$(\tan \varphi + 15'' + \frac{1}{2} \varphi)$	P
0 ⁰	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
1	0,0174551	0,0174577	0,0174541	0,0174559
2	0,0349208	0,0349420	0,0349136	0,0349278
3	0,0524078	0,0524797	0,0523838	0,0524318
4	0,0699268	0,0700976	0,0698698	0,0699837
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0,0876001
6	0,1051042	0,1056832	0,1049116	0,1052974
7	0,1227846	0,1237068	0,1224783	0,1230926
8	0,1405408	0,1419220	0,1400823	0,1410022
9	0,1583841	0,1603587	0,1577296	0,1590442
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
11	0,1943803	0,1980185	0,1931766	0,1955976
12	0,2125566	0,2173052	0,2109876	0,2144664
13	0,2308682	0,2369410	0,2288650	0,2329030
14	0,2493280	0,2569609	0,2468144	0,2518877
15	0,2679492	0,2774014	0,2648421	0,2711218
16	0,2867451	0,2983010	0,2829544	0,2906277
17	0,3057307	0,3197000	0,3011576	0,3104288
18	0,3249197	0,3416408	0,3194582	0,3305495
19	0,3443276	0,3641680	0,3378626	0,3510153
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
21	0,3838640	0,4111741	0,3750122	0,3930932
22	0,4040262	0,4357564	0,3937709	0,4147637
23	0,4244748	0,4611325	0,4126623	0,4368974
24	0,4452287	0,4873633	0,4316947	0,4595290
25	0,4663077	0,5144636	0,4508752	0,4826944
26	0,4877326	0,5424622	0,4702126	0,5064324
27	0,5095254	0,5713538	0,4897151	0,5307845
28	0,5317094 ²⁾	0,6021983	0,5093921	0,5557952
29	0,5543091	0,6337714	0,5292525	0,5815120
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863

1) Aux nombres des trois dernières colonnes de cette table les six premiers chiffres sont exactes. F. R. S.

2) En original 0,5317094. Corrigé par F. R. S.

ang. φ	$p = \text{tang. } \varphi$	$\text{tang. } \varphi \text{ sec. } \varphi$	$(\text{tang. } + 45^\circ - \frac{1}{2} \varphi)$	p
31 ⁿ	0,600 8606	0,7009810	0,5695625	0,635 2732
32	0,624 8694	0,7368323	0,5900326	0,663 1325
33	0,649 4076	0,774 3300	0,6107273	0,692 5287
34	0,674 5085	0,813 6014	0,631 6578	0,722 6311
35	0,700 2075	0,854 7958	0,652 8363	0,753 8161
36	0,726 5425	0,8980560	0,674 2752	0,786 1656
37	0,753 5511	0,943 5520	0,695 9879	0,819 7699
38	0,781 2856	0,991 4657	0,717 9875	0,851 7266
39	0,809 7840	1,041 9980	0,740 2898	0,891 1132
40	0,839 0996	1,095 3666	0,762 9095	0,929 1380
41	0,869 2867	1,151 8160	0,785 8527	0,968 8394
42	0,900 4040	1,211 6130	0,809 1670	1,010 3900
43	0,932 5151	1,275 0535	0,832 8103	1,053 9169
44	0,965 6888	1,342 4655	0,856 9026	1,099 6840
45	1,000 0000	1,414 2136	0,881 3732	1,147 7934
46	1,035 5303	1,490 7040	0,906 2752	1,198 1896
47	1,072 3687	1,572 3920	0,931 6313	1,252 0116
48	1,110 6125	1,659 7842	0,957 4664	1,308 6253
49	1,150 3684	1,753 4530	0,983 8075	1,368 6303
50	1,191 7536	1,854 0100	1,010 6827	1,432 3611
51	1,234 8972	1,962 2710	1,038 1231	1,500 1970
52	1,279 9446	2,078 9700	1,066 1613	1,572 5657
53	1,327 0448	2,205 0705	1,094 8332	1,649 9519
54	1,376 3819	2,341 6410	1,124 1768	1,732 9089
55	1,428 1480	2,489 9000	1,154 2341	1,822 0670
56	1,482 5610	2,651 2520	1,185 0503	1,918 1512
57	1,539 8650	2,827 3130	1,216 6746	2,021 9938
58	1,600 3345	3,019 9590	1,249 1603	2,134 5596
59	1,664 2795	3,231 3720	1,282 5662	2,256 9691
60	1,732 0508	3,464 1020	1,316 9578 ¹⁾	2,390 5299 ¹⁾
61	1,804 0478	3,721 147	1,352 4042	2,536 776
62	1,880 7265	4,006 050	1,388 9854	2,697 518
63	1,962 6105	4,323 021	1,426 7876	2,874 904
64	2,050 3038	4,677 095	1,465 9075	3,071 501
65	2,144 5069	5,074 337	1,506 4535	3,290 396

1) En original 1,3165572.

2) En original 2,3903296.

Corrigé par F. R. S.
50*

$\sin \varphi$	$\rho = \frac{1}{\tan \varphi}$	$\tan \varphi \sec \varphi$	$\frac{1}{2} \tan \varphi \cdot (15^\circ + \frac{1}{2} \varphi)$	P
66"	2,2160368	5,522093	1,5485467	3,5
67	2,3558524	6,020344	1,5923233	3,8
68	2,4750869	6,607161	1,6379381	4,1
69	2,6050891	7,269313	1,6855678	4,4
70	2,7474774	8,033085	1,7354146	4,8
71	2,9012109	8,920438	1,7877114	5,3
72	3,0776835	9,959592	1,8427293	5,9
73	3,2708526	11,187310	1,9007861	6,5
74	3,4871141	12,652184	1,9622566	7,3
75	3,7326508	14,419540	2,0275887	8,2
76	4,0107809	16,578823	2,0973231	9,3
77	4,3314759	19,255193	2,1721209	10,7
78	4,7046301	22,628020	2,2528019	12,4
79	5,1415540	26,961800	2,3403999	14,6
80	5,6712818	32,65962	2,4362452	17,5
81	6,3137515	40,36036	2,5420894	21,4
82	7,1153697	51,12605	2,6603052	26,8
83	8,1143464	66,82850	2,7942178	34,8
84	9,3443645	91,02174	2,9486992	46,9
85	11,4300522 ²⁾	131,14514 ³⁾	3,1313001	67,1
86	11,300666	205,0084	3,3546723	104,1
87	19,081137	361,5893	3,6425320	184,1
88	28,636253	820,5348	4,0181241	412,2
89	57,289962	3282,639	4,7413471	1643,0
89° 30'	114,58865	13131,06	5,4345129	6568,2
89° 41'	214,85762	46164,31	6,0631256	23085,1
89° 52'	429,71757	184657,7	6,7562739	92332,2
89° 56'	859,43630	738631,4	7,4494211	369319,4
89° 58'	1718,8732	2951526	8,1425680	1477267

1) En original 8,223570. 2) En original 11,4300520. 3) En original 13
4) En original 67,12291. 5) En original 92332,30. Corrigé par P. R. S.

ESPECE XII.

POUR LA BRANCHE ASCENDANTE¹⁾

Inclin. en N	L'arc AN = 2,302585 c mult. par	L'abscisse AQ = 2,302585 c mult. par	L'appliquée QN = 2,302585 c mult. par	La vitesse en N = $\sqrt{2ag}$ mult. par	Le temps par AN = $\frac{2,302585 \sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,0000000 213983	0,0000000 213779	0,0000000 9334	0,7408247 213820	0,0000000 284763
5	0,0213983 230448	0,0213779 228177	0,0009334 36080	0,7622067 295427	0,0284763 296594
10	0,0444431 255349	0,0442256 249296	0,0039414 55268	0,7917494 395510	0,0581357 314747
15	0,0699780 291646	0,0691552 278148	0,0094682 87699	0,8313004 523866	0,0896104 340273
20	0,0991426 345303	0,0969700 319018	0,0182381 132142	0,8836870 697094	0,1236377 376196
25	0,1336729 426536	0,1288718 377472	0,0314523 196952	0,9533964 945651	0,1612673 426723
30	0,1763265 555745	0,1666190 468711	0,0511475 298602	1,0179615 1331725	0,2039296 499521
35	0,2319010 778564	0,2134901 617676	0,0810077 473960	1,1811330 2003240	0,2538817 609504
40	0,3097574 1219806	0,2752577 899335	0,1284087 824089	1,3814570 3407955	0,3148321 790812
45	0,4317380 2381005	0,3651912 1608581	0,2108126 1755160	1,7222525 7698425	0,3939133 1149287
50	0,6698385	0,5260493	0,3863586	2,4920950	0,5088420

1) Les deux tables pour la douzième espèce n'ont pas été vérifiées.

ESPECE XII.

POUR LA BRANCHE DESCENDANTE

Inclin. en M	L'arc AM $= 2,302585c$ mult. par	L'abscisse AP $= 2,302585c$ mult. par	L'appliquée PM $= 2,302585c$ mult. par	La vitesse en M $= \sqrt{2}agr$ mult. par	Le t
0°	0,0000000 203933	0,0000000 203739	0,0000000 8895	0,7408247 - 144229	0
5	0,0203933 199209	0,0203739 197505	0,0008895 26002	0,7264018 - 82616	0
10	0,0403142 199299	0,0401244 194575	0,0034897 43136	0,7181402 - 25702	0
15	0,0602441 204125	0,0595819 194677	0,0078033 61380	0,7155700 + 28920	0
20	0,0806566 214049	0,0790496 197755	0,0130414 81913	0,7184620 83320	0
25	0,1020615 229898	0,0988251 203922	0,0221327 106155	0,7267940 189390	0
30	0,1260513 253104	0,1192173 213465	0,0327482 135993	0,7407380 198950	0
35	0,1503617 285969	0,1405638 226875	0,0463475 174086	0,7606280 263895	0
40	0,1789586 332130	0,1632513 244872	0,0637561 224384	0,7870175 336125	0
45	0,2121716 397389	0,1877385 268470	0,0861945 292985	0,8206300 417430	0
50	0,2519105 491194	0,2145855 299018	0,1154930 389688	0,8623730 509230	0
55	0,3010299 629347	0,2444873 338148	0,1544618 530786	0,9132960 611670	0
60	0,3639646 841010	0,2783021 388335	0,2075404 745985	0,9744630 720310	0
65	0,4480656 1178537	0,3171356 451007	0,2821389 1088830	1,0464940 825390	0
70	0,5659193 1754921	0,3622363 527715	0,3910219 1673697	1,1290330 900010	0

in.	Marc AM	L'abaisse AP	L'appliquée PM	La vitesse en M	Le temps par AM
M	2,302585 c	2,302585 c	2,302585 c	$\sqrt{2ag}$	2,302585 \sqrt{c}
	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par
59	0,7414114	0,4150078	0,5583916	1,2190340	0,7952151"
	2851538	617186	2783950	891400	2257818
0	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	4100500
5	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818210	1,4310469

DE ICTU GLANDIUM CONTRA TABULAM EXPLOSARUM¹⁾

Commentatio 411 indicis ENESTROEMIANI

Novi commentarii academicae scientiarum Petropolitanae 15 (1770), 1771, p. 414-

Summarium ibidem p. 34—36

SUMMARIIUM

In doctrina de percussione corporum eiusmodi saepe occurrunt phaenomena, quae intuitu non parum paradoxa et rationi contraria videntur, attentius autem examinatis legibus naturae optime consentire deprehenduntur. Horum in numero sequens memorabile est: si ianna aperta lapide percutiatur, motu in ipsa generato clausa vero sclopetum contra eam exploditur, immota persistit glande explosa rami percutiente. Huius igitur phaenomeni rationem expositurus Illustr. huius dissertationis auctor ictum glandium contra tabulam explosarum accuratius exponere constituit, ubi quatuor casus a se invicem distinguendos seorsim considerat, primum, quo tabula immobilis est, alterum, quo super plano horizontali libere est mobilis. Quod vero primum casum, si celeritas glandis ante ictum designetur per c , altitudo, ex qua grave unum libere cadit, per g , resistentia tabulae per R et massa glandis per M , tamquam $\int_M^{Rdc} = f$, posito $x = a$, loti scilicet crassitiei tabulae, observat Illustr. Auctor

1) Confer hac enim dissertatione EULERI Commentationes 22, 69, 82, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

1) Confer hac enim dissertatione EULERI Commentationes 22, 69, 82, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

EULERI Opera omnia, series II, vol. 7. F. R. S.

venit massa huius glandis, quam littera M designemus, ubi secundum principia mechanica M mensuratur pondere eiusdem glandis. Quod autem ad figuram glandis attinet, eius ratio hic vix habetur, dummodo eandem figuram retineat.

2. Statim atque glans tabulam ferire incipit, hoc erit initium ictus, a quo tempora computabimus. Ponamus ergo ab hoc initio iam elapsum esse t minut. secund. quaeriturque, quousque nunc glans in tabulam penetraverit; ponamus ergo glandem ad profunditatem $= x$ penetrasse, et quum hoc sit spatium a glande tempore t percursum, erit celeritas glandis hoc momento $\frac{dx}{dt}$ eiusque acceleratio $= \frac{M ddx}{2g dt^2}$ sumpto elemento dt constante, cui vis resistens negative sumpta debet esse aequalis. Animum autem hic abstrahimus a gravitate glandis, qua eius motus incurvatur, quippe qui effectus in hoc phaenomeno nullius est momenti.

3. Quum nunc glans ad profunditatem $= x$ in tabulam penetraverit, quam quidam hic minorem ipsa crassitie tabulae assumimus (posita enim crassitie tabulae $= a$, simul ac sit $x = a$, glans per tabulam penitus transiisse consensus est), nunc igitur dum in profunditate $= x$ versatur, certam atque insignem offendet resistantiam, quae eius motui se opponit et quam littera R denotemus; cuius valorem cum vix ullo casu accurate definire liceat, hic tantum observemus eam cum a magnitudine glandis tam vero etiam a duritie ipsius tabulae atque ab ipsa profunditate penetrationis x pendere; quare, quum duo priora momenta eadem maneant pro eadem glande et tabula, vis resistantiae spectari poterit tanquam functio ipsius x , quae evanescat tam posito $x = 0$ quam $x = a$, quandoquidem tam ante impulsam quam post orptionem nullam patitur resistantiam.

4. Constituta igitur hac resistantia R habebimus statim istam aequationem

$$\frac{ddx}{2g dt^2} = - \frac{R}{M},$$

quae per dx multiplicata et integrata praebet

$$\frac{dx^2}{4g dt^2} = C - \int \frac{R dx}{M},$$

$$\frac{dx}{dt} = c - 4g \int \frac{Rdx}{M};$$

supra celeritas glandis

$$\frac{dx}{dt} = \left\{ c - 4g \int \frac{Rdx}{M} \right\},$$

unde pro tempore cognoscendo deducitur ista aequatio

$$dt = \frac{dx}{\left\{ c - 4g \int \frac{Rdx}{M} \right\}}.$$

Parum autem collatum de tempore ex aequatione pro celeritate instante indicare poterimus, cum *glaus penitus per tabulam percurrat*, hoc in ipsa tabula sit, hac nam omni scilicet molu amisso. Hic praecedat quamcunque tendam R indeque formatum integrale $\int Rdx$ est respiciendum, cum valor crescente x continuo augetur; ponamus igitur posito *tem*

$$\int \frac{Rdx}{M} = I$$

tunc perquam est *glandem per tabulam percurrere non posse*, hoc est nunc est quam $4gf$, atque hinc sequentes casus distingui

1. Si fuerit celeritas glandis $c < 2\sqrt{gf}$, *glaus non penitus per tabulam impet*, sed absente haerebit, ubi scilicet sit

$$\int \frac{Rdx}{M} = \frac{cc}{4g},$$

profunditas penetrationis intelligi poterit.

2. Sin autem fuerit celeritas glandis $c > 2\sqrt{gf}$, tum *glaus non solum per tabulam transvolarit, sed etiam adhuc celeritatem quandam evabit, quae erit*

$$\sqrt{cc - 4gf}.$$

6. Manentibus iis, quae circa glandem eiusque celeritatem adstilita, nunc etiam massa tabulae in computum est ducenda, quae atque ne tabula motum obliquum recipiat, glandis ictum ponatur ipso tabulae centro inertiae motumque glandis esse horizontalem. adhuc crassities tabulae in loco ictus $= a$.

7. Elapso tempore $= t$ secund. a primo ictus initio, ubi ipsa in quiete, glans vero celeritate $= c$ ferebatur, ponamus tabulam in motum per spatium $= y$, glandem autem iam in tabulam penetrare funditatem $= x$, ubi resistantiam offendat $= R$, uti ante posuimus. Igitur tabula tempore t promota sit per spatium y , erit eius celeritas $\frac{dx + dy}{dt}$ et acceleratio more superiori sumpta $= \frac{Nddy}{2gdt^2}$. glans autem inter spatium $x + y$, unde eius celeritas erit

$$\frac{dx + dy}{dt}$$

et acceleratio

$$= \frac{M(dx + dy)}{2gdt^2} ;$$

notandum autem est ipso initio fuisse $x = 0$ et $y = 0$, ut vero celeritas tabulae $\frac{dy}{dt} = 0$ et glandis $\frac{dx + dy}{dt} = c$. ita ut tum fuerit $\frac{dx}{dt} = c$.

8. Quod nunc primum ad motum tabulae attinet, evidens est celerari a vi R ; haec enim, dum motui glandis se opponit, aequa vi reagit eiusque motum accelerat, unde haec prima aequatio resultat

$$I. \quad \frac{Nddy}{2gdt^2} = R \quad \text{sive} \quad \frac{ddy}{dt^2} = \frac{2gR}{N} .$$

deinde vero motus glandis ab eadem vi R retardatur, unde oritur cunda aequatio

$$II. \quad \frac{M(dx + dy)}{2gdt^2} = -R \quad \text{sive} \quad \frac{ddx + ddy}{dt^2} = -\frac{2gR}{M}$$

quae semel integrata sponte dat

$$\frac{Mdx}{dt} + \frac{(M+N)dy}{dt} = Mc;$$

quare, quum $\frac{dy}{dt}$ celeritatem tabulae exprimat, habebimus

$$\frac{dy}{dt} = \frac{Mc}{M+N} - \frac{Mdx}{(M+N)dt},$$

ex qua aequatione intelligitur his casibus, quibus glans non penitus per tabulam, sed in certa penetratione arceatur ibique sit $\frac{dx}{dt} = 0$, tabulae motum esse accepturam, cuius celeritas sit $= \frac{Mc}{M+N}$. At si aucta celeritate glans penitus percurrat, tum tabula minorem accipiet motum, uti motu libili, in quo non exiguum paradoxon cernitur.

11. Quamdiu ergo glans non penitus percurrat tabulaeque indixit in quod sit, ubi $\frac{dx}{dt} = 0$, motus determinatio nulla laborat difficultate; tum celeritas tabulae, ut modo vidimus, erit

$$\frac{dy}{dt} = \frac{Mc}{M+N}.$$

Evolvamus igitur eos casus, quibus glans penitus percurrat, quod erit quando

$$cc > 4fg \frac{M+N}{N} = 4fg \left(1 + \frac{M}{N}\right);$$

ponamus igitur brevitatis gratia

$$4gf \left(1 + \frac{M}{N}\right) = kk,$$

et cum celeritatis gradum exhibeat, quo tantum non per tabulam transire valet; ac si fuerit $c = k$, ob $\frac{dx}{dt} = 0$ erit tabulae celeritas postea

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N} k,$$

ipsi extremitati tabulae inhaerebit. Nunc autem ponamus $c > k$
 $c = nk$, ut sit $n > 1$, atque post ictum habebimus

$$\frac{dx}{dt} = kV'(nn - 1),$$

celeritas tabulae post ictum

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}(nk - kV'(nn - 1)) + \frac{N}{M+N}k(n - V'(nn - 1)).$$

c paulisper tantum unitatem excedat, ut sit $n = 1 + \alpha$, erit celeritas
post ictum

$$= \frac{Mk}{M+N}(1 - V'2\alpha),$$

scilicet α ut infinite parva, inde patet celeritatem tabulae minorem,
si esset $n = 1$.

Si iam n numerus quicumque maior unitate, et quum sit post ictum

$$\frac{dx}{dt} = kV'(nn - 1)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N}k(n - V'(nn - 1)),$$

celeritas tabulae post ictum, erit glandis celeritas post ictum

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = \frac{Mnk}{M+N} + \frac{N}{M+N}kV'(nn - 1).$$

evolvamus aliquot casus praecipuos:

Celeritas glandis ante ictum	Celeritas tabulae post ictum	Celeritas glandis post ictum
I. $c = k$	$\frac{M}{M+N} k$	$\frac{kM}{M+N}$
II. $c = 2k$	$\frac{M}{M+N} k(2 - \sqrt{3})$	$\frac{k(2M + N)\sqrt{3}}{M+N}$
III. $c = 3k$	$\frac{M}{M+N} k(3 - \sqrt{8})$	$\frac{k(3M + N)\sqrt{8}}{M+N}$
IV. $c = 4k$	$\frac{M}{M+N} k(4 - \sqrt{15})$	$\frac{k(4M + N)\sqrt{15}}{M+N}$
V. $c = 5k$	$\frac{M}{M+N} k(5 - \sqrt{24})$	$\frac{k(5M + N)\sqrt{24}}{M+N}$
VI. $c = 6k$	$\frac{M}{M+N} k(6 - \sqrt{35})$	$\frac{k(6M + N)\sqrt{35}}{M+N}$

13. Quodsi ergo n fuerit numerus mediocriter magnus, ut sit

$$\sqrt{(nn+1)} = n + \frac{1}{2n},$$

tum ergo, si celeritas glandis ante ictum fuerit $c = nk$, prodibit p
celeritas tabulae

$$\frac{Mk}{2n(M+N)},$$

celeritas vero glandis

$$= nk + \frac{Nk}{2n(M+N)},$$

unde manifestum est, quo maior fuerit numerus n seu quo ma
celoritas glandis ante ictum, celeritatem tabulae post ictum eo fore
glandis autem celeritatem eo minus defecturam esse a celeritate an
sive iacturam celeritatis, quam glans patitur, eo fore minorem.

14. Problemata haec referenda sunt ad doctrinam de collisione corporum, non solum in Mathesi, sed etiam in Philosophia tractari est solita. Discrimen in hoc tantum consistit, quod hic corpus impingens in alterum penetret atque adeo sibi transitum aperiat, dum in vulgari doctrina utriusque tantum corpora considerantur, quae in conflictu sibi vel nullam impressionem vel sattem quam minimam inducunt.

15. Nostram igitur solutionem ad notiones vulgares revocaturi nomine v sive durante conflictu sive eo iam finito, celeritatem glandis $= v$ et celeritatem tabulae $= u$, et quum sit

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \text{et} \quad u = \frac{dy}{dt},$$

aequationes pro secundo problemate inventae, quae scilicet facta integratione prodierunt, ita se habebunt:

$$(v + u)^2 = cc + 4g \cdot \frac{M + N}{MN} \int R dx \quad \text{et} \quad Mv + Nu = Mc,$$

in posterior involvit eam notionem, quae vulgo quantitas motus vocari solet et indicat quantitatem motus sive productum ex massa utriusque corporis in suam celeritatem perpetuo eandem conservari: quia enim ante conflictum tabula quievit, tota quantitas motus erat Mc , durante autem conflictu finito quantitas motus est $Mv + Nu$. Ista quantitatis motus conservatio videtur aequabilem progressum communis centri gravitatis.

16. Ut vero etiam priorem aequationem ad notiones receptas perducamus, per MN multiplicemus, ut habeamus

$$N(v + u)^2 = MNcc + 2MNvu + MNuu = MNcc + 4g(M + N) \int R dx;$$

hanc addamus quadratam posterioris aequationis, quod est

$$MMvv + 2MNvu + NNuu = MMcc,$$

prodibitque aggregatum

$$M(M+N)vv + N(M+N)uu = M(M+N)cc - 4g(M+N)$$

quae per $M+N$ divisa praebet hanc aequationem

$$Mvv + Nuu = Mcc - 4g \int Rdx,$$

quae manifesto continet eas notiones, quae vulgo virium viva offerri solent. Est enim Mcc tota vis viva ante conflictum, at Nuu vis viva tabulae.

17. Hinc ergo perspicuum est neque durante conflictu neque vivam totam eandem manere, sed potius diminui et quidem $4g \int Rdx$, id quod vulgari principio conservationis virium vivarum videtur; verum probe notandum est conservationem virium vivarum tantum locum habere, quando de viribus nihil perit. Quum autem in casu tabula perforaretur atque ad foramen efficiendum non esset quantitas impendi debeat, mirum non est, quod summa virium decrementum patiatur, quin etiam ex ipsa nostra analysi neque formulam integram $4g \int Rdx$ summam virium in formam impendere.

18. Hic non inutile erit ostendere, quomodo immediata ex conditionibus differentialibus secundi gradus ad vires vivas calculum potuissimus. Aequationum enim § 8 inventarum prior ducatur vero in $dx + dy$ oaeque invicem additae dabunt istam aequationem

$$\frac{Ndy \cdot ddy}{2gdt^2} + \frac{M(dx + dy)(ddx + ddy)}{2gdt^2} = - Rdx,$$

quae integrata producit

$$\frac{Ndy^2}{4gdt^2} + \frac{M(dx + dy)^2}{4gdt^2} = \frac{Mcc}{4g} - \int Rdx,$$

sicque introductis litteris v et u statim assecuti sumus hanc aequationem

$$Nuu + Mvv = Mcc - 4g \int Rdx.$$

19. Ex principiis igitur vulgaribus, quae passim in doctrina de collisione corporum exposita repeririuntur, solutionem problematis nostri deducere potuissimus, dummodo perpendissemus in penetrationem glandis intra tabulam certas vires impendi easque inextim sumptas formula $4g \int R dx$ comprehendere posse. Tum enim, quia tota vis viva ante conflictum erat $= Mcc$, durante autem conflictu, cum penetratio iam facta est ad profunditatem $= x$, summa virium vivarum sit $Mrr + Nuu$, necesse est, ut fiat

$$Mrr + Nuu = Mcc - 4g \int R dx;$$

alterum vero principium quantitatis motus sive aequabilis progressus communis centri gravitatis statim suppeditat hanc aequationem

$$Mr + Nu = Mc,$$

quae cum illa coniuncta completam problematis nostri solutionem continet.

20. Haec occasione non abs re erit paucis exponere, quid de notissimis illis notionibus circa quantitatem motus et vires vivas, quibus Philosophi totam motus theoriam superstruere sunt conati, sit indicandum et quatenus eae cum veris et universalibus Mechanicae principiis conciliari possint. Ac primo quidem de veris Mechanicae principiis tenendum est ea ex unico principio proficisci, quo ratio inter accelerationes et vires sollicitantes continetur et ita latissime patet, ut etiam ad fluida corpora extendatur. At vero hoc principium ita est comparatum, ut semper ad formulas differentiales secundi gradus deducatur, de quibus deinceps videndum est, num integrationem admittant.

21. Dantur autem infiniti casus, quibus huiusmodi integratio locum habet, hocque modo ad formulas differentiales primi gradus pervenitur, quas per celeritates explicare licet, quemadmodum nostro casu $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$ celeritates praebuerunt, atque hae ipsae formulae iam integratae eas notiones involvunt, quae vulgo sub quantitatis motus vel vis vivae nomine innotuerunt, de quo quidem iam dudum¹⁾ observatum est nomen vis vivae incongrue adhiberi, quum productum ex massa cuiuspiam corporis per quadratum celeritatis neutiquam ad notionem cuiuspiam vis reduci queat.

1) Vide EULERI Commentationem 82 nota 1 p. 448 laudatam.

22. Talia igitur principia, quae vulgo leges motus continere non aliter spectari possunt nisi tanquam conclusiones ex unico illo principio deductae, quae, quum semper sub certis tantum conditionibus scilicet formulas integrales secundi gradus integrare liceant, tantum pro principiis particularibus sunt habendae, quae principia secundaria vel derivata appellare liceat, dum verum Principium est unicum et maxime universale.

EXAMEN ACCURATIUS SUPERIORUM SOLUTIONUM

23. Quoniam vis illa R , quam in solutionem nostram introductam modo restringitur aut limitatur, solutio nostra maxime generalis plane casus extendi posset videri; quomocumque enim per foras promotioni glandis adversetur, semper certam vim concipere licet, resistantiae foret aequalis et quam adeo sub littera illa R concipere liceret. Quatenus autem illa quantitas R ut functio varietatis profunditas penetrationis designatur, a nobis consideratur, quoque modo tam ab ipsa glandinis magnitudine et figura quam ab eius duritie et crassitudine pendeat, siquidem haec res ut quantitas spectandae, eatenus nostra solutio saepius a veritate recedat, quum utique eiusmodi dentur casus, ubi vis resistantiae non tantum illam variabilem x , sed aliam praeterea veluti celeritatem involvat, id quod clarius explicari necesse est.

24. Ad hoc ostendendum concipiamus tabulam tanquam fluidi praeditam esse, atque tum nullum foret dubium, quin omnis vis a sola celeritate penderet eiusque quadrato proportionalis esset, igitur casu quantitas illa R non foret functio ipsius x , sed potius qua glans in tabulam penetrat et quam formula $\frac{dx}{dt}$ expressimus. intelligitur, si resistantia illa R etiam formulam $\frac{dx}{dt}$ involvat, penetrationis, qua sumus nsi, neutiquam locum habere posse, propter formulam Rdx tanquam integrabilis est spectata.

25. Quodsi ergo tabula naturae fluidi particeps esset, ita ut partim ex functione ipsius x , uti assumpsimus, partim vero etiam celeritatis constaret, solutio nostra nullo modo subsistere posset.

sarium est in eos casus inquirere, quibus talis indoles sese resistentiae admiscere posset. Verum satis iam est cognitum omnem fluidi resistentiam inde potissimum oriri, quod partes fluidi de loco suo depelli iisque imprimi debeat, id quod sine virium dispendio fieri nequit: supra autem R tantum eiusmodi vim reluctantem denotavit, quae motum glandis non retardaret, ipsa autem in se nullam motus generationem requireret. igitur hos resistentiae casus sollicite a se invicem distinguere oportet.

26. Id resistentiae genus, quod motui corporis directe se opponit et quasi ipsum corpus repellit, vocemus resistentiam absolutam, quorsum pertinet ipsa resistentia, quam supra sumus contemplati. Alterum vero resistentiae genus, quod, voluti in fluidis evenit, a generatione novi motus oritur, eoquod a priori genere discrepat, etiamsi corporis motum quoque retardet; discrimine notato, quoniam tabulae nullum foramen induci potest, nisi particulae internae non solum a se invicem divellantur, sed etiam de loco suo removeantur, satis perspicuum est resistentiam utriusque generis hinc locum habere debere.

27. Pro nostro ergo casu veram resistentiam duabus partibus exprimi debet; prior scilicet pars continebit resistentiam absolutam et functioni ipsius x proportionalem, quam littora R ut supra designabimus, altera vero pars a motus generatione oriunda et quadrato celeritatis proportionalis hac formula $A \frac{dx^2}{dt^2}$ exprimatur, ubi $\frac{dx}{dt}$ significat celeritatem, quam in tabula ulterius penetrat, A vero est quantitas quaecumque a densitate et magnitudine foraminis pendens. Hoc modo tota resistentia tali tabula representari debet

$$R + A \frac{dx^2}{dt^2}.$$

28. Quod autem posterior pars quadrato celeritatis sit proportionalis, plano ratiocinio colligi poterit. Concipiamus massam quampiam $= M$ centem, quae a vi quadam P in motum sollicitatur; elapso tempore $= t$ iam sit promota per spatium $= s$, et quum ex principio motus sit

$$\frac{Mdds}{2gdt^2} = P,$$

habebimus integrando

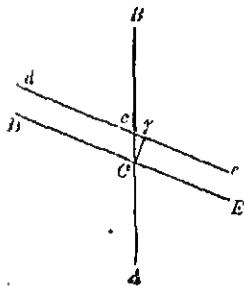
$$\frac{Mds^2}{4gdt^2} = Ps,$$

ubi $\frac{ds}{dt}$ celeritatem massae M impressam denotat. Hinc ergo discimus datao massae quiescenti M , dum per spatium s propellitur, data celeritate imprimatur, ad hoc requiri vim sollicitantem

$$P = M \frac{ds^2}{4gsdt^2},$$

quam formulam applicemus ad nostrum casum, quo glans intra tabulam penetrat per spatium $= dx$, ita ut nobis sit $s = dx$; interea necesse est, ut certa portio materiae, quae hoc spatium dx occupabat loco suo removeatur; cuius ergo massa proportionalis erit partim ipsi spatulo dx , partim amplitudini glandis nec non densitati materiae, quae constat, ex quo massa removenda ita exprimi poterit, ut sit $= Cdx$, loco M scribi convenit; denique hinc massae celeritas imprimi debet tati glandis aequalis, ut scilicet successioni glandis cedat, sicque haec celeritas erit nostro casu $= \frac{dx}{dt}$ loco $\frac{ds}{dt}$ substituenda. Quocirca ut massae Cdx per spatium $s = dx$ promoveatur, celeritas $= \frac{dx}{dt}$ imprimatur, ad hoc requis sollicitans $= \frac{C}{4g} \frac{dx^2}{dt^2}$, quam ergo recte per formulam $A \frac{dx^2}{dt^2}$ exprimi, quam formam adeo ipsum principium motus universalis suppeditare videntur.

29. Hic quidem assumimus glandem non solum directo per tabulam penetrare, sed etiam perpendiculariter in oias particulas illidere; voblique illidat? Sit enim recta AB directio motus et DCE anterior et



moti superficies, quae percurso spatulo $Cc = a$ veniat in situm dce , sitque angulus obliquus $DCB = \alpha$; iam ducatur $C\gamma$ ad ambas rectas perpendicularis atque manifestum est, ut corpus prosequi possit, non opus esso, ut particulae per spatium Cc promoveantur, sed tantum per spatium $C\gamma$, quod se habet ad illud ut $\sin. \alpha$ ad 1, quo etiam sufficit iis celeritatem imprimi $= \frac{dx}{dt}$ sicque pro hoc casu obliquitatis resistentia putatur.

$\frac{dx^2}{dt^2} \sin. \alpha^2$, scilicet praeterea quadrato sinus obliquitatis proportionalis; autem $\sin. \alpha$ est quantitas constans, commode simul in littera illa C comprehendendi potest, ita ut non opus sit huic casui peculiarem locum in nostra analysi tribuere.

EMENDATIO SOLUTIONIS SUPRA DATAE

30. Ut igitur solutionem supra datam a vicio modo memorato liberemus, unum opus est in ambabus aequationibus ibi inventis loco R scribere

$$R = \frac{Adx^2}{dt^2},$$

pacto aequationes illae erunt

$$\frac{Nddy}{2gdt^2} + R = \frac{Adx^2}{dt^2}, \quad \frac{M(ddx + ddy)}{2gdt^2} + \dots + R = \frac{Adx^2}{dt^2},$$

invicem additae summam praebebunt ut ante

$$\frac{Mddx + (M + N)ddy}{2gdt^2} = 0,$$

integrabile ergo etiam erit ut ante

$$\frac{Mdx}{dt} + (M + N)\frac{dy}{dt} = Mc.$$

Iterum autem aequationem integralem inveniendam ex prioro valorem

$$\frac{ddy}{2gdt^2} = \frac{R}{N} = \frac{A}{N} \cdot \frac{dx^2}{dt^2},$$

substituamus in posteriore, ut procedat

$$\frac{ddx}{2gdt^2} = \frac{M + N}{MN} R = \frac{M + N}{MN} A \frac{dx^2}{dt^2}$$

$$\frac{ddx}{dt^2} = 4g \frac{M + N}{MN} R = 4g A \frac{M + N}{MN} \cdot \frac{dx^2}{dt^2};$$

ponamus nunc brevitatis gratia

$$4g(M+N)A = 2\alpha,$$

ut habeamus hanc aequationem

$$2\frac{ddx}{dt^2} + 2\frac{edx^2}{dt^2} = -4g\frac{M+N}{MN}R,$$

quam videamus, quomodo ad integrabilitatem perducere liceat.

31. Ante omnia igitur observamus formulam $ddx + adx^2$ reddi, si multiplicetur per e^x ; erit enim

$$e^{xx}(ddx + adx^2) = d(e^{xx}dx);$$

multiplicemus igitur per e^{xx} et nostra aequatio fiet

$$2\frac{d(e^{xx}dx)}{dt^2} = -4g\frac{M+N}{MN}e^{xx}R,$$

quae, ut prorsus integrabilis reddatur, multiplicetur per $e^{xx}dx$, eritque

$$\frac{e^{2xx}dx^2}{dt^2} = C - 4g\frac{M+N}{MN}\int e^{2xx}Rdx,$$

ubi, si formula integralis ita capiatur, ut evanescat facto $x=0$, stantis C debet esse $=cc$, sicque obtinebimus hanc aequationem

$$\frac{dx^2}{dt^2} = e^{-2xx}\left(cc - 4g\frac{M+N}{MN}\int e^{2xx}Rdx\right),$$

quae aequatio iam cum ante inventa

$$\frac{Mdx + (M+N)dy}{dt} = Mc$$

coniuncta veram solutionem nostri secundi problematis suppeditat.

32. Circa hanc solutionem observamus, si exponent $2ax$ evanesceret, ita esset $e^{2ax} = 1$, tum hanc solutionem cum praecedente perfecte convenire; nam igitur tantum ab ea discrepabit, quatenus $2ax$ non evanescit; quia cum tum formula e^{2ax} eo magis unitatem superat, quo maior fuerit exponent $2ax$, intelligimus formulam $e^{2ax} R dx$ maiorem esse quam casu antea et quidem eo magis, quo minus fuerit spatium penetrationis x ; ex intelligitur, quo crassior fuerit tabula, praeterquam quod sola formula e sit maior posito scilicet $x = a$, ob factorem e^{2ax} nullo magis insuperat; quare quum supra [§ 11] pro casibus, quibus glans per totam tabulam impit, posuerimus

$$4g \frac{M+N}{MN} \int R dx = kk,$$

nunc etiam ponamus

$$4g \frac{M+N}{MN} \int e^{2ax} R dx = kk,$$

quantitas k maior erit quam casu praecedente ideoque nunc maior celeritas requiritur, ut ea per totam tabulae crassitiem penetret, et crassior fuerit tabula, ut glans penetret, eius celeritas tanto maior debet quam secundum superiorem solutionem.

33. Cum autem glans per tabulam penitus perruperit, pro eius celeritate ressu habebimus

$$\frac{dx^2}{dt^2} = e^{-2ax} (cc - kk),$$

ergo celeritas ob duplicem causam minor erit quam casu praecedente, eadem scilicet celeritate c ante collisionem; primo enim, quia k maior quam ante, quantitas $cc - kk$ iam est multo magis minor quam antea; de, quia ea insuper multiplicatur in e^{-2ax} vel, quod perinde est, dividitur in e^{2ax} , quae formula maior est unitate, celeritas $\frac{dx}{dt}$ multo magis diminetur. Quod denique ad ipsum tabulae motum attinet, quia eius celeritas perforationem inventa est

$$\frac{dy}{dt} = \frac{M}{M+N} \left(c - \frac{dx}{dt} \right)$$

quia, ut modo vidimus, $\frac{dx}{dt}$ multo minus est quam casu praecedente, nunc

ipsi tabulae multo maior motus imprimetur quam casu praecedente ob hanc rationem celeritas glandis post ictum, quae est $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}$, hinc altitulum augebitur; interim tamen, quia ex formula nostra fit

$$\frac{dx + dy}{dt} = \frac{M}{M + N}c + \frac{N}{M + N} \cdot \frac{dx}{dt}$$

et quoniam $\frac{dx}{dt}$ minus est quam casu praecedente, ipsa quoque glandis celeritas minor evadet.

34. Reducamus nunc etiam has formulas ad notiones communes casibus, quibus glans sive penetrat sive secus, ponatur celeritas glandis ictum $= v$, celeritas vero tabulae $= u$, et quia est

$$\frac{dy}{dt} = u \quad \text{et} \quad \frac{dx}{dt} = v - u,$$

nostrae binae aequationes inventae fient

$$Mv + Nu = Mc$$

et

$$(v - u)^2 = e^{-2ax}cc - 4g \frac{M + N}{MN} e^{-2ax} \int e^{2ax} R dx,$$

quarum prior, uti iam monuimus, perinde significat conservationem quatuor motus sive aequabilem progressum communis centri gravitatis. Pro vivis autem eliciendis alteram aequationem per MN multiplicatam evol-

$$MNvv - 2MNvu + MNuu = MNcc e^{-2ax} - 4g(M + N)e^{-2ax} \int e^{2ax} R dx$$

ad eamque addamus quadratum prioris, ut prodeat

$$\begin{aligned} & M(M + N)vv + N(M + N)uu \\ &= Mcc(Ne^{-2ax} + M) - 4g(M + N)e^{-2ax} \int e^{2ax} R dx, \end{aligned}$$

1) Editio princeps:

$$M(M + N)vv + N(M + N)uu = Mcc(Me^{-2ax} + N) - 4g(M + N)e^{-2ax} \int e^{2ax} R dx.$$

Hanc aequationem et aequationes sequentes correxit F. R.

quae aequatio per $M + N$ divisa praebet

$$Mrv + Nuw = \frac{Mec}{M + N} (Ne^{-2ax} + M) - 4ge^{-2ax} \int e^{2ax} Rdx,$$

ex qua intelligitur nunc summam virum vivam post ictum non amplius tam simpliciter se habere ad vim vivam ante conflictum, quae erat Mec , quam in casu praecedente; nunc enim erit

$$Mrv + Nuw = Mec + \frac{MNe}{M + N} (1 - e^{-2ax}) - 4ge^{-2ax} \int e^{2ax} Rdx,$$

unde patet vim vivam in conflictu deperditam aestimandam esse

$$= \frac{MNe}{M + N} (1 - e^{-2ax}) + 4ge^{-2ax} \int e^{2ax} Rdx;$$

quoniam autem ratiocinio haec iactura concludi possit, nullo modo perspicitur.

MEDITATIO IN EXPERIMENTA EXPLOSIONE TORMENTORUM NUPER INSTITUTA 1)

Commentatio 853 indicis ENESTROEMIANI

Opera postuma 2, 1862, p. 800–804

Circa motum globorum duo in computum veniunt, motus globi in tormento et motus extra tormentum, de quorum motuum quolibet seorsim agendum est. Primum autem excutiendus est motus extra tormentum, qui determinari poterit ex tempore, quo globus in aëre commoratus est, diametro globi et ratione gravitatum specificarum globi et aëris. Ex hisce datis innotescit altitudo, ad quam globus pervenit, et velocitas initialis, qua e tormento erumpit, tempus quoque ascensus et descensus seorsim. Quibus definitis progredi poterimus ad contemplantum motum globi intra tormentum et ex velocitate, qua globus egreditur, cognita innotescet vis pulveris pyrii multaque alia maximi usus in Pyrotechnia. Suppono autem hic directionem tormenti esse verticalem, ut corpus lineam rectam ascensu et descensu describat; motus enim obliquus in linea curva altioris est indaginis.

Designet c diametrum globi in scrupulis pedis Rhenani²⁾, $m:n$ rationem gravitatis specificae globi ad gravitatem specificam aëris seu medi, in quo globus movetur. Sit t tempus durationis globi in aëre, in minutis secundis, sit porro altitudo quaesita, ad quam corpus ascendit, x . Scribatur pro numero, cuius logarithmus est unitas, e^3), qui est 2,7182818..., cuius logarithmus se-

1) Hac dissertatione perampli errores continentur. Confor praefationem huius voluminis atque imprimis dissertationem Celeb. D. BERKOUILLI nota 1 p. 41 laudatam. P. R. S.

2) 1000 scrupula = 1 pes Rhenanus. P. R. S.

3) Vido praefationem huius voluminis. P. R. S.

cundum VLACQUEM¹⁾ est 0,4342944. Indicat porro N numerum graduum arcus, cuius tangens est

$$\sqrt[3]{\frac{3n}{e^{3nc} - 1}}$$

existente sinu loco $= 1$. Altitudo quaesita x ex hac aequatione erui debet

$$l = \frac{m \sqrt{e}}{447650 \sqrt[3]{3n(m-n)}} \left(125 N + 7162 l \left(\sqrt[3]{\frac{3n}{e^{3nc} - 1}} - \sqrt[3]{\frac{3n}{e^{3nc} - 1}} - 1 \right) \right)^2$$

Vocemus, ut calculus facilius evadat,

$$\sqrt[3]{\frac{3n}{e^{3nc} - 1}} - 1 = y;$$

erit N numerus graduum arcus, cuius tangens est y ; erit

$$l = \frac{m \sqrt{e}}{447650 \sqrt[3]{3n(m-n)}} \left(125 N + 7162 l (\sqrt[3]{yy + 1} - y) \right).$$

III. logarithmis VLACQUEM²⁾ licet, multiplicari debet logarithmus per 2,7182818.³⁾ Scribatur A loco

$$\frac{447650 \sqrt[3]{3n(m-n)}}{m \sqrt{e}};$$

erit

$$At = 125 N + 19468 \log (\sqrt[3]{yy + 1} - y);$$

erit ergo

$$N = \frac{At + 19468 \log (\sqrt[3]{yy + 1} - y)}{125} = \frac{8At + 155746 \log (\sqrt[3]{yy + 1} - y)}{1000}.$$

Ex qua aequatione tentando y erui debet, tandiu alios atque alios substituendo valores loco y , donec resultet aequalitas.

1) A. VLACQ (1600? - 1667), *Arithmetica logarithmica etc.* Editio secunda aucta, Goudae 1618. F. R. S.

2) Haec aequatio evadit, si in § 450 tomi primi EULERI libri, qui inscribitur *Mechanica sive motus scientia*, Petropoli 1736, ponatur $g = \frac{m}{m}$ et $k = \frac{1}{3n}$ atque si § 430 respiciatur; LEONHARDI EULERI *Opera omnia*, series II, vol. 1, p. 117 atque 140. F. R. S.

3) Cum logarithmus non per $e = 2,7182818$, sed per $l 10 = 2,3025851$ multiplicari debeat, omnes rationes inde deductae (insuper etiam alios errores continentes uti exempli gratia formula sequens pro N deducta, ubi legendum est 155744) falsae sunt. Confer tabulam sub finem huius dissertationis adiectam. F. R. S.

EXPERIMENTUM 1

factum d. 21. Aug. a. 1727

Globus ferreus diametri 225 scrup. explodebatur verticaliter, tempus rationis in aere erat 45 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225, \quad t = 45, \quad m = 7000 \quad \text{et} \quad n = 1.$$

Erit ergo

$$A = 618, \quad \text{ergo} \quad At = 27816^1) \quad \text{et} \quad 8At = 222530.$$

Erit ergo

$$N = \frac{222530 + 155746 \log.(Vyy + 1 - y)}{1000}.$$

Ponatur $y = 2,70$; erit

$$Vyy + 1 = 2,879, \quad \text{ergo} \quad Vyy + 1 - y = 0,179,$$

consequenter $\log.(Vyy + 1 - y) = -0,7471$ et $N = 69\frac{41}{60} = \frac{49681}{1000}$, sed ex ac-
tione invenitur $N = \frac{106175}{1000}$. Ergo y maior assumi debet.

Sit $y = 3,00$; erit

$$Vyy + 1 = 3,162, \quad \text{ergo} \quad Vyy + 1 - y = 0,162,$$

unde $\log.$ eius est $-0,790$, unde prodit $N = 99^0$.

Sit $y = 4,00$; erit

$$Vyy + 1 = 4,123 \quad \text{et} \quad Vyy + 1 - y = 0,123,$$

eius $\log.$ est $-0,9100$. Est ergo $N = 80,802$, sed debebat esse $N = 75^0$.

Sit $y = 4,10$; erit

$$Vyy + 1 - y = 0,12,$$

eius $\log.$ = $-0,9208$. Est ergo $N = 79^0 12'$, sed debebat esse $N = 76^0$.

1) Ob $At = 27810$ et $8At = 222480$ sequentes quoque formulae falsae sunt. Nihil emendavimus. F. R. S.

Hoc continuando reperitur $y = 4,31$; hoc in casu exacte admodum obtinetur aequatio, ut ne in centesimis erretur. Et erit $N = 76^{\circ} 56'$.

Ut inveniatur altitudo, ad quam corpus pertigit, erit

$$\sqrt[3]{\frac{3n}{e^{1000}}} + 1 = y$$

oque

$$\frac{3n}{e^{1000}} = 19,5761,$$

que

$$\frac{3n}{4mc} 0,4342944 = 1,2915908$$

$$x = \frac{2 \cdot 100000 \cdot 1,2915908}{0,4342944} = 6245 \text{ ped. Rhen.}$$

et innotescit velocitas initialis seu altitudo, ad quam eodem impetu in vacuum pervenisset; est enim

$$\frac{3n}{e^{1000}} = \frac{4c(m-n) + 3nK}{4c(m-n)}$$

obstante K altitudinem in vacuo describendam; erit ergo

$$K = 20997 \cdot 1857,61 \text{ scrup.} = 39004 \text{ ped. Rhen.}$$

tempus, quod globus in ascensu consumit, est aequale

$$\frac{mN\sqrt{c}}{3581\sqrt{3n(m-n)}} \text{ minut. secund.}$$

est (ob $N = 76,93$ et $\sqrt{c} = 15$)

$$= 15\frac{1}{2} \text{ minut. secund.}$$

tempus ergo descensus est

$$29\frac{1}{2} \text{ minut. secund.}$$

ideo differentia inter tempus ascensus et descensus sit 14 minut. se-

EXPERIMENTUM II

eadem die institutum

Ex eodem tormento idem globus explodebatur dimidia pulveris
tate, mansit illo in aëre 34 minut. secund.

Est ergo

$c = 225$, $t = 34$, $m = 7600$, $n = 1$ et $A = 618$;
erit.

$$At = 21012 \quad \text{et} \quad 8At = 168096.$$

Est ergo

$$N = \frac{168096 + 155746 \log. (\sqrt[3]{yy+1} - y)}{1000}$$

Ponatur $y = 2,00$; erit

$$\sqrt[3]{yy+1} - y = 0,236,$$

cuius log. est $= -0,6270$; hinc invenitur $N = 70,91$ et deberet esse
Hoc modo tentando invenitur tandem sumi debere loco $y = 2,18$
 $N = 65^{\circ} 25'$; erit ergo

$$\sqrt[3]{\frac{3n}{e^{1mc}}} - 1 = 2,185 \quad \text{et} \quad \frac{3nx}{e^{4mc}} = 5,7742.$$

Ergo

$$\frac{3nx}{4mc} = \frac{\log. 5,7742}{0,43429} = \frac{0,76149}{0,43429}$$

unde

$$x = \frac{2100000 \cdot 0,76149}{0,43429} \text{ scrup.} = 3682 \text{ ped. Rhon}$$

Dein altitudo, ad quam in vacuo pervenisset, est 10025,862 ped. Rhon.
ascensus est

$$13,19 \text{ minut. secund.}$$

Ergo tempus descensus est

$$20,81 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM III

factum d. 23. Aug. a. 1727

dem globus diametri 225 scrup. explodebatur verticaliter et tempus 2 minut. secund., quantitas pulveris 1 Loth seu $\frac{1}{5}$ pars praecedentis.

Est ergo ut supra

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad \text{sed} \quad t = 2.$$

ob $A = 618$ est.

$$At = 1236, \quad \text{ergo} \quad 8At = 9888.$$

quantor orit.

$$N = \frac{9888 + 155746 \log (\sqrt{yy + 1} - y)}{1000}.$$

Indo, quid loco y substituendum sit, reperietur esse $y = 0,075$, unde est $1^{\circ} 19'$. Est ergo

$$\left\{ \begin{array}{l} e^{\frac{3yx}{4mc}} = 1 + 0,075, \quad \text{ergo} \quad e^{\frac{3yx}{4mc}} = 1,005625. \end{array} \right.$$

$$\frac{3nx}{4mc} = \frac{0,002300}{0,4343},$$

$$x = \frac{2100000 \cdot 0,0023}{0,4343} = 11121 \text{ scrup.};$$

est ergo globus ad altitudinem 11 pedum.

Dein est

$$0,005625 = \frac{3nK}{4x(m+n)}$$

$$K = 2099700 \cdot 0,005625 = 11800 \text{ scrup.}$$

entia ergo altitudinum in vacuo et aëre est 678 scrup. Tempus autem us est

$$\frac{7000 \cdot 4,32 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = 0,88 \text{ minut. secund.},$$

ergo tempus descensus est

1,12 minut. secund.

In his experimentis erat longitudo tormenti 7260 scrupula. In sequenti autem idem tormentum adhibitum est, sed abbreviatum ut eius longitudo saltem 5808 scrupula. In primo experimento erat quantitas pulveris 16 in secundo 8 Loth, in tertio 1 Loth.

EXPERIMENTUM IV

factum d. 2. Sept. a. 1727

Idem globus diam. 225 scrup. explodebatur verticaliter pulvere 1 et cecidit demum post 8 minut. secund. Est iterum

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad \text{sed} \quad l = 8.$$

Unde erit

$$N = \frac{39552 + 155746 \log. (1'yy + 1 - y)}{1000}.$$

Unde reperitur $y = 0,33$. Erit ergo

$$N = 18^{\circ} 25'.$$

Est ergo

$$c^{1000} = 1,1089, \quad \text{ergo} \quad c = \frac{2100000 \cdot 0,01458}{0,4348}.$$

Est ergo altitudo, ad quam globus ascendit, 215 ped. 1 dig. 7 lin., altitudo autem, ad quam in vacuo pervenisset, est

$$K = 2099700 \cdot 0,1089 = 228 \text{ ped. } 5 \text{ dig. } 8 \text{ lin.}$$

Tempus autem ascensus est

$$= \frac{7000 \cdot 18,41 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = 3,7 \text{ minut. secund.}$$

Ergo tempus descensus erat

$$= 4,3 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM V

eodem die factum

eodem globus ex eodem tormento pulvere 4 Loth onerato explodebatur
 tempus, quo in aëre mansit, fuit 20 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad t = 20.$$

ergo

$$N = \frac{98880 + 155746 \log. (\sqrt{yy} + 1 - y)}{1000}$$

ergo $y = 0,93$, ergo

$$N = 42956, \quad e^{Amc} = 1,8649.$$

$$x = \frac{200000 \cdot 0,27044}{0,43429} = 1307,707 \text{ ped.}$$

$$K = 2099700 \cdot 0,8694 = 1816,025 \text{ ped.}$$

autem ascensus est

$$\frac{7000 \cdot 12,93 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = \frac{210 \cdot 4293}{103849} = 8,6 \text{ minut. secund.}$$

tempus descensus erat

$$= 11,4 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM VI

eodem die factum

eodem globus ex eodem tormento pulvere 8 Loth onerato explodebatur
 tempus, quo in aëre mansit, fuit 28 minut. secund.

Est ergo

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad t = 28.$$

$$N = \frac{138432 + 155746 \log. (\sqrt{yy} + 1 - y)}{1000}$$

Hinc reperitur $y = 1,52$ et

$$N = 56^{\circ} 39', \quad e^{\frac{3\pi}{2}} = 3,3104,$$

unde

$$x = \frac{2100000 \cdot 0,519828}{0,43429} = 2513,621 \text{ ped. Rhen.}$$

At

$$K = 20997 \cdot 31,04 = 4851,150 \text{ ped. Rhen.}$$

Tempus autem ascensus est.

$$= \frac{7000 \cdot 56,66 \cdot 15}{3581 \cdot 144} = 11,45 \text{ minut. secund.}$$

Tempus ergo descensus est.

$$= 16,55 \text{ minut. secund.}$$

EXPERIMENTUM VII

dicto die institutum

Ex eodem tormento, sed 12 Loth onerato, eiacularabatur globus idem tempus, donec cecidit, erat 32 minut. secund. Ob

$$c = 225, \quad m = 7000, \quad n = 1, \quad l = 32$$

erit

$$N = \frac{158202 + 155746 \log_{10}(\sqrt{yy} + 1 - y)}{1000}$$

Unde consequitur esse $y = 1,93$, ergo

$$N = 62^{\circ} 27'.$$

Erit

$$e^{\frac{3\pi}{2}} = 4,7249,$$

ergo

$$x = \frac{2100000 \cdot 0,6733099}{0,43429} = 3255,776 \text{ ped. Rhen. sen } 3255776 \text{ scrup.}$$

$K = 20997 \cdot 372,19 = 7821,172$ ped. Rhen.

as autem ascensus est.

$\frac{210 \cdot 6261}{103849} = 12,67$ minut. secund.

opus descensus erit.

(19,33. ⁴)

Tabula correctiones huius dissertationis continens

Onus pulveris Lot	t	N	K ped. Rhen.	Tempus ascen- sus secundis expressum	Tempus descen- sus secundis expressum	K ped. Rhen.
16	45	$80^{\circ} 25'$	7530	16,27	28,73	73558
8	34	$69^{\circ} 39'$	4436	14,09	19,91	15263
1	2	$4^{\circ} 56'$	15,59	0,998	1,002	15,644
1	8	$19^{\circ} 35'$	250,3	3,96	4,04	265,74
1	20	$46^{\circ} 22 \frac{1}{2}'$	1559	9,38	10,62	2311,6
8	28	$60^{\circ} 58'$	3036	12,34	15,66	6813
12	32	$66^{\circ} 58 \frac{1}{2}'$	3943	13,55	18,45	11625

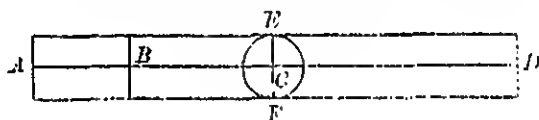
F. R. S.

FRAGMENTUM EX ADVERSARIIS MATHEMATICIS DEPROMPTUM

Ex manuscriptis academicae scientiarum Petropolitanae nunc primum editum

DE MOTU GLOBI PER TUBUM TORNATUM EXPLOSI

Fuerit initio spatium AB pulvere pyrio repletum, ut sit $AB = a$ simul ac accenditur, aequivaleret aëri in spatium n vicibus minus compressum. Pervenerit globus iam in ECF et sit $AC = x$. Sit pondus globi $= A$,



$CE = c$, celeritas centri $= Vv$, celeritas rotatoria puncti $E = mVc$. Et
viva globi

$$= Av + \frac{2}{n} Ammv.$$

1) In praefatione a Nicolao Fuss minore *Operibus postumis* promissa legitur p. „Praeter scripta postuma ab EULERIO ipso elaborata et maximam partem ipsius manu exarata volumina tria, quibus titulus est *Adversaria mathematica*. His adversariis administri et ceteri inferre solebant theses quaedam et sententias breves, quas quidem a magistro necesse fuit fusius et accuratius explicaverant. Ex his thesibus selectae sunt graviores, quae *Operibus* suo loco insererentur, et primum quidem nonaginta dignae visae sunt, quae typis describere. Deinde clarissimus TSCHERNYSCHENI, perlustratis iterum dictis voluminibus, invenit alias septem, quas addendas esse censuit; hinc tomus prior exhibet sub Numero XXIII, p. 487—493. praeterea ex adversariis illatae sunt theses geometricae octo, theses analytici argumenti quatuor, duae ad calculum integralem spectantes; ita ut omnino tomus prior 110 theses ex adversariis continere possit.“

Praeter haec tria volumina in manuscriptis academicae Petropolitanae inveniuntur et alia, quae a G. ESESTROEM *Notiz-bücher* appellata sunt. Vide G. ESESTROEM, *Bericht*

altitudo atmosphaerae = f et pressio columnae atmosphaerae in basin
 olo maximo aequalem = p ; aequivalebit ponderi columnae aëriae = πccf .
 vis sollicitans

$$= \frac{naf}{x} - p,$$

stantia vero est

$$= \frac{1}{2} \pi ccc.$$

ergo

$$A \left(1 + \frac{2}{3} am \right) dx = \pi cc \left(\frac{naf dx}{x} - f dx - \frac{1}{2} c dx \right).$$

$$A \left(1 + \frac{2}{3} am \right) = b;$$

$$dx + \frac{v dx}{2b} = \frac{naf dx}{bx} - \frac{f dx}{b},$$

$$e^{\frac{x}{2b}} v = \frac{naf}{b} \int \frac{e^{\frac{x}{2b}} dx}{x} - \frac{f}{b} \int e^{\frac{x}{2b}} dx.$$

$x = a + t$; erit

$$e^{\frac{t}{2b}} v = \frac{naf}{b} \int \frac{e^{\frac{t}{2b}} dt}{a + t} - \frac{f}{b} \int e^{\frac{t}{2b}} dt$$

$$= \frac{f}{b} \int e^{\frac{t}{2b}} dt \left(\frac{(n-1)a-t}{a+t} \right),$$

$$v = \frac{f e^{-\frac{t}{2b}}}{b} \int e^{\frac{t}{2b}} dt \left(\frac{(n-1)a-t}{a+t} \right);$$

$$2abdx + 2btvdv + acdt + vtdt$$

$$= 2nafdt - 2fadt - 2ftdt$$

*Kommission der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft über die EULERSCHE Manuskripte
 Petersburger Akademie, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 22,
 Zweite Abt., p. 191, imprimis p. 193–194 et 197–198. Fragmentum De motu globi in-
 sur in quarto horum novem adversariorum, p. 437, quod secundum G. EULERUM (l. c. p. 197)
 anno 1740 scribi coeptum est. F. R. S.*

ut

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{(n-1)ft}{b} - \frac{(n-1)ftt}{4bb} + \frac{(n-1)ft^2}{24b^3} - \frac{(n-1)ft^3}{4 \cdot 6 \cdot 8b^4} + \text{etc.} \\
 &= \frac{nft}{2ab} + \frac{nft^2}{12abb} - \frac{nft^3}{8 \cdot 12ab^3} + \text{etc.} \\
 &\quad + \frac{nft^2}{3aab} - \frac{nft^4}{8 \cdot 3aab^2} + \text{etc.} \\
 &\quad - \frac{nft^3}{4a^3b} + \text{etc.} \\
 &\quad + \text{etc.},
 \end{aligned}$$

ergo

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{ft}{b} + \frac{naf}{b} l\left(1 + \frac{t}{a}\right) \\
 &\quad + \frac{ftt}{4bb} - \frac{naf}{2bb} \left(1 + \frac{t}{a}\right) l\left(1 + \frac{t}{a}\right) - \frac{t}{a} \\
 &\quad - \frac{ft^2}{24b^3} + \frac{naf^2}{8b^3} \left(1 + \frac{t}{a}\right)^2 l\left(1 + \frac{t}{a}\right) - \frac{t}{a} - \frac{3}{2} \frac{ft}{aa} \\
 &\quad \text{etc.}
 \end{aligned}$$

$$= -2f(1 - e^{-\frac{t}{a}}) + \frac{naf}{b} e^{-\frac{t}{a}} l\left(1 + \frac{t}{a}\right) + \frac{nft}{b} \left(1 - e^{-\frac{t}{a}}\right) - \text{etc.}$$

Ponatur $2b = g$; erit

$$\int \frac{t^{\frac{1}{2}} dt}{a+t} = e^{-\frac{a}{g}} \left\{ l\left(1 + \frac{t}{a}\right) + \frac{a}{g} \left(\frac{t}{a}\right) + \frac{aa}{2gg} \left(\frac{t}{a} + \frac{tt}{2aa}\right) \right. \\
 \left. + \frac{a^3}{6g^3} \left(\frac{t}{a} + \frac{tt}{aa} + \frac{t^3}{3a^3}\right) + \frac{a^4}{24g^4} \left(\frac{t}{a} + \text{etc.}\right) + \text{etc.} \right\}$$

Hinc ergo erit

1) Apud EULERUM haec ultima expressio ipsius c ita se habet:

$$c = -2f\left(1 - e^{-\frac{t}{a}}\right) + \frac{2naf}{2b+a+t} l\left(1 + \frac{a}{t}\right) + \frac{naf}{2bb+ab}.$$

Correxit

2) Apud EULERUM factor ipsius $e^{-\frac{a}{g}}$ ita se habet:

$$l\left(1 + \frac{t}{a}\right) + \frac{a}{g} \left(\frac{t}{a}\right) - \frac{aa}{2gg} \left(\frac{t}{a} - \frac{tt}{2aa}\right) + \frac{a^3}{6g^3} \left(\frac{t}{a} - \frac{tt}{2aa} + \frac{t^3}{3a^3}\right) - \frac{a^4}{24ag} \left(\frac{t}{a} - \frac{tt}{2aa} + \frac{t^3}{3a^3} - \frac{t^4}{24a^4}\right) + \text{etc.}$$

Correxit

NAMENVERZEIJNIS

- [illegible]

- MARCHI, F. DE, 13
 MARCUS GRAECUS, 27, 28
 MEAD, 27
 MEMMINGEN, A. VON, 34
 MERSENNE, M., 357
 METZ, P. C. R. DE, 358
 MOHAMMED II, Sultan, 11, 30
 MONTECUCCOLI, R. VON, 18, 19
 NAPIER, J., 435
 NAVARRO, P., (PETRUS DE NAVARRA) 20
 NEWTON, J., 40, 41, 46, 71, 240–242, 245,
 282, 284, 295, 296, 298, 306, 414
 ORANIEN, MORITZ VON, 21
 PAAN, L., 21
 PAGAN, B. F. DE, 17
 PAPIN, D., 47
 PASINO, A. DE, 12–15
 PEURBACH, G. VON, 34
 PLINIUS, DER ÄLTERE, 26
 POLYBIUS, 11, 20
 QUINCY, MARQUIS DE, 20
 ! REGIOMONTANUS (MÜLLER, JOH.)
 RIVAUT DE FLEFRANCE, D., (R)
 | ROBINS, B., 46, 47, 62, 88, 89,
 ROMOCKI, S. J. VON, 20, 24, 26
 | SAINT-REMY, P. S. DE, 358
 | SANTSCH, D., 34, 35
 | SCHWARTZ, BARTHOLO, 24–28
 | SIMENOWICZ, C., 34, 35
 ! SPECKLE, D., 13–15
 | TARTAGLIA, N., (TAFFALEA) 12,
 | TAYLOR, B., 46
 | THILLER, V., DE, 11
 | TSCHEBYSCHEFF, P. L., 478
 | UFRANO, D., 34, 35, 75, 357
 | ULRICH, 35
 | VALLIERE, J. F. DE, 20, 21
 VAUBAN, S. L. DE, 21, 23, 32,
 | VLACQ, A., 469
 | WILHELM III VON ORANIEN, Kön
 britannien, 22
 | ZUSKA, J., 11